

მონაცემების დამუშავება (15 ქულა)

მონაცემების დამუშავების გური გრძელდება 3 საათი და 30 წუთი ფასდება მაქსიმუმ 15 ქულით.

გურის მსვლელობისას

გეძლევათ სამუშაო ფურცლები, სადაც დაწვრილებით უნდა აღწეროთ შესრულებული სამუშაო. თუ ფურცელზე ისეთი რამ დაწერეთ, რაც არ გინდათ რომ შეფასდეს, გადახაზეთ ჩანაწერი. გამოიყენეთ ყოველი ფურცლის მხოლოდ წინა მხარე.

შეეცადეთ გააკეთოთ რაც შეიძლება მოკლე ჩანაწერები: გამოიყენეთ განტოლებები, ლოგიკური ოპერატორები და ნახაგები (ნახაგები) თქვენი ჩანაწერის საილუსტრაციოდ. ერიდეთ გრძელი წინადადებების გამოყენებას. ცდომილებების გამოთვლა არაა საჭირო, თუკი ეს საგანგებოდ არ არის მოთხოვნილი. სამაგიეროდ გევალებათ ციფრების სწორი სიმუსგით მითითება, როდესაც რაიმე რიცხვს დააფიქსირებთ. გრაფიკების აგებისას ეცადეთ დანაყოფებიანი ქალაღლი გამოიყენოთ მაქსიმალურად. გრაფიკზე მიუთითეთ გადაზომილი სიდიდეები და მასშტაბი. შეავსეთ ცხრილები საჭირო სიდიდეებით გრაფიკის აგებისას.

უფლება გაქვთ ამოხსნათ ამოცანის მომდევნო ნაწილები მაშინაც კი, თუ წინა ნაწილები ამოხსნილი არ გაქვთ.

გურის დამთავრების შემდეგ

დაუყოვნებლივ უნდა შეწყვიტოთ წერა. დაალაგეთ ფურცლები შემდეგი თანმიმდევრობით: ამოცანის პირობა, სამუშაო ფურცლები, შავი ფურცლები (ფურცლები, რომელთა გასწორებაც არ გსურთ).

დარჩით თქვენს მაგიდასთან და დაელოდეთ, სანამ თქვენი გამცილებელი გაგიყვანთ ექსპერიმენტის ოთახიდან.

არ დაგავიწყდეთ, თან გაიყოლოთ წყლის ბოთლი და, თუ გაქვთ, დარჩენილი საჭმელი.

ნაწილი 1: წრფივი რეგრესია (1.6 ქულა)

ცხრილში N1 ცვლადები ერთმანეთზე წრფივად არიან დამოკიდებული: $Y = bX + a$. თქვენი მიზანია მილიმეტრულ დანაყოფებიან ქალაქებში ააგოთ Y და X სიდიდეების დამოკიდებულების გრაფიკი და იპოვოთ b და a კოეფიციენტები.

- მილიმეტრულ დანაყოფებიან ქალაქებში ააგეთ ამ დამოკიდებულების გრაფიკი (0.9)
- მონაცემებზე გაავლეთ (მოარგეთ) წრფე (0.2)
- იპოვეთ a , b კოეფიციენტები ორი დამოუკიდებელი მეთოდით:
 1. გრაფიკის და მონაცემებზე გავლებული წრფის (0.25)
 2. კალკულატორის რეგრესიის ფუნქციის გამოყენებით (0.25)

ნაწილი 2. წრფივობის უბანი (2.6 ქულა)

ცხრილში N2 ცვლადები ერთმანეთზე რაღაც უბანზე (წრფივობის უბანი) წრფივად არიან დამოკიდებული: $Y = bX + a$. მონაცემებთან ერთად ცხრილში ასევე მოცემულია Y და X -ის გაზომვის ცდომილებები. თქვენი მიზანია: მილიმეტრულ დანაყოფებიან ქალაქებში ააგოთ Y და X სიდიდეების დამოკიდებულების გრაფიკი ცდომილებების მითითებით; იპოვოთ წრფივობის უბანი; გადაყაროთ (გრაფიკზე გადახაზეთ x -ით) წერტილები რომლებიც შესაძლოა იყოს არასწორი ანათვალა და იპოვოთ b და a კოეფიციენტები.

გრაფიკს არაწრფივ უბანში აქვს მინიმუმი. უნდა იპოვოთ მინიმუმის რაც შეიძლება ზუსტი მნიშვნელობა.

