

გიორგი ბერძულიშვილი, თამარ დოგრაშვილი,  
გიორგი ბრეგაძე, ირინე გოგიბერიძე

საქართველო დაწყებითი კლასების

მათემატიკის ამოცანებში

გიორგი ბერძულიშვილი, თამარ დოგრაშვილი,  
გიორგი ბრეგაძე, ირინე გოგიბერიძე

# საქართველო დაწყებითი კლასების მათემატიკის ამოცანებში

ქუთაისი  
2023

საქართველო დაწყებითი კლასების მათემატიკის  
ამოცანებში

გიორგი ბერძულიშვილი, თამარ დოგრაშვილი,  
გიორგი ბრეგაძე, ირინე გოგიბერიძე

Georgia in elementary grades of mathematics  
problem-solving tasks

Giorgi Berdzulishvili, Tamar Dograshvili,  
Giorgi Bregadze, Irine Gogiberidze

მონოგრაფია მომზადდა შოთა რუსთაველის საქართვე-  
ლოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის ფინანსური მხარდა-  
ჭერით გრანტის „საქართველო დაწყებითი კლასების  
მათემატიკის ამოცანებში“ (NSP-22-414) ფარგლებში.



The monograph was prepared with the financial support of Shota Rusta-  
veli National Science Foundation within the grant „Georgia in elementary  
grades of mathematics problem-solving tasks“ (NSP-22-414).

**რეცენზენტები:**

1. პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორი, სოხუმის სახელმწიფო უნი-  
ვერსიტეტის პროფესორი ჯემალ ჯინჯიხაძე;
2. განათლების დოქტორი, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსი-  
ტეტის ასისტენტ-პროფესორი ირმა ჩხიკვაძე

**რედაქტორი:**

განათლების დოქტორი, ასოცირებული პროფესორი ბაკურ ბაკურაძე

ISBN 978-9941-495-90-8

მონოგრაფია გამოსაცემად დამტკიცებულია აკაკი წერეთლის  
სახელმწიფო უნივერსიტეტის დარგობრივი სარედაქციო-  
საგამომცემლო საბჭოს მიერ (ოქმი №1, 21 მარტი 2023 წელი)

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა  
ქუთაისი, თამარ მეფის ქუჩა №59

## ავტორთა წინასიტყვაობა

მონოგრაფიაში განხილულია ისეთი მათემატიკური ამოცანები და მათი სისტემები ეკოლოგიიდან, ეთნოლოგიიდან, ისტორიიდან, სამხედრო საქმიდან, ეკონომიკიდან, ფინანსებიდან სოფლის მეურნეობიდან, სპორტიდან, ტურიზმიდან, გეოგრაფიიდან, ლიტერატურიდან, ხელოვნებიდან, არქიტექტურიდან, ქართული მულტფილმებიდან და ზღაპრებიდან, კინოდან, საქართველოზე არსებულ მითებიდან, ლეგენდებიდან, საქართველოში არსებული ფლორადან და ფაუნადან, ბუნების დაცვიდან, მედიცინიდან, მოსწავლეთა ჯანსაღი კვებიდან, მაგნე ჩვევებიდან და სხვ. რომელთა საშუალებით შესაძლებელია საქართველოს შესწავლა სხვადასხვა კუთხით. მონოგრაფიაში ამოცანათა ნაწილი ამოხსნილია, მას დართული აქვს მეთოდური მითითებები და მასწავლებლის მიერ სავარაუდოდ დასასმელი კითხვები გადაცემული ცოდნის გასაღრმავებლად. შედგენილია თემატიკების მიხედვით ამოცანათა სისტემები, რომელზე დაყრდნობითაც შესაძლებელია მსგავსი ამოცანების შედგენა.

მეთოდურად დამუშავებულია დაწყებით კლასებში მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდები და ხერხები. აქცენტი გადატანილია ამოცანების ამოხსნის სწავლების ახალ მეთოდურ მიდგომებზე. მონოგრაფია განკუთვნილია სპეციალისტებისათვის, ის დაეხმარება დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებლებს, უნივერსიტეტების მათემატიკის და დაწყებითი განათლების სპეციალობის ბაკალავრიატის, მაგისტრატურის, დოქტორანტურის სტუდენტებს, დაწყებითი კლასების მათემატიკის საგნობრივ წრეებს, მათემატიკის საკვირაო სკოლებს, საზღვარგარეთ მცხოვრებ ქართველ ემიგრანტებს, საქართველოს და მათემატიკის შესწავლით დაინტერესებულ პირებს.

მონოგრაფიაში წარმოდგენილი მეთოდური მიდგომები ეყრდნობა ავტორების ხანგრძლივ პედაგოგიურ გამოცდილებას.

ქუთაისი.  
2023 წელი

# **I თავი**

## **მათემატიკური ამოცანებით სწავლების თეორიული საფუძვლები დაწყებით კლასებში**

### **§1.1. მათემატიკური ამოცანები. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლება დაწყებით კლასებში**

სიტყვა ამოცანა არცერთი ადამიანისათვის, დიდიანის თუ პატარა აღარ წარმოადგებს უცხოს, რადგან ამოცანებთან დაკავშირებულია ადამიანთა როგორც პიროვნული საქმიანობა, რომელიც უკავშირდება მის პროფესიას, ასევე თითქმის ყველა საყოფაცხოვრებო საკითხის გადაწყვეტას. ზოგადად ადამიანების წინაშე წამოჭრილ საკითხებს ამოცანებს უწოდებენ. ამოცანების გადაწყვეტის წინაშე დგას ყველა სახელმწიფო, კორპორაცია, ფირმა და ა.შ. აქ შეიძლება განსხვავება საკითხის დასმის მასშტაბურობაში, მისი განხორციელების ვადებში, საჭირო ფინანსებში, განმახორციელებელი პერსონალის კვალიფიკაციაში, რაოდენობაში და სხვ. იყოს, თორემ საკითხების გადასაწყვეტად შეიძლება გამოყენებული იქნეს ერთნაირი მიდგომები, როგორც მეცნიერული თვალსაზრისით, ისე ადამიანური რესურსებით.

