შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$$\begin{cases} \alpha Q_1 = P_0 & (1) \\ \alpha Q_2 + \beta Q_1 = P_0 & (2) \\ \beta Q_1 + \beta Q_2 + \alpha Q_3 = P_0 & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha Q_2 + \beta Q_1 = \alpha Q_1 & (4) \\ \alpha Q_3 + \beta(Q_1 + Q_2) = \alpha Q_1 & (5) \end{cases}$$

$\alpha$, $\beta$ - პროპორციულობის კოეფიციენტები

(5)-დან $\alpha Q_2 + \cancel{\beta Q_1} = \alpha Q_3 + \cancel{\beta Q_1} + \beta Q_2$

$$Q_3 = \frac{Q_2}{\alpha}(\alpha - \beta)$$

(4)-დან $\alpha Q_1 = \beta Q_1 + \alpha Q_2$

$$Q_1 \frac{(\alpha - \beta)}{\alpha} = Q_2$$

$$\frac{\alpha - \beta}{\alpha} = \frac{Q_2}{Q_1}$$

(4)-ს (5)-ში ჩასმით $Q_3 = \frac{Q_2^2}{Q_1}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

[illegible] [illegible] [illegible] $\Delta E = mg(t_u - t_d)$ [illegible] $-mg(t_u - t_d)$.

~~[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]~~ $\frac{mv^2}{2} + \Delta E = mgh$

შემდეგ [illegible] და $\Delta E' = -mg(t_u - t_d)\sqrt{(l - h)^2}$

მაშ $\Delta E = mg(t_u - t_d)$ [illegible] და $\frac{mv^2}{2} + \Delta E + \Delta E - \Delta E'$

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] და [illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

რადგან ცილინდრის სხვადასხვა ცილინდრი იმ წერტილში ვახშვება რომელზე $F_b$-ს მოქმედებს და თან ეს წერტილი არ ნაცვლდება $A_{F_b}=0$ და ვისარგებლოთ ენერგიის მუდმივობის ენერგია.

განვიხილოთ ლითონ მისი რადგან უკვეს ცენტრის მასა $\int_{x_0}^{R} h\cdot\cancel{g}\cdot\cancel{R}\,2x\,dx\cdot\cancel{\pi}=\cancel{\pi}R^2\cdot g\cdot\cancel{R}$

$R^1$ - სიგრძე

$\frac{\cancel{2}h(R^2-x_0^2)}{\cancel{2}}=R^2 \quad R^2-\frac{R^2}{h}=x_0^2 \quad x_0=R\sqrt{\frac{h-1}{h}}$ მასა $dm=\frac{m}{\int_{x_0}^{R}2\pi x\,dx}\cdot x\cdot dx$

სადაც $x$ მანძილია ცენტრიდან $dm=\frac{m}{\pi\cdot R^2\left(1-\frac{h-1}{h}\right)}\cdot x\cdot dx$

$$I=\int dm\cdot x^2=\int_{x_0}^{R}\frac{m}{\pi R^2}x^3dx=\frac{m}{4\pi R^2}\cdot(R^4-x_0^4)=\frac{m}{4\pi R^2}R^4\left(1-\left(\frac{h-1}{h}\right)^2\right)=$$

$$=\frac{m}{4\pi}\cdot R^2\left(1-\frac{(h-1)^2}{h^2}\right)$$ ენერგიის მუდმივობით $mg\,dh=d\left(\frac{mv^2}{2}+\frac{I\omega^2}{2}\right)$

$$\cancel{m}g\,dx\cdot\sin\alpha=\frac{\cancel{m}}{2}d(v^2)\left(1+\frac{1}{4\pi}\left(1-\frac{(h-1)^2}{h^2}\right)\right)$$

$$g\,\cancel{v}dt\sin\alpha=\cancel{v}dv\left(1+\frac{1}{4\pi}\left(1-\frac{(h-1)^2}{h^2}\right)\right)$$

