2016 წლის ფიზიკის ნაკრების მესამე შესარჩევი წერა

ამოცანა 1
ზეგამტარი რგოლი (5 ქულა)

გრძელ წრფივ გამტარზე გამავალ სიბრტყეში დამაგრებულია წვრილი მავთულისაგან დამზადებული მცირე ზომის ზეგამტარი რგოლი. რგოლის დიამეტრია 1 სმ, წრფივი გამტარისგან რგოლის ცენტრის დაშორებაა 1 მ, რგოლის ინდუქციურობაა 10 მკჰნ. წრფივ გამტარში გაატარეს დენი. დენის ძალა სწრაფად გაიზარდა ნულიდან 10 ა-მდე.

ა) იპოვეთ რგოლში დამყარებული დენის ძალა (ფორმულა და რიცხვითი მნიშვნელობა); **(2 ქულა)**

ბ) იპოვეთ რგოლზე მოქმედი მაგნიტური ძალა (ფორმულა და რიცხვითი მნიშვნელობა). **(3 ქულა)**

მითითება: მაგნიტური მუდმივაა $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ ჰნ/მ.

ამოცანის მეორე ნაწილში ინტეგრალქვეშა გამოსახულების გასამარტივებლად გამოგადგებათ მიახლოებითი ფორმულა:

$$(1+x)^{\beta}\approx 1+\beta x, \text{ როდესაც } |\beta x| \ll 1.$$

გაითვალისწინეთ აგრეთვე, რომ $\int_0^{2\pi}\cos^2\alpha\, d\alpha=\pi$

ამოხსნა:

ა) წრფივ გამტარში დენის გატარების შედეგად ზეგამტარ რგოლში მაგნიტური ნაკადი არ უნდა შეიცვალოს ანუ ნულის ტოლი უნდა დარჩეს. ნაკადს ქმნის წრფივი დენიანი გამტარი და რგოლში დამყარებული დენი. პირველი ნაკადის შეფასებისას, რგოლის ფარგლებში მაგნიტური ველის ინდუქციას არ განვასხვავებთ ცენტრში ველის ინდუქციისაგან, რადგანაც რგოლის ზომა გაცილებით მცირეა ამ ინდუქციის შემქმნელ წრფივ დენიან გამტარამდე მანძილთან შედარებით **(0.5 ქულა)**.

$$LI_0=B_0\frac{\pi d^2}{4}\ (\mathbf{0.5\ ქულა})$$

$$B_0=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}$$

საიდანაც

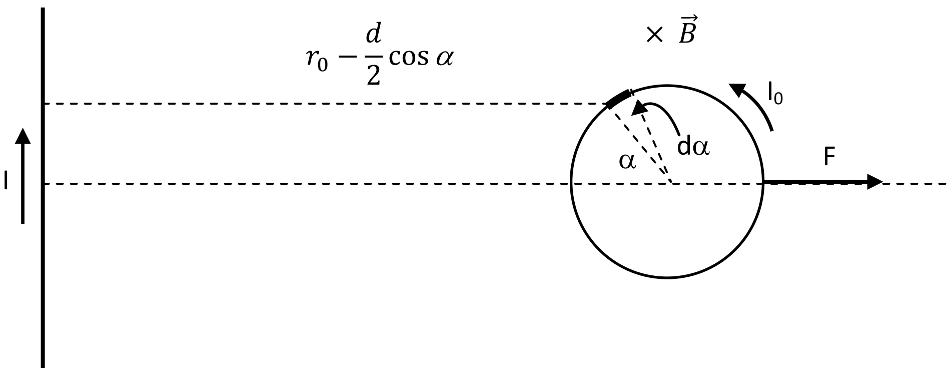
$$I_0=\frac{\mu_0 I d^2}{8r_0 L}\ (\mathbf{0.5\ ქულა})$$

I=10 ა, r_0=1 მ, L=10^{-5} ჰნ, d=10^{-2} მ.

რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მიიღება:

$I_0=1.57\times10^{-5}$ ა=16 მკა **(0.5 ქულა)**

ბ) ამოცანის ამ ნაწილში აღარ შეიძლება რგოლის არეში ველის ერთგვაროვნად ჩათვლა. სიმეტრიიდან ადვილი მისახვედრია, რომ რგოლზე მოქმედი ძალა მიმართული იქნება წრფივი გამტარის მართობულად **(0.5 ქულა)**. ვიპოვოთ რგოლის ელემენტებზე მოქმედი ძალების გეგმილი წრფივი გამტარის მართობულ ღერძზე და შემდეგ ავჯამოთ ისინი (იხ. ნახ.):



$$F=\int_0^{2\pi} BI_0\frac{d}{2}d\alpha\cdot\cos\alpha=\int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I I_0}{2\pi\left(r_0-\frac{d}{2}\cos\alpha\right)}\cdot\frac{d}{2}\cos\alpha\, d\alpha \quad (\mathbf{1}\ \textbf{ქულა})$$

ინტეგრალის შესაფასებლად გავამარტივოთ ინტეგრალქვეშა გამოსახულება იმის გათვალისწინებით, რომ

$$\frac{d}{2}\cos\alpha\ll r_0$$

მაშინ მიიღება, რომ

$$F=\frac{\mu_0 I I_0 d}{4\pi r_0}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\alpha}{1-\frac{d}{2r_0}\cos\alpha}d\alpha=\frac{\mu_0 I I_0 d}{4\pi r_0}\int_0^{2\pi}\cos\alpha\left(1+\frac{d}{2r_0}\cos\alpha\right)d\alpha=\frac{\mu_0 I I_0 d^2}{8r_0^2}$$

(1 ქულა)

რიცხვითი მნიშვნელობების შეტანის შემდეგ მიიღება:

F= 2.5×10^{-15} ნ **(0.5 ქულა)**

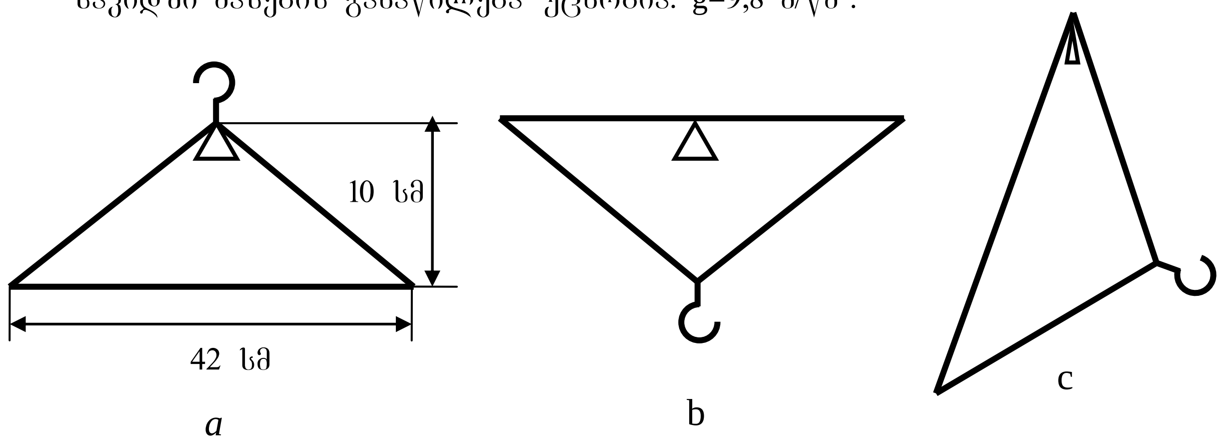
ამოცანა 2
საკიდი-საქანელა (5 ქულა)

მოცემული გაქვთ მავთულის საკიდი, რომლის მოკლე გვერდები ერთმანეთის ტოლია. მას მცირე ამპლიტუდით არხევენ ნახატის სიბრტყეში სამი წონასწორული მდებარეობის მიმართ. *a* და b წონასწორულ მდებარეობებში საკიდის გრძელი გვერდი ჰორიზონტალურია. სამივე შემთხვევაში რხევის პერიოდები ერთნაირია.

ა) განსაზღვრეთ საკიდის მასათა ცენტრის მდებარეობა; **(3,5 ქულა)**

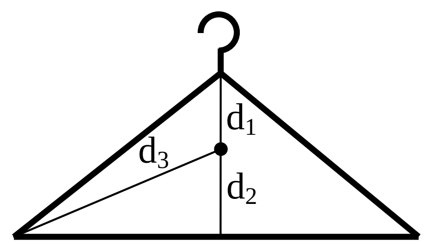
ბ) განსაზღვრეთ რხევის პერიოდი. **(1,5 ქულა)**

საკიდში მასების განაწილება უცნობია. $g=9,8$ მ/წმ^2.