ტერმინი-ამოცანა ერთნაირად აღიქმება ისეთი საკითხების მიმართ, რომლებიც ყოველდღიურ ცხოვრებაში წარმოიშვება და იმ საკითხების მიმართაც, რომლებშიც გადასაწყვეტია სუფთა სამეცნიერო თუ პედაგოგიური პრობლემები. მიუხედავად საკითხის

ასეთი მასშტაბურობის და მასიურობისა, მეცნიერებ-  
მა დღემდე ვერ ჩამოაყალიბეს საერთო მიდგომა, გან-  
მარტება ამოცანის მიმართ. არ არსებობს ამოცანის  
ცნების ისეთი განსაზღვრება, რომელიც ერთნაირად  
იქნება აღქმადი სხვადასხვა სფეროს, სხვადასხვა  
პროფესიის ადამიანებისათვის. ზოგიერთი ადამიან-  
ისათვის სიტყვა-ამოცანა აღიქმება, როგორც ისეთი  
სიტუაცია, რომელიც უნდა გარდაქმნას ადამიანმა,  
ჩაატაროს გარკვეული მსჯელობები, კვლევები და მის  
საფუძველზე მოახდინოს დასმული ამოცანის გადაწ-  
ყვეტა ან/და მისი ამოხსნა. ადამიანთა გარკვეული კა-  
ტეგორიისათვის ამოცანა განმარტებულია, როგორც  
გამოსაცნობი, გადასაწყვეტი, გადასაჭრელი საკითხი,  
მიზანი, მიზანდასახულობა, დასახული მიზნის მიღ-  
წევისკენ სწრაფვა, გარკვეული სახის მიღებული  
ან/და გაცემული დავალება, შეკითხვა, რომელიც მო-  
ითხოვს გარკვეულ ცოდნას და ამ ცოდნის საფუძ-  
ველზე ლოგიკური მსჯელობით ან/და ლოგიკური  
ოპერაციების შესრულების ან/და მათემატიკური გა-  
მოანგარიშებების შედეგად კითხვაზე პასუხის გაცე-  
მას, კონკრეტულ სიტუაციაში წამოჭრილი პრობლემა  
და მისთ. [6].

ამოცანებიდან ცალკე გამოიყოფა მათემატიკური  
ამოცანები. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნას ახო-  
რციელებენ სპეციალური მათემატიკური თეორიე-  
ბით, მათ გადასაწყვეტად იყენებენ უკვე შექმნილ  
სპეციალურ მეთოდებს ან/და ხერხებს ან ქმნიან ახალ  
მეთოდებს/ხერხებს, რომელთა გამოყენებით ხდება  
დასმული პრობლემის/ამოცანის ამოხსნა. მათემატი-

კურ ამოცანებს შორის გამოყოფენ მათემატიკის დარგის სამეცნიერო პრობლემების გადასაწყვეტ ამოცანებს, რომელთა ამოხსნით ვითარდება და წინ მიდის მათემატიკის მეცნიერება, ემსახურება მათემატიკის გამოყენებას სხვადასხვა არამათემატიკური მეცნიერებების პრობლემების გადაწყვეტას და მათემატიკის გამოყენებითი პოტენციალის გაზრდას. მათემატიკურ ამოცანებს შორის ცალკეა გამოყოფილი ამოცანების კლასი, რომლებიც გამოიყენება საადმინისტრაციო მიზნებისათვის, პედაგოგიური პრობლემების გადასაჭრელად. ასეთი ამოცანები გამოიყენება მათემატიკური ცოდნის მისაღებად, ლოგიკური უნარების განსავითარებლად, ემსახურება მათემატიკური ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენებას და სხვ. საგანმანათლებლო მიზნებისათვის მათემატიკური ამოცანები თავისი შინაარსით, სირთულით, ამოხსნის მეთოდებით ერთმანეთისაგან განსხვავებული შეიძლება იყოს სხვადასხვა ჯგუფისათვის. მაგალითად, მოსწავლეებისათვის, სტუდენტებისათვის, მასწავლებლებისათვის და ა.შ. საგანმანათლებლო მიზნით მათემატიკური ამოცანები თავისი შინაარსით და სირთულით ერთმანეთისაგან განსხვავებული შეიძლება იყოს არა მარტო სხვადასხვა ჯგუფისათვის, არამედ ერთი და იმავე ჯგუფის სხვადასხვა წევრებისთვისაც კი, რომლებიც ერთსა და იმავე დონეზე იმყოფებიან. მაგალითად, ჩვეულებრივი სასწავლო პროგრამით მომუშავე სკოლის კონკრეტული კლასის მათემატიკური ამოცანები თავისი სირთულით განსხვავდება (უფრო დაბალი სირთულისაა), ვიდრე იმავე კლასის ფიზიკა-მათე-

მატიკის პროფილირებული სკოლის მოსწავლეები-სათვის განკუთვნილი მათემატიკური ამოცანები. როგორი განსხვავებულიც არ უნდა იყოს ის მათემატიკური ამოცანები, რომლებიც ემსახურება საგანმანათლებლო მიზნების განხორციელებას, მათ აქვთ ერთი უმთავრესი მიზანი: მათი საშუალებით საგანმანათლებლო პრობლემის გადაჭრა მიზნად ისახავს მასში ჩართული პიროვნების ცოდნის გადაცემას ან/და ამაღლება-დაზუსტებას, რაც ეფუძნება პრინციპს: არცოდნიდან ცოდნისაკენ, არაზუსტი ცოდნიდან-ზუსტი ცოდნისკენ აზრთა მსვლელობას. [6].

თავისი შინაარსით, მათემატიკის სასწავლო ამოცანები ერთმანეთისაგან განსხვავდება როგორც სიუჟეტით, ასევე შინაარსით. ზოგიერთი სასწავლო ამოცანა ისეა შედგენილი, რომ ის შედგება მხოლოდ მათემატიკური ობიექტებისაგან, როგორცაა ნამდვილი რიცხვები ან მისი რომელიმე ქვესიმრავლე, ბრტყელი და სივრცითი გეომეტრიული ფიგურები, ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეზე ან მის რაიმე ქვესიმრავლეზე განსაზღვრული ფუნქციები და სხვ.

მათემატიკის სასწავლო ამოცანის სიუჟეტში და შინაარსი შესაძლოა უკავშირდებოდეს ადამიანებს, შინაურ ან/და გარეულ ცხოველებს, მანქანა-მოწყობილობებს, სითხეებს, სითხეთა შენარევებს, მეტალებს, შენადნობებს და ა.შ. ან/და მათ კონკრეტულ თვისებებს და მახასიათებლებს, როგორებიცაა რაოდენობა, ასაკი, სიჩქარე, პროდუქტიულობა, სიგრძე, წონა და ა.შ. აგრეთვე, მათემატიკის სასწავლო ამოცანებს უწოდებენ ისეთ ამოცანებს, რომელთა ყველა ობიექ-

ტი მათემატიკურია (ამა თუ იმ დებულების, თუ თეორემის დამტკიცება, არითმეტიკული გამოთვლები, გეომეტრიული აგებები, შესწავლილი მათემატიკური ცნების მახასიათებლების დადგენა და ა.შ.).

ავტორები მიიჩნევენ, რომ მათემატიკური ამოცანა წარმოადგენს მათემატიკური შინაარსის კითხვას, რომელშიც მოცემული სიდიდეების და ცნობილი მონაცემების გამოყენებით მოთხოვნილია კითხვაზე პასუხი ან მისი ამონახსნის მოძებნა [6].

ზოგიერთი მეთოდისტი სასწავლო მათემატიკურ ამოცანას აიგივებს პრობლემურ სიტუაციასთან. მას აქვს მკაფიოდ გამოხატული მიზანი, რომელიც ამომხსნელის მიერ უნდა იყოს მიღწეული; უფრო ვიწრო გაგებით, ამოცანას ზოგჯერ ასევე უწოდებენ მიზანს, რომელიც მოცემულია პრობლემური სიტუაციის სახით, ან მის ფარგლებში, ანუ რა სახის საკითხები უნდა გადაწყვეს სასკოლო მეცადინეობებზე; სასკოლო პრაქტიკაში, მათემატიკური ამოცანა აღნიშნავს სავარჯიშოს, რომელიც მოითხოვს ამონახსნის პოვნას გარკვეულ მოქმედებების, ლოგიკური დასკვნების, გამოთვლების, მათემატიკური გარდაქმნების, გეომეტრიულ სხეულთა თვისებების და ა.შ. გამოყენებით [1], [20].