$$\frac{dv}{dt}=g\sin\alpha\Big/\left(1+\frac{1}{4\pi}\left(1-\frac{(h-1)^2}{h^2}\right)\right)=a_1$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

| მაგიდა № 2 | 12.04.2016/ ფიზ/I/ 017 |
|---|---|

| ამოცანა № 3 | გვერდი № 2 |
|---|---|

ახლა სხეული ცილინდრი

$$mg\,dx\sin\alpha = d\left(\frac{\cancel{m}v^2}{2}+\frac{I_2\omega^2}{2}\right)$$

$$\cancel{mg}\,\cancel{dx}\sin\alpha = \frac{3m}{\frac{4}{2}}\,2v\,dv \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{2}{3}g\sin\alpha = a_2$$

ახლა [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] ამიტომ [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

$$\cancel{m}g\,dx\sin\alpha = d\left(\frac{\cancel{m}v^2}{2}+\frac{\cancel{m}}{5\pi R^2}\cdot\int_{x_0}^{R}x\,dx\cdot\frac{R^2}{4\pi}\cdot\left(1-\frac{(n-1)^2}{n^2}\right)\cdot\frac{\omega^2}{2}\right)$$

$$g\,v\,dt\cdot\sin\alpha = d\left(\frac{v^2}{2}+\frac{R^2}{4\pi^2\cancel{R^2}}\cdot R^2\left(1-\left(\frac{n-1}{n}\right)\cdot\left(1-\frac{(n-1)^2}{n^2}\right)\right)\frac{\omega^2}{2}\right)$$

$$g\,v\,dt\sin\alpha = v\,dv\left(1+\left(1-\frac{(n-1)^2}{n^2}\right)\Big/4\pi^2\right)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g\sin\alpha}{1+\left(\frac{1}{4\pi^2}-\frac{(n-1)^2}{4n^2\pi^2}\right)} = a_3$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

ამოცანა № 3

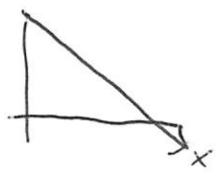
გვერდი № 3

გ)

ბრუნვის განტოლება $M = I\varepsilon$  X: ნიუტონის II კანონი $mg\sin\alpha - F_b = ma$  X

$$F_b \cdot R = I\frac{a}{R}$$

$$F_b = \frac{I}{R^2}\cdot a$$



$$\frac{I}{R^2}\cdot g\sin\alpha - \frac{I}{mR^2}\cdot F_b = F_b$$

$$F_b = \frac{\frac{I}{R^2}g\sin\alpha}{\frac{I}{mR^2}+1}$$

$$F_b \le \mu mg\cos\alpha$$

$$\frac{\frac{I}{R^2}g\sin\alpha}{\frac{I}{mR^2}+1} \le \mu mg\cos\alpha$$

$$\frac{mI\,g\sin\alpha}{I+mR^2} \le \mu mg\cos\alpha$$

$$\sqrt{\frac{\frac{mI\,g\sin\alpha}{\mu mg\cos\alpha} - I}{m}} \le R \quad \text{ეს პირობა}$$

ახლა ჩავწეროთ თითოეული ინერციის მომენტი სხვა შემთხვევისთვის $R \ge \sqrt{\frac{\frac{m^2R^2g\sin\alpha}{2\mu mg\cos\alpha} - \frac{mR^2}{2}}{m}}$

[illegible] შემთხვევისთვის $R \ge \sqrt{\frac{\frac{mR^2}{4\pi}\left(1-\frac{(n-1)^2}{n^2}\right)\cdot\left(\frac{mg\sin\alpha}{\mu mg\cos\alpha}-1\right)}{m}}$