ამოხსნა:

ა) უკვე პირველი ნახატიდანვე ცხადია, რომ მასათა ცენტრი ჩამოკიდების წერტილიდან დიდ გვერდზე დაშვებულ მართობზე მდებარეობს **(0.5 ქულა)**. აღვნიშნოთ მ,ასათა ცენტრიდან ჩამოკიდების წერტილებამდე მანძილები პირველ, მეორე და მესამე შემთხვევაში შესაბამისად d_1–ით, d_2-ით და d_3–ით (იხ. ნახ.).



შტაინერის თეორემის თანახმად $I=I_0+md^2$, სადაც I_0 საკიდის ინერციის მომენტია მასათა ცენტრის მიმართ, ხოლო d მასათა ცენტრიდან ჩამოკიდების წერტილამდე მანძილია. სამივე შემთხვევაში პერიოდი გამოისახება ფორმულით

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + md^2}{mgd}}$$

(1 ქულა)

აქედან d–თვის მიიღება კვადრატული განტოლება

$$d^2-g(T/2\pi)^2d+I_0/m=0$$ **(0.5 ქულა)**

ამ განტოლებას აკმაყოფილებს სამივე d, მაგრამ კვადრატულ განტოლებას არ შეიძლება ქონდეს სამი ფესვი ე.ი. ორი ან სამივე ფესვი ერთმანეთის ტოლია.

ბოლო შესაძლებლობა გამორიცხულია, რჩება ერთადერთი შესაძლ;ებლობა, რომ $d_1=d_2$. **(1 ქულა)**

პირობის გამოყენებით, მიიღება $d_1=d_2=5$ სმ, $d_3 = \sqrt{21^2+5^2} \approx 21{,}6\,(სმ) \approx 22(სმ)$

(0.5 ქულა)

ბ) ვიეტის თეორემის გამოყენებით მიიღება, რომ

$$d_1+d_3=g(T/2\pi)^2$$

საიდანაც

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{d_1+d_3}{g}}$$

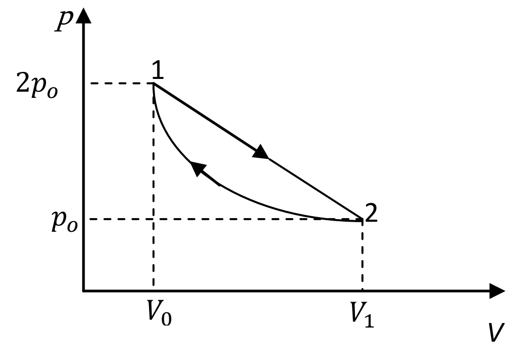
(1 ქულა)

$T\approx1$ წმ **(0.5 ქულა)**

ამოცანა 3

ციკლური პროცესი (5 ქულა)

ერთი მოლი ერთატომიანი იდეალური აირი ასრულებს ნახატზე გამოსახულ ციკლურ პროცესს: **1** → **2** მონაკვეთია, **2** → **1** - ადიაბატა.



ა) იპოვეთ V_1/V_0 ფარდობა. **(0,5 ქულა)**

ბ) იპოვეთ, რომელი მოცულობის დროსაა აირის ტამპერატურა მაქსიმალური ციკლის განმავლობაში და რისი ტოლია ეს ტემპერატურა. **(1,5 ქულა)**

გ) იპოვეთ **1**→ **2** უბანზე აირის სითბოტევადობის მოცულობაზე დამოკიდებულება და ააგეთ ამ დამოკიდებულების თვისებრივი გრაფიკი. **(2,5 ქულა)**

დ) განსაზღვრეთ, მოცულობის რომელ შუალედში იღებდა აირი სითბოს. **(0,5 ქულა)**

ამოხსნა:

ა) $2p_0V_0^{\gamma} = p_0V_1^{\gamma}$. $\Rightarrow$ $V_1 = 2^{1/\gamma}V_0 \approx 1{,}52V_0,\ \gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$. **(0,5 ქულა)**