განსხვავებით მაღალი კლასების მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებისაგან, ძირითადად დაწყებითი კლასებში მათემატიკის სწავლება მიმდინარეობს ამოცანების ამოხსნის სწავლებით, რადგან დაწყებით კლასებში მოსწავლეთა გონებრივი და ფსიქო-ფიზიოლოგიური განვითარება საშუალებას არ

იმლევა მათ მივაწოდოთ დიდი რაოდენობის თეორიული სასწავლო მასალა, ამიტომ დაწყებით კლასების მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოებში მათემატიკის თეორიული მასალა ან საერთოდ არ არის, ან მცირე რაოდენობით არის განთავსებული. ამიტომ მნიშვნელოვანია, თუ რას ჩავთვლით ამოცანად, რას დავარქმევთ ამოცანის კომპონენტებს, როგორ განვმარტავთ ამოცანის ამოხსნის პროცესს და ა.შ.

სხვადასხვა მეთოდისტი მათემატიკის ამოცანებს სხვადასხვანაირად განმარტავს და ერთმანეთისაგან განსხვავებულ ფუნქციებს მიაწერენ. ეს საკითხები სრულყოფილად არის გადმოცემული [1], [4] და სხვ. გამოკვლევებში და აქ მას დაწვრილებით აღარ განვიხილავთ. ჩვენ დავეყრდნობით ამოცანის შესახებ ინტუიციურ წარმოდგენებს, რომლის მიხედვით ამოცანა შედგება პირობის და კითხვისაგან. ამოცანის პირობა აღწერილია რაიმე სიუჟეტის სახით, მასში მონაწილეობს ობექტი ან ობიექტები და მათ შორის დამყარებულია გარკვეული მიმართებები. ამოცანის ბოლოს დასმულია კითხვა, რომლითაც მოთხოვნილია ან მათემატიკური ფიგურის აგება (ამოცანები აგებაზე), ან მათემატიკური ფაქტის დამტკიცება (ამოცანები დამტკიცებაზე), ან რომელიმე ობიექტის სიდიდის რიცხვითი მნიშვნელობების პოვნა (ამოცანები გამოთვლაზე) [1], [2], [4], [6], [7].

ამოცანის ამოხსნა გულისხმობს პროცესის ისე წარმართვას, რომ დადგეს ის შედეგი, რომელიც აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს. [1], [4], [6].

დაწყებით კლასებში მათემატიკის ამოცანებით სწავლების საკითხები გულისხმობს სასწავლო პროცესში მოსწავლეთა აქტიურ ჩართვას, ამიტომ ამოცანის ცნება კავშირში უნდა იყოს დაწყებითი კლასის მოსწავლეების გონებრივ შესაძლებლობებთან. დაწყებით კლასებში განიხილება სხვადასხვა სახის ამოცანები. თითოეული სახის ამოცანების სწავლება გარკვეული უნარების განვითარებას ახდენს მოსწავლეებში და თავისებურად სარგებლის მომტანია, მაგრამ ამ სახის ამოცანებს შორის განსაკუთრებულ გამოყოფას იმსახურებს ისეთი ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება საქართველოს ან/და საქართველოს შესწავლა აქვს დასახული მიზნად. ასეთი სახის ამოცანები აქტიურს ხდის მოსწავლეებს, ხელს უწყობს პატრიოტული გრძნობების აღზრდას. საქართველოს შესახებ ამოცანების სასწავლო პროცესში ჩართვას შეუძლია განსაკუთრებული სარგებელი მოუტანოს დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს, რადგან დაწყებით კლასებში სწავლის პერიოდში ხდება მოსწავლის გემოვნების ფორმირება სასწავლო საგნების მიმართ, მისი დამოკიდებულების ჩამოყალიბება მათემატიკის შესწავლისადმი. ფაქტია, რომ დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს და არა მარტო მათ მათემატიკის შესწავლისადმი ინტერესი დაბალი აქვთ. ამაზე ჩვენ არაერთხელ დაგვიწერია და აგვიღნიშნავს, რომ ამის მიზეზი სასკოლო ამოცანათა სისტემებია, რომლებიც ძირითადად ერთი ტიპისაა და უკავშირდება არითმეტიკული ოპერაციების-შეკრების, გამოკლების, გამრავლების და გაყოფის გამოყენებას. ასეთი ამოცანები

მოსწავლეებში ახდენს გამოთვლითი უნარების ფორმირებას და მცირე დროში გამოთვლების ჩატარება მოსწავლეებისათვის სააზროვნო ფუნქციის მატარებელი აღარ არის და ბეზრდებათ. რითაც იზრდება მათემატიკის შესწავლისადმი დაწყებითი კლასის მოსწავლეების ნეგატიური დამოკიდებულებას, რასაც საბოლოოდ მოყვება მათემატიკის შესწავლისადმი გულაცრუება.

რა შეიძლება გავაკეთოთ, რომ დაწყებითი კლასის მოსწავლეებმა არ დაკარგონ მათემატიკისადმი ინტერესი? რადგან დაწყებით კლასებში მათემატიკის შესწავლა ასოცირდება ამოცანების ამოხსნასთან, ამიტომ სასწავლო პროცესში უნდა ჩავრთოთ მოსწავლეებისათვის საინტერესო თემატიკის მქონე მათემატიკური ამოცანები. როგორია ასეთი ამოცანები? ასეთია ამოცანების სახეები შეიძლება სხვადასხვა იყოს, მაგრამ ჩვენ ვთვლით, რომ პატრიოტებად და ქვეყნის სიყვარულით აღსავსე ახალგაზრდა თაობის აღზრდას შევძლებთ მაშინ, როცა თითოეული აღსაზრდელი შეისწავლის სამშობლოს ერთიან მთლიანობაში. გაერკვევა მის წარსულში, ეცოდინება წინაპრების გმირული ბრძოლების შესახებ, მართლმადიდებლობის შენარჩუნებისათვის თავდადება, ეცოდინება მისი აწმყო და თვალნათლივ ექნება გამოკვეთილი მისი მომავალი, ათვისებული ექნება ქვეყნის ეკონომიკის და ფინანსური სისტემის საფუძვლები, გარკვეული იქნება კულტურაში, სპორტში, სოფლის მეურნეობაში, ქვეყნის თავდაცვაში, ეცოდინება მშობლიურ ენაზე შექმნილი ლიტერატურული ნაწარმოებები, გაცნობი-

ლი იქნება კლასიკოს მწერლებს, ეცოდინება ქართული და მსოფლიო ხალხთა ზღაპრები, მითები, გადმოცემები და სხვ. მოკლედ რომ ვთქვათ, საქართველოს შესახებ ექნება სიღრმისეული ცოდნა. მოსწავლისათვის ყველაზე მეტ ღირებულებას წარმოადგენს სულიერი აღზრდის შემცველი სათანადო მასალის სწავლება, რათა მივიღოთ ზნეობრივად აღზრდილი და მეცნიერული ცოდნით შეიარაღებული თაობა.