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

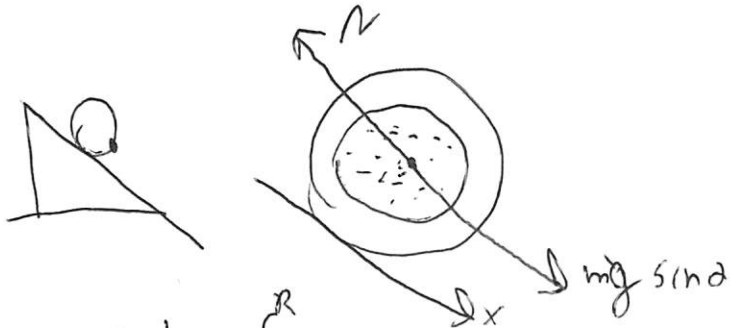
ამოცანა № 3

გვერდი № 4

და ~~[illegible]~~ [illegible]

$$R \geq \sqrt{\left(\frac{\cancel{m}R}{4\pi^2}\right)^2 \cdot \left(1-\frac{n-1}{n^2}\right) \cdot \left(\frac{m g \sin\alpha}{\mu g m \cos\alpha}-1\right)}$$

ზ)




$$m' g \sin\alpha - N = m' a_3$$

$$N = -m' \cdot a_3 + m' g \sin\alpha$$

$$m' = \frac{m}{\pi R^2} \cdot \int_{x_0}^{R} x\,dx = \frac{m}{\pi R^2} \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{m}{\pi}$$

$$N = \frac{m}{\pi} \cdot \left( g\sin\alpha - \frac{g\sin\alpha}{1+\left(\frac{1}{4\pi^2} - \frac{(n-1)^2}{4\pi^2 n^2}\right)} \right)$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

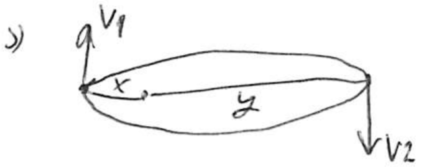
შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2 | 12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

ამოცანა № 4 | გვერდი № 1

ა)




$$\begin{cases} m V_1 x = m V_2 y \\ x + y = 2a \\ \frac{m V_1^2}{2} - G\frac{mm}{x} = E_{სრ} \\ \frac{m V_2^2}{2} - G\frac{mm}{y} = E_{სრ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = \frac{V_1(2a-y)}{y} \\ \frac{m V_1^2}{2} - G\frac{mm}{2a-y} = E_{სრ} \\ \frac{m V_1^2}{2}\left(\frac{2a-y}{y}\right)^2 - G\frac{mm}{y} = E_{სრ} \end{cases}$$

$$\left(E_{სრ} + G\frac{mm}{2a-y}\right)\left(\frac{2a-y}{y}\right)^2 - G\frac{mm}{y} = E_{სრ}$$

$$\cancel{E_{სრ} = -G\frac{mm}{2a}}$$

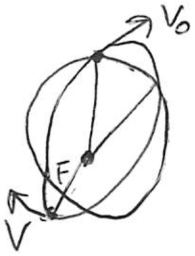
$$\frac{E_{სრ}}{y^2}(2a-y)^2 + Gmm\frac{(2a-y)}{y^2} - G\frac{mm}{y} = E_{სრ}$$

$$-\frac{E_{სრ}}{y^2}(4a^2 - 4ay + y^2 - y^2) = G\frac{mm}{y^2}(2a - 2y)$$

$$-E_{სრ}\, 2a(a-y) = Gmm(a-y)$$

$$E_{სრ} = -G\frac{mm}{2a}$$

ზ)




დავწეროთ იმპულსის მომენტის კანონი

$mR\cos\alpha \cdot V_0 = mFV$ სადაც F არის მანძილი
ბირთვის წერტილიდან ფოკუსამდე (ელიფსის ცენტრი)

$$V = \frac{R\cos\alpha V_0}{F}$$ ენერგიის მუდმივობის კანონი

$$\frac{mV_0^2}{2} - \frac{GMm}{R} = \frac{mV^2}{2} - \frac{GMm}{F}$$ მინიშვნელობის შენახვის კანონი

$$F^2\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right) + GMF - \frac{mV_0^2R^2\cos^2\alpha}{2} = 0$$

$$F = \frac{-GM \pm \sqrt{G^2M^2 + 4\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right)V_0^2\frac{R^2\cos^2\alpha}{2}}}{2\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right)}$$ → უარყოფითია (რადგან ელიფსური ტრაექტორიაა)

$$F = \frac{GM \pm \sqrt{G^2M^2 + 4\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right)V_0^2\frac{R^2\cos^2\alpha}{2}}}{2\left(\frac{GM}{R} - \frac{V_0^2}{2}\right)}$$