ბ) 1-2 წრფის განტოლებაა

$$p = -aV + b, \qquad (1)$$

სადაც

$a = \frac{p_0}{V_0(2^{\frac{1}{\gamma}}-1)} \approx 1{,}94\frac{p_0}{V_0},\ b = \frac{(2^{1+\frac{1}{\gamma}}-1)p_0}{(2^{\frac{1}{\gamma}}-1)} \approx 3{,}94p_0$. **(0,5 ქულა)**

ერთი მოლი აირისათვის

$$RT = pV = -aV^2 + bV. \qquad (2)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ მაქსიმალური ტემპერატურა აირს აქვს

$V' = \frac{b}{2a} = \frac{(2^{1+\frac{1}{\gamma}}-1)}{2}V_0 \approx 1{,}02V_0$ მოცულობის დროს **(0,5 ქულა)**. $\Rightarrow$

$$T_{max} = \frac{b^2}{4aR} = \frac{(2^{1+\frac{1}{\gamma}}-1)^2p_0V_0}{4(2^{\frac{1}{\gamma}}-1)R} \approx \frac{2\mathrm{p_0V_0}}{\mathrm{R}} = T_1 \text{ . } \textbf{(0,5 ქულა)}$$

გ) $C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{C\mathrm{v}dT+pdV}{dT} = C\mathrm{v} + p\frac{dV}{dT}$. **(0,5 ქულა)**

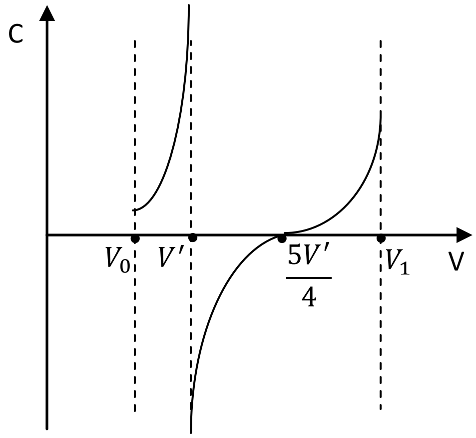
(2) განტოლება გავაწარმოოთ T-თი:

$R = -2aV\frac{dV}{dT} + b\frac{dV}{dT}. \Rightarrow \frac{dV}{dT} = \frac{R}{b-2aV}$. **(1 ქულა)** $\Rightarrow$

$$C = \frac{R(5b-8aV)}{2(b-2aV)}. \textbf{ (0,5 ქულა)}$$

გრაფიკის ასაგებად მოსახერხებელია გამოვიყენოთ $b = 2aV'$ ტოლობა, მაშინ

$C = \frac{2R(V-5V'/4)}{V-V'}$. ⇒ გრაფიკს ექნება შემდეგი სახე **(0,5 ქულა)** :



დ) პუნქტი ა)-ს თანახმად **1→ 2** პროცესის დროს V' მოცულობამდე აირის გაფართოებისას $dT > 0$, ხოლო V' მოცულობიდან $5V'/4$ მოცულობამდე გაფართოებისას $dT < 0$. გრაფიკიდან ჩანს, რომ პირველ შემთხვევაში $C > 0$, ხოლო მეორე შემთხვევაში $C < 0$. აქედან კი გამომდინარეობს, რომ **1→ 2** პროცესში აირი სითბოს ღებულობს V_0-დან $V_A = 5V'/4 \approx 1{,}28V_0$მოცულობამდე გაფართოებისას **(0,5 ქულა)**.

ამოცანა 4

უჩვეულო ნივთიერების ოპტიკური თვისებები (10 ქულა)

გარემოს ოპტიკური თვისებები განისაზღვრება მისი დიელექტრიკული შეღწევადობით (ε) და მაგნიტური შეღწევადობით (μ). წყლის და მინის მსგავსი ნივთიერებებისათვის, რომლებიც ჩვეულებრივ ოპტიკურად გამჭვირვალეა, ორივე კოეფიციენტი (ε და μ) დადებითია. ასეთი ნივთიერების საზღვარზე ჰაერიდან დაცემული სინათლე გარდატყდება სნელიუსის კანონის შესაბამისად. 1964 წელს, რუსმა მეცნიერმა ვ. ვესელაგომ მკაცრად დაამტკიცა, რომ ნივთიერებები, რომელთა ε და μ ორივე უარყოფითია, გამოამჟღავნებენ მრავალ განსაცვიფრებელ და, უფრო მეტიც, დაუჯერებელ ოპტიკურ თვისებებს. 21-ე საუკუნის დასწყისში, ზოგიერთ ლაბორატორიაში მოახდინეს ასეთი უჩვეულო ნივთიერებების დემონსტრირება. დღეისათვის ასეთი უჩვეულო ოპტიკური ნივთიერებების შესწავლა სამეცნიერო კვლევის მოწინავე სფერო გახდა. მომდევნო რამდენიმე ამოცანის ამოხსნით თქვენ გარკვეულ ცოდნას შეიძენთ ასეთი ნივთიერებების ფუნდამენტურ ოპტიკურ თვისებებზე.