ჩვენი ჩატარებული კვლევებით დადასტურდა, რომ საქართველოს შესასწავლად განკუთვნილი მათემატიკური ამოცანის პირობა უნდა იყოს ჩამოყალიბებული ისე, რომ მოსწავლეს გაუჩნდეს სურვილი წაკითხოს ამოცანის პირობა, წაკითხვის შემდეგ კი მოუხდეს მისი ამოხსნა, ხოლო ამოცანის ამოხსნა ნიშნავს პასუხი გავცეთ ამოცანის კითხვაზე, ან აღვწეროთ ის ობიექტი, რომელიც ამოცანის პირობებს აკმაყოფილებს

შემდგომში ჩვენ საუბარი გვექნება საქართველოს შესასწავლი ამოცანების სისტემაზე. განვმარტოთ რას ნიშნავს ამოცანათა სისტემა. ამოცანათა სისტემის ქვეშ ჩვენ ვგულისხმობთ რაიმე ნიშნის მიხედვით დალაგებულ ამოცანათა ერთობლიობას, რომლებიც გარკვეულ პირობებს აკმაყოფილებენ.

საქართველოს შესასწავლად მათემატიკური ამოცანების ჩართვა დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში მიზანშეწონილია თითოეული თემის გავლასთან დაკავშირებით. ამისათვის დამატებითი სასწავლო დროის გამოყოფა საჭირო არ არის. ჩვენ ვთვლით, დაწყებითი კლასების სხვა სასწავლო საგნის სასწავ-

ლო თემის განხილვის დროს თემის შესაბამისი მათემატიკური ამოცანა უნდა განიხილოს მათემატიკის გაკვეთილზე, ან როცა მასწავლებელი ახალ საკითხს ხსნის მათემატიკის გაკვეთილზე და მასალის განმტკიცების მიზნით სასწავლო პროცესში უნდა ჩართოს საქართველოს შესასწავლად ისეთი მათემატიკური ამოცანა, რომელიც ამოიხსნება იმავე მეთოდით, ამასთან მათემატიკის გაკვეთილზე მასწავლებელმა სასწავლო პროცესი უნდა წარიმართოს ისე, რომ გაითვალისწინოს მოსწავლეთა ასაკობრივი და გონებრივი შესაძლებლობები.

## §1.2. მათემატიკური ამოცანებით სწავლება დაწყებით კლასებში

მასწავლებლის მიერ ზუსტად შერჩეული ამოცანებით წარმოდგენს სწავლის აქტიური პროცესის მთავარ ინსტრუმენტს. ამოცანის შედგენის ან შერჩევისას, მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს სწავლებისა და სწავლის ყველა ძირითადი ასპექტი: განსახილავი თემის სტრუქტურა და სწავლის მიზნები, მოსწავლეების საწყისი მიღწევების და აღქმის დონე, მათი უნარები, სწავლის შესაძლებლობები და საშუალებები, კლასში არსებული სამუშაო ატმოსფერო და სხვ.

სწავლა/სწავლების პროცესი დაფუძნებულია ამოცანების საშუალებით სწავლებაზე. მოცემულია ამოცანებით სწავლებაზე დაფუძნებული სწავლის მაგალითები და აღწერა. ამოცანებით სწავლა/სწავლება ეფუძნება ისეთ კატეგორიებს, როგორიცაა:

- რეალურ სიტუაციათა სიმულაცია;
- რეალობის კვლევა;
- რეალურად მიღებული შედეგი/შედეგები.

| ამოცანაზე დაფუძნებული სწავლა                                                                               |                                                                                                  |                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| რეალურ სიტუაციათა სიმულაცია საკლასო გარემოში                                                               | რეალური ცხოვრებისეული სიტუაციების კვლევა და მოქმედება                                            | პროდუქტი                                                                        |
| რეალურ სიტუაციათა გათამაშება როლების გადანაწილებით თამაშში გადაწყვეტილების მიღებაზე კონფერენციები დებატები | ინტერვიუ ექსპერტთან გამოკითხვა და კვლევა პრაქტიკული მაგალითები მონაწილეობა გაკვეთილის დაგეგმვაში | პრეზენტაცია ფლაერი კედლის გაზეთი ვიდეო კლიპი ინტერნეტსაიტი პრეზენტაცია გამოფენა |

ამოცანაზე დაფუძნებული სწავლისას, მოსწავლეების წინაშე დგება პრობლემა, არა მარტო ამოცანის შინაარსსა და შესწავლის საგანთან დაკავშირებული, არამედ უწევთ ფიქრი, როგორ დაგეგმონ შესასრულებელი სამუშაო. მოსწავლეებს კარგად უნდა ესმოდეთ პრობლემის არსი და თავად უნდა მონახონ მისი მოგვარების გზები. პრობლემის გადაჭრის ამოცანასთან დაკავშირებული ნებისმიერი გამოწვევა უნარებში დახელოვნების შესანიშნავ შესაძლებლობებს იძლევა, როგორიცაა, მაგალითად, დროის გადანაწილება, სამუშაოს დაგეგმვა, გუნდის წევრებს შორის თანამშრომლობა, მასალის მოპოვება და ინფორმაციის შერჩევა, საშუალებებისა და ინსტრუმენტების მოძიება და მათი გამოყენება და ა.შ. ამოცანაზე დაფუძნებული სწავლა კომფორტულია, ვინაიდან მოსწავლეებს ეძლევათ საშუალება, ამოცანა თავიანთ შესაძლებლობებს მოარგონ.

ამოცანაზე დაფუძნებული სწავლა/სწავლება ძალიან ახლოსაა ზრდასრული ადამიანის ცხოვრების გამოცდილებასთან, ვინაიდან ჩვენ ყველას გვიწევს, თავი გავართვათ ჩვენ წინაშე მდგარ ამოცანებს მასწავლებლის გარეშე.

მასწავლებელი უნდა ეცადოს, ხელი შეუწყოს მოსწავლეებს ამ შესაძლებლობის გამოვლენასა და განვითარებაში სწავლა/სწავლების პროცესში ჩართვით. მასწავლებელი ამ დროს ასრულებს მწვრთნელის ან ინსტრუქტორის როლს, ნაცვლად მისი ტრადიციული როლისა, რომელიც გაკვეთილის ახსნით, მოსწავლე-

თა გამოკითხვით, გამოცდით და მათი შეფასებით შემოიფარგლებოდა.