ვიღებთ − ანს სადაც
+ ის არის მაქსიმალური F + d სადაც
d ფოკუსებს შორის მანძილია

$$F = \frac{GM - \sqrt{G^2M^2 + 2\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right)V_0^2R^2\cos^2\alpha}}{2\left(\frac{GM}{R} - \frac{V_0^2}{2}\right)}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

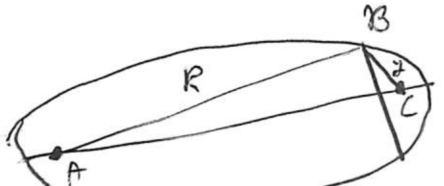
შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

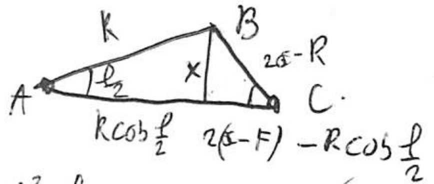
ამოცანა № 4

გვერდი № 3




$R + y = 2a$

$y = 2a - R$




$$x^2 = R^2 - R^2\cos^2\frac{\varphi}{2} = (2a-R)^2 - \left(2(a-F) - R\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2$$

$$R^2\sin^2\frac{\varphi}{2} = (2a-R)^2 - \left(2(a-F) - R\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2$$

$$R^2\sin^2\frac{\varphi}{2} = 4a^2 - 4aR + R^2 - 4(a-F)^2 + 4(a-F)R\cos\frac{\varphi}{2} - R^2\cos^2\frac{\varphi}{2}$$

$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} + \frac{Gm\cancel{m}}{R} = \frac{Gm\cancel{m}}{2a} \qquad a = \frac{Gm}{2\left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}\right)}$$

$$\cancel{R^2 - R^2\cos^2\frac{\varphi}{2}} = \frac{G^2m^2}{\left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}\right)} - \frac{2Gm}{\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}}\cdot R + \cancel{R^2} - 4\left(\frac{Gm}{2\left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}\right)} - F\right) +$$

$$+ 4(a-F)R\cos\frac{\varphi}{2} - \cancel{R^2\cos^2\frac{\varphi}{2}}$$

$$\frac{\frac{G^2m^2}{\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}} - \frac{2Gm}{\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}}\cdot R - 4\left(\frac{Gm}{2\left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{Gm}{R}\right)} - F\right)}{4(a-F)R} = \cos^2\frac{\varphi}{2}$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები ფიზიკის 47-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 2

12.04.2016/ ფიზ/I/ 017

ამოცანა № 4

გვერდი № 4

[illegible] $V_0$-ს [illegible]
[illegible] $V_0$

ვ) $V_0$-ს [illegible] $R; \alpha; M$ $M$-ზე [illegible]
$g$-ს [illegible] $\cancel{m}g = G\frac{m\cancel{M}}{R^2}$ $M = \frac{gR^2}{G}$ [illegible]

დ)

$$h_{max} = F + (2(a-F) - R) = F + 2a - 2F - R =$$

$$= \frac{GM - \sqrt{G^2M^2 + 2\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right)V_0^2 R^2 \cos^2\alpha}}{2\left(\frac{GM}{R} - \frac{V_0^2}{2}\right)} + \frac{GM}{\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}} -$$

$$= \frac{2\cdot\left(GM - \sqrt{G^2M^2 + 2\left(\frac{V_0^2}{2} - \frac{GM}{R}\right)V_0^2R^2\cos^2\alpha}\right)}{\frac{GM}{R} - \frac{V_0^2}{2}} - R$$

$V_0$ [illegible]

ე) [illegible]