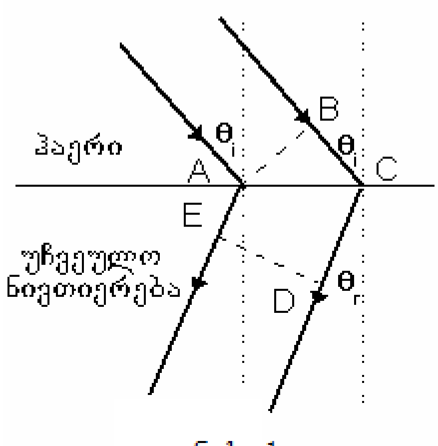
უნდა აღინიშნოს, რომ ნივთიერებას, რომლის ε და μ ორივე უარყოფითია, აქვს შემდეგი მნიშვნელოვანი თვისება: ასეთ გარემოში სინათლის გავრცელებისას, Δ მანძილზე სინათლის ტალღის ფაზა იზრდება $\sqrt{\varepsilon\mu}\,k\Delta$ სიდიდით, მაშინ როცა ჩვეულებრივ ნივთიერებაში ის იგივე სიდიდით მცირდება. აქ იგულისხმება არითმეტიკული ფესვი, ხოლო k სინთლის ტალღური ვექტორის მოდულია.

ქვემოთა კითხვებში ითვლება, რომ ჰაერის დიელექტრიკული და მაგნიტური შეღწევადობები 1-ის ტოლია.

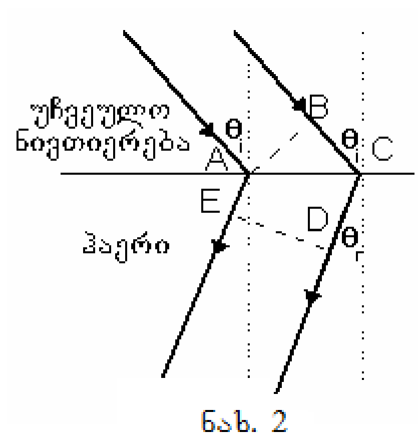
ა) (1) დავუშვათ, რომ სინათლის კონა ჰაერიდან ეცემა მისი და უჩვეულო ნივთიერების გამყოფ ზედაპირს. ზემოთ აღწერილ თვისებაზე დაყრდნობით შეამოწმეთ, რომ ნახ. 1-ზე გამოსახული გარდატეხილი სხივის მიმართულება კორექტულია. **(1,5 ქულა)**

(2) ნახ. 1-ზე გამოსახულ შემთხვევაში მიიღეთ θ_r გარდატეხის და θ_i დაცემის კუთხეების დამაკავშირებელი ფორმულა (აღნიშნული კუთხეები არის კუთხეები სხივებსა და გამყოფი ზედაპირის ნორმალს შორის). **(0,5 ქულა)**

(3) დავუშვათ, რომ სინათლის კონა უჩვეულო ნივთიერებიდან ეცემა მის და ჰაერის გამყოფ ზედაპირს. შეამოწმეთ, რომ ნახ. 2-ზე გამოსახული გარდატეხილი სხივის მიმართულება კორექტულია. **(1,5 ქულა)**