- მასწავლებელი აკვირდება, თუ როგორ გაართვეს თავი მისმა მოსწავლეებმა ამოცანის შესრულების დროს მათ წინაშე წამოჭრილ პრობლემებს, არ არის აუცილებელი მყისიერი რეაგირება, თუ მოსწავლეები დახმარებას მოითხოვენ. მის ფუნქციას შეადგენს მინიშნებების მიცემა და, საჭიროების შემთხვევაში, ამოცანის მეტნაკლებად გამარტივება. საჭიროა მოსწავლეებს მივცეთ დრო, რომ ისინი თავად გაუმკლავდნენ პრობლემურ საკითხს, როგორც ეს რეალურ ცხოვრებაში ხდება;
- მასწავლებელი აკვირდება მოსწავლეების მუშაობის პროცესს და გონებაში აფასებს ორ ასპექტს-სწავლის პროცესის მიმდინარეობას და მოსწავლეთა მიღწევებს შესრულებული სამუშაოს თვალსაზრისით. მოსწავლეების მიერ ამოცანების ამოხსნაზე მუშაობის პროცესი წარმოადგენს მოსწავლეების სწავლის საჭიროებების შეფასების საუკეთესო საშუალებას. მოსწავლეების მუშაობის პროცესზე დაკვირვება მასწავლებელს საშუალებას აძლევს დაგეგმოს სწავლების შემდგომი გაკვეთილების თანამიმდევრობა.
- მოსწავლეებს საჭიროების შემთხვევაში მასწავლებელი მიაწოდებს საჭირო ინფორმაციას, მოკლედ უპასუხებს დასმულ შეკითხვებზე. ამგვარი სწავლების პროცესში მასწავლებლის და

მოსწავლეების როლები შეცვლილია- მოსწავლეები თავად ირჩევენ, როდის და რა თემაზე თუ საკითხზე სურთ მათ ინფორმაციის მიღება მასწავლებლისაგან.

მაგალითისათვის განვიხილოთ მათემატიკის იმ გაკვეთილის მსლელობა, როცა მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა შეასწავლოს ორნიშნა რიცხვის წარმოდგენა. ამ შემთხვევაში მეთოდური თვალსაზრისით უმჯობესია მასწავლებელმა განიხილოს ასეთი ამოცანა.

**ამოცანა 1.** ნაცარქექიასა და დევის მორიგი დაპირისპირების შემდეგ დევმა ნაცარქექიას შეჭმა გადაწყვიტა. ნაცარქექიამ დევს თხოვა მისთვის ერთი შანსი მიეცა. დევი დათანხმდა და ეუბნება:

-მე ჩავიფიქრებ ორ ციფრს, რომელსაც შენ არ გეტყვი. შენ მეტყვი შენ ჩაფიქრებულ ორ რიცხვს. მე ჩემ ჩაფიქრებულ ერთ ციფრს გავამრავლებ შენ ჩაფიქრებულ ერთ რომელიმე რიცხვზე, ჩემ ჩაფიქრებულ მეორე ციფრს გავამრავლებ შენ ჩაფიქრებულ მეორე რიცხვზე, მაგრამ რომელ ციფრს რომელ რიცხვზე ვამრავლებ ამას არ გეტყვი, ნამრავლებს შევკრიბავ და გეტყვი რას მივიღებ ჯამში. შენ უნდა გამოიცნო ჩემს მიერ ჩაფიქრებული ციფრები, თუ ვერ გამოიცნობ შეგჭამ. რომელი რიცხვები უნდა ჩაიფიქროს ნაცარქექიამ? დაეხმარეთ ნაცარქექიას და გადაარჩინეთ დევის შეჭმას.

ეს ამოცანა თავისი შინაარსით საძიებოა, საოლიმპიადოა. ამოცანის სიუჟეტი ისეა აგებული, რომ მოსწავლეებს უჩნდებათ სურვილი დაეხმარონ ნაცარქე-

ქიას, რისთვისაც მათ უხდებათ წინარე ცოდნის გააქტიურება და ამოცანის პირობასთან შესაბამისობაში მოყვანა. ამოხსნის გზის ძიების სწორად წარმართვისას, რაშიც საჭიროების შემთხვევაში მასწავლებელიც მიიღებს მონაწილეობას და საჭირო კითხვების დასმით მოსწავლეები მივლენ იმ დასკვნამდე, რომ ნაცარქექიამ უნდა ჩაიფიქროს რიცხვები მხოლოდ 10 და 1. მართლაც, რომელი  $a$  და  $b$  ციფრებიც უნდა ჩაიფიქროს დევმა ნამრავლში მიიღება ან  $ab$  ან  $ba$  ორნიშნა რიცხვი, რომლის ციფრებსაც ნაცარქექია განსაზღვრავს ცალსახად.

ამ ამოცანის განხილვის შემდეგ მოსწავლეებს აღარასოდეს არ დაავიწყდებათ როგორ წარმოდგება ორნიშნა რიცხვი მისი ციფრების საშუალებით, რაც იმის წანამძღვარია, რომ ისინი მარტივად შეძლებენ სამნიშნა, ოთხნიშნა და ნებისმიერ ნიშნა რიცხვის წარმოდგენას.

ეს მეთოდი მარტო მათემატიკის შესწავლის დროს კი არ იძლევა ეფექტს, არამედ მისი გამოყენება დაწყებით კლასებში მიზანშეწონილია ყველა სასწავლო საგანში. განვიხილოთ ბუნებისმეტყველების ერთი გაკვეთილის მსვლელობა, რომელიც დაფუძნებულია ამოცანებით სწავლებაზე. ეს გაკვეთილი მასწავლებელმა შეიძლება ჩაატაროს კლასშიც, მაგრამ უმჯობესია თუ მას ჩაატარებს ბუნებაში გასვლით გაკვეთილზე, რომელსაც ექნება შემეცნებითი თამაშის სახე. თამაშის სახელწოდება შეიძლება იყოს „გამოვიცნოთ ხე“.

მასწავლებელი მოსწავლეებს აძლევს ინფორმაციას გამოსაცნობი ხის შესახებ: ხის სიმაღლე აღწევს 35 მეტრამდე, აქვს საუკეთესო მერქანი. ვარჯის დიამეტრი აღწევს 1,5 მეტრს. მერქანს იყენებენ ავეჯის დასამზადებლად. ნაყოფს-საკონდიტრო მრეწველობაში. ყვავილობს ივნის-ივლისში, ნაყოფი ეკლიან გარსშია, რომელიც მწიფდება და ცვივა სექტემბერ-ოქტომბერში. ნაყოფის დიამეტრია 5-6 სმ. ეკლიანი გარსი იტევს 2-3 ცალს. საჭმელად ძალიან გემრიელია, უფრო გავრცელებულია დასავლეთ საქართველოში. კარგად ხარობს ზღვის დონიდან 1200 მეტრამდე.

მოსწავლეთა უმრავლესობა ხვდება, რომელ ხეზეა საუბარი: რა თქმა უნდა ეს წაბლის ხეა. გამოცნობის შემდეგ მოსწავლეებს ჯილდოდ შესაძლებელია გადაცემთ მოხარშული ან/და უმი წაბლი.

თუ მასწავლებელს სურს მათემატიკის გაკვეთილზე განიხილოს ამოცანა, რომელშიც საუბარი იქნება მუხის ხეზე, მაშინ მასწავლებელმა ამოცანის შედგენისას მან უნდა გაითვალისწინოს, რომ მუხის ხის სიმაღლე საქართველოში არ უნდა იყოს 40 მ-ზე მეტი, ხოლო ასაკი არ უნდა აღემატებოდეს 2000 წელს.