- მილიმეტრულ დანაყოფებიან ქალაქებში ააგეთ ამ დამოკიდებულების გრაფიკი, გრაფიკზე დაიგანეთ ცდომილებები (1)
- აარჩიეთ წრფივობის უბანი და მონიშნეთ გრაფიკზე (0.2)
- გადახაზეთ წერტილები x -ით, რომლებიც შესაძლოა იყოს არასწორი გაზომვის შედეგები (გაასუფთავეთ). ეს წერტილები შემდეგ პუნქტებში არ გაითვალისწინოთ (0.2).
- წრფივ უბანზე არსებულ მონაცემებზე გაავლეთ (მოარგეთ) წრფე (0.2)
- იპოვეთ a , b კოეფიციენტები ორი დამოუკიდებელი მეთოდით:
 1. გრაფიკის და მონაცემებზე გავლებული წრფის (0.25)
 2. კალკულატორის რეგრესიის ფუნქციის გამოყენებით (0.25)
- **გაზომვის ცდომილებების გათვალისწინება არ არის საჭირო.**
- იპოვეთ ფუნქციის მინიმუმის შესაბამისი წერტილის რაც შეიძლება ზუსტი მნიშვნელობა. (0.5)

ნაწილი 3: ცვლადების გარდაქმნა წრფივი რეგრესიისათვის (2.1 ქულა)

ცხრილში N3 ცვლადები ერთმანეთზე დამოკიდებული არიან გამოსახულებით: $Y = k * exp(pX^2)$, აქ exp ექსპონენციალური ფუნქცია (e -ს ხარისხს) ნიშნავს. თქვენი მიზანია იპოვოთ სიდიდეები, რომლებიც წრფივად არიან ერთმანეთზე დამოკიდებული. მილიმეტრულ დანაყოფებიან ქალაქებში ააგოთ ამ სიდიდეებით მიღებული წრფივი დამოკიდებულების გრაფიკი და იპოვოთ k და p კოეფიციენტები.

- მოიყვანეთ სიდიდეები, რომლებიც ერთმანეთზე წრფივად არიან დამოკიდებული და დაწერეთ შესაბამისი ფორმულა. (0.2)
- შეავსეთ ცხრილი წრფივი გრაფიკის დასახატად საჭირო სიდიდეების მნიშვნელობებით. (0.5)
- ააგეთ წრფივი გრაფიკი და გაავლეთ მონაცემებზე გამავალი წრფე (1.1)
- იპოვეთ k და p კოეფიციენტები სასურველი მეთოდით (0.3)

ნაწილი 4: ცდომილების განსაზღვრა (3.1 ქულა)

ცხრილში N4 ცვლადები ერთმანეთზე დამოკიდებული არიან გამოსახულებით:

$Y = \ln(\lg(X) + k) - \ln(X) + \ln(p)$. თქვენი მიზანია იპოვოთ სიდიდეები, რომლებიც წრფივად არიან ერთმანეთზე დამოკიდებული (წინა პუნქტის მსგავსად). მილიმეტრულ დანაყოფებიან ქალაქში ააგოთ ამ სიდიდეებით მიღებული წრფივი დამოკიდებულების გრაფიკი, იპოვოთ k და p კოეფიციენტები და მათი ცლომილებები.

ცხრილში ცვლადი X მოცემულია რადიანებში.

- მოიყვანეთ სიდიდეები, რომლებიც ერთმანეთზე წრფივად არიან დამოკიდებული და დაწერეთ შესაბამისი ფორმულა. (0.3)
- შეავსეთ ცხრილი წრფივი გრაფიკის დასახვად საჭირო სიდიდეების მნიშვნელობებით. (0.5)
- ააგეთ წრფივი გრაფიკი (0.9)
- გრაფიკის გამოყენებით დაითვალეთ k და p კოეფიციენტები და მათი ცლომილებები (0.9)
- კალკულატორის გამოყენებით დაითვალეთ k და p კოეფიციენტები და მათი ცლომილებები (0.5)

ნაწილი 5: ლოგარითმული გრაფიკი (3 ქულა)

როდესაც ექსპერიმენტის მსვლელობისას გამოძილი სიდიდეები ერთმანეთთან ხარისხობრივად არის დამოკიდებული, მაშინ შეგვიძლია გამოვიყენოთ სრულად ლოგარითმული ($\log-\log$) ან ნახევრად ლოგარითმული (semi log) გრაფიკის ქალაქები. წრფივი გრაფიკის მისაღებად ლოგარითმული სკალის გამოყენების დროს აღარ არის აუცილებელი ცვლადების გარდაქმნა, რაც აუცილებელია მილიმეტრულ დანაყოფებიანი ქალაქის გამოყენებისას. ამ ნაწილში უნდა ააგოთ სრულად ლოგარითმული და ნახევრად ლოგარითმული გრაფიკები და იპოვოთ განტოლების პარამეტრები.