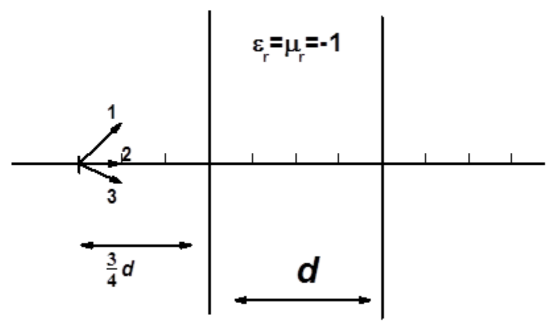
ნახ. 1



ნახ. 2

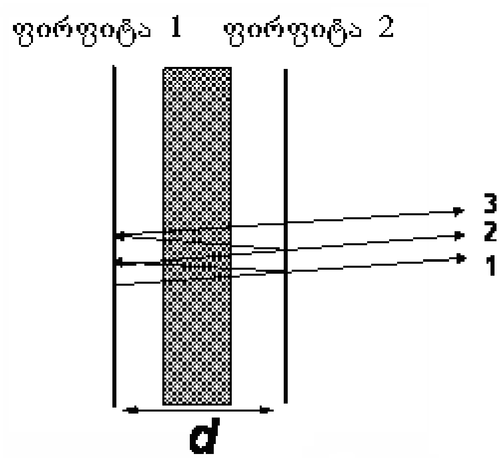
(4) ნახ. 2-ზე გამოსახულ შემთხვევაში მიიღეთ θ_r გარდატეხის და θ_i დაცემის კუთხეების დამაკავშირებელი ფორმულა. **(0,5 ქულა)**

ბ) ნახ. 3-ზე ნაჩვენებია უჩვეულო ოპტიკური ნივთიერებისაგან დამზადებული d სისქის ფირფიტა, რომელიც ჰაერშია მოთავსებული. ნივთიერების $\varepsilon=\mu=-1$. ფირფიტის წინ მისგან $3d/4$ მანძილზე მოთავსებულია სინათლის წერტილოვანი წყარო. ზუსტად დახაზეთ სინათლის წერტილოვანი წყაროდან გამოსული სამი სხივის სვლა (მითითება: ამოცანაში მოცემულ პირობებში არ გვაქვს გამყოფი ზედაპირებიდან არეკვლა). **(1,0 ქულა)**



ნახ. 3

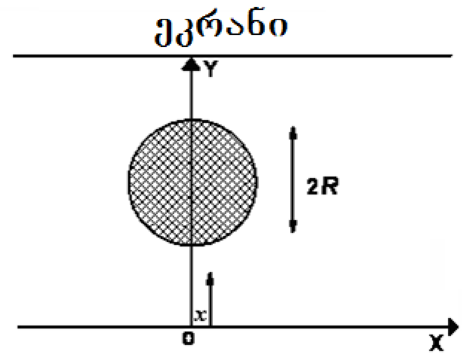
გ) ნახ. 4-ზე გამოსახულია ინტერფერომეტრი. ის შედგება d მანძილით დაშორებული ორი პარალელური ფირფიტისაგან. 1 ფირფიტა იდეალურად ამრეკლია (არეკვლის კოეფიციენტია 100%), ხოლო 2 ფირფიტა ნაწილობრივ ამრეკლია (მაგრამ არეკვლის კოეფიციენტი მაღალია). დავუშვათ, რომ სინათლის ბრტყელი ტალღა სხივდება 1 ფირფიტასთან ახლოს მოთავსებული წყაროდან, შემდეგ ის მრავალჯერ ირეკლება ორი ფირფიტიდან. რადგანაც 2 ფირფიტა არაა იდეალურად ამრეკლი, ამიტომ სინათლის ნაწილი გადის მასში ყოველთვის, როცა სინათლის კონა მიაღწევს მას (სხივი 1, 2, 3, და ა.შ. ნახ. 4-ზე). თუ 2 ფირფიტაში გასული სინათლის ტალღები ერთ ფაზაშია, მაშინ გვექნება მაქსიმალური ინტერფერენციული გაძლიერება. ჩვენ ვუშვებთ,



ნახ. 4

რომ არეკვლისას ტალღის ფაზა π–თი იცვლება. ინტერფერომეტრში ფირფიტების პარალელურად მოვათავსოთ უჩვეულო ნივთიერებისგან დამზადებული 0,4d სისქის ბრტყელ-პარალელური ფილა, რომლის ε=μ= −0,5. დანარჩენი არე ინტერფერომეტრში ჰაერს უკავია. განვიხილოთ სიტუაცია, როდესაც სინათლის ტალღა ვრცელდება ფირფიტების მართობული მიმართულებით (ნახ. 4-ზე გამოსახული სხივების დიაგრამა მხოლოდ სქემატურია). განსაზღვრეთ ყველა ტალღის სიგრძე, რომლის დროსაც ადგილი აქვს 2 ფირფიტაში გასული ტალღების მაქსიმალურ ინტერფერენციულ გაძლიერებას (მითითება: აქ მოცემულ პირობებში არ გვაქვს ჰაერისა და უჩვეულო ნივთიერების გამყოფი ზედაპირებიდან არეკვლა). **(2,5 ქულა)**