ამოცანებით სწავლება კარგ საფუძველს უქმნის დაწყებით კლასებში საგანთაშორისი კავშირების გამოყენებას. მაგალითად, მათემატიკის გაკვეთილზე მასწავლებელმა მოსწავლეებს შეიძლება გააცნოს მოძრაობის ერთ-ერთი სახე-წყალზე მოძრაობა. დაახასიათოს მისი თვისებები, მნიშვნელობა, საქართველოს შესაძლებლობები, ისაუბროს შავ ზღვაზე და მის აკვატორიაზე და ა.შ. მოსწავლეებს გააცნოს წყლის

ტრანსპორტის სიჩქარის ერთეული-კვანძი, რისთვისაც განიხილოს ასეთი

**ამოცანა 2.** კატარლა შავ ზღვაზე მყოფი ტურისტებით ბათუმიდან ფოთში ჩადის გამოსვლიდან 30 წთში. კატარლის მოძრაობის სიჩქარე 26 კვანძია. რა მანძილია ზღვით ბათუმიდან ფოთამდე?

მასწავლებელი ვიდრე ამოცანის ამოხსნას დაიწყებდეს, მეთოდურად უმჯობესია კლასში დასვას კითხვები:

- რომელი ზღვის აკვატორიას ეკუთვნის საქართველო?
- კიდევ რომელი ქვეყნები იცით, რომლებიც ეკუთვნიან შავი ზღვის აკვატორიას?
- საქართველოს რომელი მდინარეები ჩაედინება შავ ზღვაში?
- გაგიგიათ მითი არგონავტების შესახებ?
- რისთვის ჩამოვიდა იაზონი კოლხეთში?
- რა იცით ოქროს საწმისის შესახებ?
- რა ერქვა გემს რომლითაც იაზონი ჩამოვიდა კოლხეთში?
- დაახასიათეთ კოლხეთის მეფე აიეტი ან/და მისი ქალიშვილი მედეა?
- რომელ მდინარეს აუყვნენ არგონავტები კოლხეთში შემოსვლისას?
- შემღეს არგონავტებმა კოლხეთში ლაშქრობისას ოქროს საწმისის წაღება?
- რა იცით მედეას შესახებ? საიდან მოდის სიტყვა მედიცინა?
- საქართველოს რომელი საზღვაო პორტები იცით?

- იცით თხევადი საწვავი გადამტანი გემის სახელი?
- რა დანიშნულება აქვს სუფსის პორტს?
- რომელი სახეობის სამხედრო გემები მზადდება ფოთში?
- ზაფხულობით საქართველოს რომელ საზღვაო კურორტზე ისვენებთ?
- მოგვიყევით თქვენი შთაბეჭდილებები საქართველოს საზღვაო კურორტებზე.
- წახვიდოდით თუ არა კრუიზში სამოგზაუროდ? სად? რატომ?

თუ კლასს აკადემიური და ზოგადი განათლების მაღალი დონე აქვს, მაშინ მასწავლებელმა შეიძლება დასვას სხვა კითხვებიც, რომელთაგან ზოგიერთს საქართველოსთან კავშირი არც ქონდეთ, მაგრამ ხელს უწყობენ მოსწავლეების ინტელექტუალურ განვითარებას. შემოგთავაზებთ ზოგიერთ კითხვას:

- რით განსხვავდება ზღვის და მდინარის წყლები?
- რით განსხვავდება ერთმანეთისაგან ზღვა და ოკეანე? ზღვა და ტბა?
- რომელ ზღვაში ჩაედინება მდინარე მტკვარი?
- რატომ ემახიან კასპიის ტბას-ზღვას?
- კასპიის ტბის გარდა კიდევ რომელ ტბას ქვია ზღვა?
- რა თვისებით უნდა იყოს ადამიანი აღჭურვილი, რომ გახდეს მეზღვაური? რომელიმე თქვენგანს აქვს სურვილი გახდეს მეზღვაური?
- ვინ მართავს გემს? რა დანიშნულება აქვს კომპასს? ღუზას? ანძას? იალქანს? გემის დროშას?
- გაგიგიათ რაიმე იუნგას შესახებ? რა მოვალეობები აქვს ბოცმანს? ვინ არის კიკო?

- მოგვითხრეთ მეკობრეთა გემების, მათი დროშის და ეკიპაჟის შესახებ. რას ეწოდნენ მეკობრეები? მისაღებია თუ არა თქვენთვის მათი ქმედებები? რატომ? მეკობრეთა შესახებ რომელი წიგნები წაგიკითხავთ? რომელი კინოფილმები/მულტფილმები გინახავთ? მოგეწონათ? რატომ?

- წაგიკითხავთ ჟიულ ვერნის კაპიტან გრანტის შვილები? 80000 კილომეტრი წყალ ქვეშ? საიდუმლო კუნძული?

- გინახავთ კინოფილმი ტიტანიკი? მოკლედ მოგვიყევით თქვენი შთაბეჭდილებები.

- რამ გამოიწვია ტიტანიკის დაღუპვა?

- დაეხმარა თუ არა ტიტანიკის ეკიპაჟს და მგზავრებს გადაცემული სიგნალი SOS?

- რა ერქვა კაპიტან ნემოს წყალქვეშა ნავს?

- გაგიგიათ ბერმუდის სამკუთხედის შესახებ?

- მოგვითხრეთ მფრინავი ჰოლანდიელის შესახებ. ყველაზე მეტად სად ჩნდება ეს გემი?

- რა ჰქვია თევსაჭერ გემს?

- კიდევ რა სახის საზღვაო ტრანსპორტი იცით?

აქ დასმული კითხვების აბსოლუტური უმრავლესობა მათემატიკური შინაარსის არ არის. კითხვები ეკუთვნის ბუნებისმცოდნეობას, ხელოვნებას, ისტორიას, ლიტერატურას და სხვ. მაგრამ ხელს უწყობს მოსწავლეთა ზოგადინტელექტუალურ განვითარებას და მოსწავლეებს თვალნათლივ აჩვენებს ყველა სასწავლო საგნის აუცილებლობას.