5.1 ნახევრად ლოგარითმული სკალა (1.5 ქულა)

ნახევრად ლოგარითმულ სკალაზე ერთ-ერთ ღერძზე ხაზებს შორის დაშორებები მუდმივია (ისევე როგორც მილიმეტრულ დანაყოფებში), ხოლო მეორეზე არაა მუდმივი (დაშორებები შეესაბამება ლოგარითმს 10-ის ფუძით). ასეთი სკალა შეგვიძლია გამოვიყენოთ როდესაც ერთ-ერთი ცვლადი ექსპონენცის (ან სხვა რაიმე

რიცხვის) ხარისხშია: $Y = \alpha e^{\beta X}$. ორივე მხარეზე ლოგარითმის (10-ის ფუძით) მოღებით მივიღებთ

$\log Y = X \beta \log e + \log \alpha$, საიდანაც ჩანს, რომ X უნდა გადავზომოთ წრფივ ღერძზე, ხოლო Y ლოგარითმულზე.

ცხრილში N5.1 წერტილები აკმაყოფილებს განტოლებას $Y = \alpha e^{\beta X}$.

- ნახევრად ლოგარითმულ ქალაქში ააგეთ ამ დამოკიდებულების გრაფიკი და მონაცემებზე გაავლეთ (მოარგეთ) წრფე (1.2)
- იპოვეთ α , β კოეფიციენტები (0.3)

5.2 სრულად ლოგარითმული სკალა (1.5 ქულა)

სრულად ლოგარითმულ სკალაზე ორივე ღერძზე ხაზებს შორის დაშორებები არაა მუდმივი და დაშორებები შეესაბამება ლოგარითმს 10-ის ფუძით. ასეთი სკალა შეგვიძლია გამოვიყენოთ როდესაც განტოლებაში

ერთ-ერთი ცვლადი ხარისხშია აყვანილი: $Y = \alpha X^\beta$. ორივე მხარეზე ლოგარითმის (10-ის ფუძით) მოღებით

მივიღებთ $\log Y = \beta \log X + \log \alpha$, საიდანაც ჩანს, რომ ორივე ცვლადი X და Y უნდა გადავზომოთ ლოგარითმულ სკალაზე, შესაბამისა უნდა გამოვიყენოთ სრულად ლოგარითმული სკალა.

ცხრილში N5.2 წერტილები აკმაყოფილებს განტოლებას $Y = \alpha X^\beta$.

- სრულად ლოგარითმულ ქალაქში ააგეთ ამ დამოკიდებულების გრაფიკი და მონაცემებზე გაავლეთ (მოარგეთ) წრფე (1.2)
- იპოვეთ α , β კოეფიციენტები (0.3)

ნაწილი 6: ფუნქციის ცლომილების განსაზღვრა (2.6 ქულა)

ამოცანის ამ ნაწილში უნდა განსაზღვროთ სამიზნე სიდიდის ცლომილება, როდესაც მოცემული გვაქვს ფორმულაში შემავალი სიდიდეების მნიშვნელობები და მათი ცლომილებები.

ფუნქცია 1:

მოცემული გაქვთ ზამბარის რხევის პერიოდის გამოსახულება

$$T = 2\pi\sqrt{l/k}$$

გამოსახულებაში $l = 1.25 \pm 0.04$ მ, $k = 74.3 \pm 0.9$ მ/წმ²

- გამოსახეთ T -ს ცლომილება l , Δl , k , Δk -ს გამოყენებით, მიუთითეთ გამოყვანაც (0.5)
- გამოითვალეთ T და ΔT -ს რიცხვითი მნიშვნელობები (0.3)

ფუნქცია 2:

მოცემული გაქვთ კონდენსატორის ძაბვის გამოსახულება მისი წინააღმდეგე განმუხტვის დროს:

$$V = V_0 \exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

\exp აღნიშნავს e -ს ხარისხს,

$V_0 = 5.2 \pm 0.4$ ვ, $t = 0.60 \pm 0.01$ წმ, $R = 1.01 \pm 0.02$ კილო ომი, $C = 0.62 \pm 0.04$ მილი ფარადი.