დ) უჩვეულო ნივთიერებისგან დამზადებული R რადიუსის მქონე უსასრულოდ გრძელი ცილინდრი მოთავსებულია ჰაერში. ნივთიერების ε=μ= −1. ნახ. 5-ზე ნაჩვენებია ცილინდრის კვეთა XOY სიბრტყით. კვეთაში მიღებული წრის ცენტრი Y ღერძზეა მოთავსებული. დავუშვათ, X ღერძზე მოთავსებული ლაზერული წყარო (წყაროს მდებარეობა აღიწერება მისი *x* კოორდინატით) ასხივებს წვრილ ლაზერულ სხივს Y ღერძის მიმართულებით. განსაზღვრეთ x კოორდინატის არე, რომლისთვისაც ლაზერის სინათლე ვერ მიაღწევს ცილინდრის მეორე მხარეს ღერძის მართობულად მოთავსებულ ეკრანს. **(2,5 ქულა)**



ნახ. 5

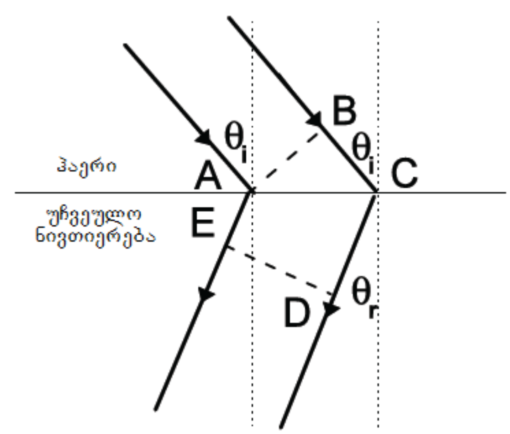
ამოხსნა:

ა) (1) ტალღური ზედაპირის წერტილებში ფაზები ერთნაირია. დაცემული სინთლის AB ტალღურ ზედაპირზე ფაზა იყოს φ_0. მაშინ

$\varphi_E = \sqrt{\varepsilon\mu}k \cdot AE$, ხოლო $\varphi_D = -k \cdot BC + \sqrt{\varepsilon\mu}k \cdot CD$.

რადგან ED გარდატეხილი სინათლის ტალღური ზედაპირია, ამიტომ $\varphi_E=\varphi_D$.

$$\sqrt{\varepsilon\mu}k \cdot AE = -k \cdot BC + \sqrt{\varepsilon\mu}k \cdot CD \Rightarrow \sqrt{\varepsilon\mu}k(CD - AE) = k \cdot BC \Rightarrow CD > AE$$

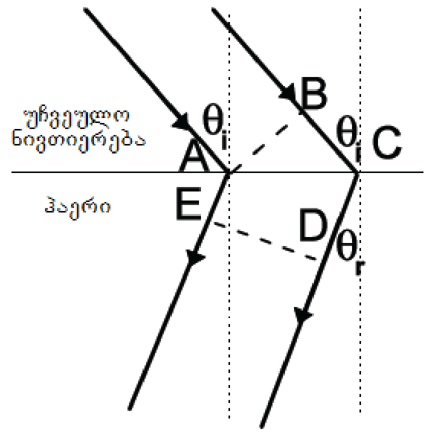


ამრიგად, ნახატი კორექტულია. **(1,5 ქულა)**

(2) $CD-AE=AC \cdot \sin\theta_r$, $BC= AC \cdot \sin\theta_I$ ამიტომ წინა ნაწილის ფორმულიდან მიიღება

$$\sqrt{\varepsilon\mu}\,\sin\theta_r = \sin\theta_i \qquad \textbf{(0,5 ქულა)}$$

(3) $\varphi_E = -k \cdot AE, \quad \varphi_D = \sqrt{\varepsilon\mu}k \cdot BC - k \cdot CD\,, \quad \varphi_E = \varphi_D$