### **§1.3. საქართველოზე ამოცანების ჩართვის აუცილებლობა დაწყებითი კლასების მათემატიკის გაკვეთილებზე**

საერთაშორისო ორგანიზაციების მიერ საქართველოში ჩატარებული კვლევების თანახმად, დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების მდგომარეობის ანალიზი ცხადყოფს, რომ მოსწავლეთა უმეტესობა სუსტად ფლობს ამოცანების ამოხსნის ხერხებს. ამოცანების ამოხსნის უნარი პირდაპირ არ არის დამოკიდებული ამოხსნილი ამოცანების რიცხვზე, არამედ არსებითი მნიშვნელობა აქვს ამოხსნილი ამოცანების შინაარსს. სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტით სწავლების მნიშვნელოვანი ამოცანაა ყველა მოსწავლის მომზადების სავალდებულო დონის უზრუნველყოფა სასწავლო საგნებში მოსწავლეთა მომავალი პროფესიული არჩევანისაგან დამოუკიდებლად. განსაზღვრულია თითოეული საგნის თითოეულ კლასში მისაღწევი შედეგები. რადგან ამ ეტაპზე საქართველოს არ შეისწავლის ერთი რომელიმე სასწავლო საგანი დაწყებითი კლასებში, ამიტომ განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია საქართველოს შესახებ მოსწავლეების მიერ ინტერდისციპლინურად მიღებული ცოდნა, რომელიც ეყრდნობა მათემატიკის ამოცანების საშუალებით დაწყებითი კლასის მოსწავლეებისათვის საქართველოს გაცნობას. მიგვაჩნია, რომ სამშობლოს გაცნობა, როგორი მეთოდით/ხერხით არ უნდა მოხდეს მოსწავლეთა ზნეობრივი აღზრდის შემადგენელი ნაწილია და ხელს უწყობს მოსწავლეების

პატრიოტულ აღზრდას. აქ არ ვგულისხმობთ მხოლოდ ქართველთა პატრიოტიზმს და მათ საქართველოსადმი სიყვარულს, აქ საუბარია ყველა იმ მოსწავლეზე, რომლებიც საქართველოს სკოლებში სწავლობენ, ქართველზეც და ყველა სხვა ერის/ეროვნების მოსწავლეზეც. საქართველოს ისტორიაში უამრავი მაგალითია იმისა, რომ ეროვნებით არაქართველებს, ჩვენი მოძმე ერის/ეროვნების ძმებს და დებს არანაკლები თავდადება და სიყვარული გამოუჩენიათ საქართველოს მიმართ, ვიდრე ქართველებს. ვთვლით, რომ მოსწავლეთა პატრიოტული აღზრდა სკოლამდელი ასაკიდან უნდა დაიწყოს, ხოლო მეცნიერული საფუძველი პატრიოტულ აღზრდას დაწყებით კლასებში უნდა ჩაეყაროს.

საქართველოს განათლების სისტემა ისეა აგებული, რომ დაწყებით კლასებში ცალკე საგანი არ არის გამოყოფილი საქართველოს შესასწავლად. ამიტომ საქართველოს შესახებ ცოდნის გადაცემა დაწყებით კლასებში უნდა მოხდეს ინტერდისციპლინარულად, მათემატიკის ამოცანების საშუალებით. მიგვაჩნია, რომ საქართველოს შესახებ ცოდნის გადაცემა დაწყებით კლასებში უნდა მოხდეს მათემატიკური სავარჯიშოების სახით. ასეთივე მიდგომით უნდა განხორციელდეს პატრიოტული აღზრდის საკითხების შესწავლაც, რომლის სწავლებაშიც შეუცვლელია მათემატიკის როლი. მათემატიკა ყოველთვის იყო სკოლაში საყრდენი საგანი საბუნებისმეტყველო საგნების შესასწავლად, მაგრამ თანამედროვე პირობებში

საგრძნობლად გაიზარდა მათემატიკური განათლების გავლენა ჰუმანიტარული ციკლის საგნებზეც.

მასწავლებელმა დაწყებით კლასებში მოსწავლეებთან სასწავლო პროცესი ისე უნდა წარმართოს, რომ მოსწავლე ნათლად ხედავდეს საქართველოს შესასწავლად მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის აუცილებლობას. ყოველივე ამით მასწავლებელი მოსწავლეებში შექმნის საქართველოს შესასწავლად მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მოტივაციას და ადვილად დაძლევის განწყობას. საქართველოს შესასწავლად განკუთვნილი მათემატიკური ამოცანების სისტემა დაწყებით კლასებში განსახილავი მათემატიკური ამოცანების სისტემის ნაწილია და მის მიმართაც იგივე მოთხოვნებია, რაც ზოგადად ამოცანების მიმართ. საქართველოს შესასწავლად მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის დაუფლება მოითხოვს მოსწავლისადმი ინდივიდუალურ მიდგომას, თითოეული მოსწავლის თავისებურებების გათვალისწინებას, სწავლების პროცესში დავალებათა ინდივიდუალიზაციას და სხვ. მასწავლებელმა საქართველოს შესასწავლად ამოცანები უნდა მოარგოს სწავლების მეცნიერულ შინაარსს და გააზრებულ, გაცნობიერებულ შეთვისებას, რომელიც ემყარება აქტიურ დამახსოვრებას და ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებას. მოსწავლისაგან ყოველმხრივ განვითარებული ადამიანის აღზრდა რიგ სხვა ღონისძიებებთან ერთად მოითხოვს ისეთ სწავლებას, რომელიც უზრუნველყოფს მოსწავლის მიერ მეცნიერებათა საფუძვლების თანმიმდევრულ შეთვისებას.

ჩვენი მიდგომებით დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში უნდა ჩავრთოთ საქართველოს შესასწავლი ამოცანები, როგორც მოსწავლეთა გონებრივი და ინტელექტუალური ფორმირების საშუალება და გამოვიკვლიოთ ასეთი ამოცანების მეთოდური თავისებურებები, რის საფუძველზეც უნდა დამუშავდეს დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში საქართველოს შესასწავლი ამოცანების სისტემების შედგენის მეთოდიკური საფუძვლები. ჩვენს მიერ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანები ზოგჯერ შეიძლება იყოს ამავე დროს ან სამიეზო, ან არასტანდარტული ან საოლიმპიადო ან საგანთაშორისი და ა.შ. ამ შემთხვევაში ასეთი ამოცანა სასწავლო პროცესში ჩართვისას იქნება არა მარტო საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანა, არამედ მას შეიძლება ქონდეს ორმაგი ან/და სამმაგი სტატუსი, რაც უფრო მეტად ინტერდისციპლინარულს გახდის დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესს.

მონოგრაფიაში დამუშავებულია დაწყებით კლასებში საქართველოს შესასწავლი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა. რომლის გამოყენება მასწავლებელს შეუძლია ჩვეულებრივ საგაკვეთილო პროცესში ასეთი შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვით, არ მოითხოვს დამატებით სასწავლო დროს, ეფექტურია თავისი განმავითარებელი ფუნქციით, ამაღლებს არა მარტო მოსწავლეთა მათემატიკური ცოდნის დონეს, არამედ ზოგადად ინტელექტს.

### **§1.4. მათემატიკური ამოცანებით საქართველოს შესწავლის მეთოდური თავისებურებები დაწყებით კლასებში**

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანები ჩამოყალიბებულია და მოსწავლეებს მიეწოდება ტექსტური ამოცანების სახით. ტექსტურ ამოცანებს დაწყებითი კლასის მოსწავლეები იცნობენ სასკოლო მათემატიკის კურსიდან, სადაც მათ ეძლევათ შესაბამისი ამოცანები, მართალია, რომ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანები თავისი ფორმით და ზოგჯერ შინაარსითაც განსხვავდება მოსწავლეებისათვის ცნობილი ტექსტური ამოცანებისაგან, მაგრამ მათი ამოხსნის მეთოდები ან/და ხერხები ისეთივეა, რაც ზოგადად სხვა ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას. ტექსტური ამოცანების შესახებ დეტალურად ინფორმაციის გაცნობა დაინტერესებულ მკითხველს შეუძლია [25] მონოგრაფიაში, რის გამოც მასზედ აქ აღარ შევჩერდებით.