- გამოსახეთ V -ს ცლომილება V_0 , ΔV_0 , t , Δt , R , ΔR , C , ΔC -ს გამოყენებით, მიუთითეთ გამოყვანა (0.5)
- გამოითვალეთ T და ΔT -ს რიცხვითი მნიშვნელობები (0.3)

ფუნქცია 3:

მოცემული გაქვთ RCL წრედში ცვლადი ძაბვის მოდებისას დენის ძალის გამოსახულება:

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L + 1/\omega C)^2}}$$

გამოსახულებაში $V = 22.0 \pm 0.5$ ვ, $R = 15.3 \pm 0.7$ ომი, $\omega = 50 \pm 2$ ჰც, $L = 0.15 \pm 0.02$ ჰენრი, $C = 1.49 \pm 0.11$ მილი ფარადი.

- გამოსახეთ I -ს რიცხვითი მნიშვნელობა და მისი ცლომილება, მიუთითეთ ცლომილების გამოთვლის მეთოდი (1)

შეგიძლიათ ჩაწეროთ ცხრილებში

ცხრილი 1

X (მ)	Y (მ)		
0.25	150.237		
0.83	150.297		
1.88	150.889		
2.41	150.756		
3.06	151.161		
3.70	151.331		
4.35	151.480		
5.11	151.838		
6.21	152.103		
6.65	152.380		
7.57	152.747		
7.96	153.179		
8.59	153.361		
9.32	153.536		
10.41	153.711		

ცხრილი 2

X (წმ)	Y (მ)	ΔX (წმ)	ΔY (მ)				
51.4	158.4	3.0	15.0				
59.4	126.9	3.0	15.0				
67.5	106.7	3.0	15.0				
75.2	108.7	3.0	15.0				
86.5	131	3.0	15.0				
91.6	148.2	3.0	15.0				
100.4	217.6	3.0	15.0				
109.5	193.2	3.0	15.0				
117.6	211.3	3.0	15.0				
125.1	259.4	3.0	15.0				
132.4	232.6	3.0	15.0				
141.3	251.6	3.0	15.0				
148.6	249.8	3.0	15.0				
158.4	265.3	3.0	15.0				
164.4	223.3	3.0	15.0				
172.6	298	3.0	15.0				
181.6	301.9	3.0	15.0				
186.6	351.9	3.0	15.0				
198.4	316.1	3.0	15.0				
203.3	329.3	3.0	15.0				

ცხრილი 3

X (მ)	Y (მ)				
0.01722	5.692				

0.07522	5.819				
0.10492	6.272				
0.15598	6.861				
0.16911	6.534				
0.18617	7.050				
0.25112	8.527				
0.27151	8.593				
0.33174	9.323				
0.32550	10.466				
0.37914	11.455				
0.39895	12.050				
0.44412	13.704				
0.48367	17.204				
0.52602	21.069				

ცხრილი 4

X (რად)	Y				
1.39004	3.651				
1.40087	3.639				
1.40537	3.692				
1.42104	3.693				
1.43046	3.720				
1.43326	3.745				
1.44576	3.807				
1.44902	3.789				
1.45924	3.875				
1.46023	3.840				
1.46597	3.904				
1.46958	3.922				
1.47412	3.979				
1.47918	4.003				
1.48130	4.017				

ცხრილი 5.1

X	Y
0.0076	85.305
0.0823	47.392

ცხრილი 5.2

X	Y
40.42	1126
70.11	2552

0.1209	35.988
0.1483	29.149
0.1537	28.071
0.2123	18.211
0.2371	14.782
0.2862	11.102
0.3264	7.129
0.3426	6.289
0.3669	6.290
0.4199	4.817
0.4508	4.366
0.4695	3.314
0.5060	2.612

93.66	4047
113.97	5598
143.23	9124
164.86	12018
194.50	16694
216.76	20225
241.16	24992
266.74	30918
285.20	35342
312.14	42049
339.52	49761
358.34	55175
381.11	62452