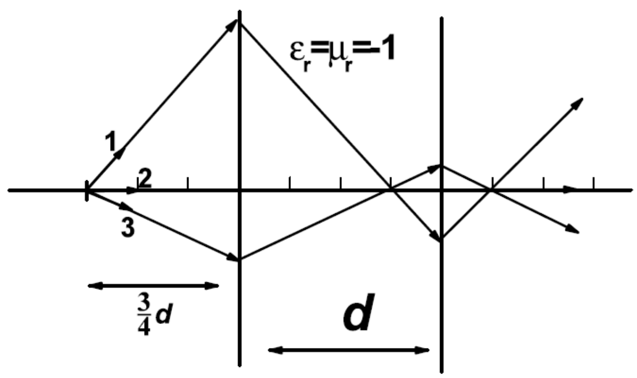
$$k(CD - AE) = \sqrt{\varepsilon\mu}k \cdot BC \Rightarrow CD > AE$$

(1,5 ქულა)

(4) $CD\text{-}AE = AC \cdot \sin\theta_r$, $BC = AC \cdot \sin\theta_I$

$$\sin\theta_r = \sqrt{\varepsilon\mu}\sin\theta_i \qquad \textbf{(0,5 ქულა)}$$

ბ) რადგანაც $\varepsilon=\mu=-1$, ამიტომ $\theta_r=\theta_i$. შესაბამისი ნახაზი ასეთია



(1 ქულა)

გ) ორ მეზობელ სხივს შორის ფაზათა სხვაობა იქნება

$\Delta\varphi=2k\cdot0.6d-2\cdot0.5k\cdot0.4d+2\pi$ **(1,5 ქულა)**

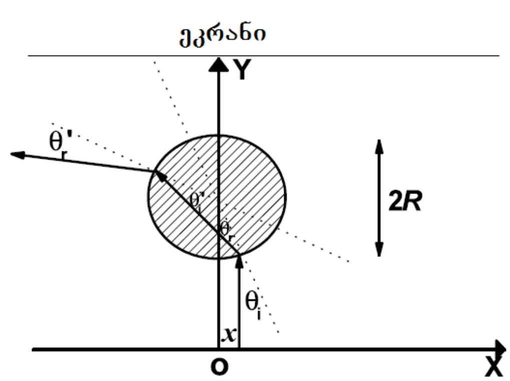
პირველი წევრი დაგროვდა ჰაერის შუალედის აქეთ-იქეთ გავლისას, მეორე წევრი უჩვეულო ნივთიერების აქეთ-იქეთ გავლისას და უკანასკნელი ორი არეკვლისას.

გავითვალისწინოთ, რომ $k=2\pi/\lambda$ **(0,25 ქულა)** და ინტერფერენციული გაძლიერების პირობაა $\Delta\varphi=m\cdot2\pi$, სადაც m მთელი რიცხვია.

(0,25 ქულა)

აქედან მიიღება $\lambda=0.8d/m$, $m=1, 2, 3, \ldots$

(0,5 ქულა)



დ) რადგანაც $\varepsilon=\mu=-1$, ამიტომ $\theta_r=\theta_I$, ასევე $\theta'_r=\theta'_i$. გეომეტრიიდან კი მიიღება, რომ $\theta_r=\theta'_i$.

აღვნიშნოთ ეს კუთხეები როგორც θ.

(0,5 ქულა)

სხივი მობრუნების კუთხეა 4θ. **(0,5 ქულა)**

სხივი ეკრანს არ მოხვდება, თუ $\pi/2 \le 4\theta \le 3\pi/2$ ანუ $\pi/8 \le \theta \le 3\pi/8$. **(0,5 ქულა)**

$\sin\theta = x/R$ მახვილი კუთხეებისათვის სინუსი ზრდადი ფუნქციაა, ამიტომ გვექნება

$$\sin(\pi/8) \le x/R \le \sin(3\pi/8)$$ **(0,5 ქულა)**

Y ღერძის მიმართ სიმეტრიის გამო, ასეთივე არე იქნება X ღერძის უარყოფით მხარეს. საბოლოოდ, მიუღწევლობის არე იქნება

$$\sin(\pi/8) \le |x|/R \le \sin(3\pi/8)$$ **(0,5 ქულა)**