ჩვენი მეთოდური მიდგომებით საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ჩართვა დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში საჭიროებას წარმოადგენს. თუ უფრო კატეგორიულები ვიქნებით აუცილებელია. რადან ასეთ ამოცანებს დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა პატრიოტული სულისკვეთებით აღზრდაში მნიშვნელოვანი წვლილის შეტანა შეუძლია. ასეთი ამოცანები ემსახურება არა მარტო მოსწავლეთა პატრიოტული სულისკვეთებით აღზრდას, არამედ ასეთი ამოცანებით სწავლებას, მნიშვნელო-

ვანი წვლილი შეაქვთ მოსწავლეთა ზნეობრივი აღზრდის კუთხითაც, ხოლო ზნეობრივი აღზრდის საკითხებს რომ პირველ პლანზე აყენებდა დიდი ილია, ეს საყოველთაოდ ცნობილია და თუ საქართველომ ილიას გზით-ზნეობის გზით უნდა იაროს, მაშინ მნიშვნელოვანი ყურადღება უნდა გამახვილდეს სკოლის ყველა საფეხურზე, განსაკუთრებით კი დაწყებით კლასებში მათემატიკური ამოცანებით საქართველოს შესწავლაზე.

დადასტურებულია, რომ დაწყებით კლასებში მათემატიკური ამოცანებით საქართველოს შესწავლას აქვს საკმაოდ დიდი განმავითარებელი პოტენციალი, რაც ერთის მხრივ დასტურდება მასწავლებელთა მხრივ სასწავლო პრაქტიკაში ასეთი შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვით და მეორეს მხრივ, მოსწავლეთა მხრიდან ასეთი ამოცანების ამოხსნის მზაობითა და სურვილით. ეს ასპექტები თავის მხრივ ააქტიურებს საკითხის მეთოდოლოგიური ასპექტების დამუშავებას. ჩვენს მიერ ჩატარებული თეორიული და ექსპერიმენტული კვლევები ადასტურებს, რომ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლებისას პრობლემები უმთავრესად იქმნება ასეთი ამოცანების ამოხსნის დაწყების საწყის ეტაპზე. ჩვენ შევეცადეთ გაგვერკვია რა არის ამის ძირითადი მიზეზები. საკმაოდ ხანგრძლივი დაკვირვებით მივედით დასკვნამდე, რომ პრობლემას ქმნის საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის პირობის განსხვავებული სტრუქტურა, რომელიც მოსწავლეებისათვის რამდენადმე უჩვეულოა, რადგან ასეთი

ამოცანის პირობა შეიცავს მოსწავლეებისათვის ისეთ უცნობ ინფორმაციას, რომელსაც მათი აზრით მათემატიკასთან კავშირში არ აქვს და პირველ ეტაპზე უჭირთ იმის გააზრება, თუ რა კავშირი შეიძლება ქონდეს ასეთი ინფორმაციის შემცველ საკითხს მათემატიკასთან. მეორე არსებითი ხასიათის პრობლემაა ის, რომ მოსწავლეები საწყის ეტაპზე სწორად ვერ არჩევენ ამოცანის ამოხსნისათვის საჭირო წესებს, მეთოდებს/ხერხებს, რაც აიხსნება განსახილავი ახალი სახის ამოცანების ამოხსნის გამოცდილების არქონით, რომლის დაძლევაც მალევე ხდება.

ჩვენი გუნდი დიდი ხანია პედაგოგიურ საქმიანობას ეწევა როგორც უმაღლეს, ისე საშუალო სკოლების სამივე საფეხურზე, რაც საშუალებას გვაძლევს სისტემატიურად, უწყვეტად მოვახდინოთ სასწავლო პროცესზე დაკვირვებები და ჩავატაროთ პედაგოგიური ექსპერიმენტები, მოვახდინოთ ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტების სტატისტიკური შეფასებები, რაც თვალნათლივ აჩვენებს ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტის ავტარებას, რადგან ხდება მიღებული შედეგების გაზომვა, რითაც კონკრეტულ შემთხვევაში დასტურდება მეთოდური მიდგომის უპირატესობა ტრადიციულ მიდგომასთან შედარებით. ჩვენი მიდგომით უმჯობესდება არა მარტო მოსწავლეთა მათემატიკური ცოდნის დონე, არამედ მნიშვნელოვნად მაღლდება მათი ინტელექტიც, იზრდება ცოდნის მიღების წყურვილი. ჩატარებული კვლევების საფუძველზე გაკეთებული დასკვნებით, მიზანშეწონილია დაწყებითი კლასების მათემატიკის

მასწავლებლებმა საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების სწავლებისას გაითვალისწინონ რეკომენდაციები:

- მოსწავლეებმა რომ უკეთ გაიაზრონ დაწყებით კლასებში საქართველოს შემსწავლელ მათემატიკურ ამოცანებში არსებული სიტუაციები, ამისათვის მასწავლებელმა საჭიროების შემთხვევაში უნდა მოახდინოს ამოცანის პირობის პერეფორმულირება, ისეთი სახით ჩამოყალიბება, რომელიც უფრო ნათლად გაარკვევს მოსწავლეს ამოსახსნელი ამოცანის არსში;
- საჭიროების შემთხვევაში ამოცანის პირობის შესაბამისად მასწავლებელმა ააგოს საჭირო ნახაზი, შეადგინოს ცხრილი, სქემა, გრაფი და ა.შ.;
- მოსწავლეებისათვის რომ უფრო ცხადი გახდეს ამოცანის პირობა, გამოყოს რა არის ამოცანის პირობით მოცემული და რა უნდა იპოვონ;
- დაფიქრდენ ხომ არ შეხვედრია და ამოუხსნია ადრე მსგავსი შინაარსის, ან სტრუქტურის მათემატიკური ამოცანა;
- თუ მოსწავლეებს ამოცანის შინაარსში გარკვევა გაუჭირდათ, ვერ გაერკვნენ მის მათემატიკურ მხარეში, მაშინ მიზანშეწონილია საქართველოს შემსწავლელ ამოცანას მივცეთ უფრო მარტივი მათემატიკური სახე.

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის გეგმის შედგენისას მეთოდურად გამართლებულია, რომ:

- განისაზღვროს საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის სახე;
- თუ არსებობს ამის შესაძლებლობა, მაშინ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანა დავიყვანოთ ადრე ამოხსნილ ჩვენთვის ცნობილ ამოცანაზე;
- საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის პირობის გამარტივების მიზნით მოვახდინოთ ამოსახსნელი ამოცანის პირობის სხვაგვარად ფორმულირება, სადაც შესაძლებელია მასში მოცემული ზოგიერთი მონაცემი უგულველვყოთ ან მოთხოვნის სიმკაცრე შევცვალოთ;
- საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის პირობაში მოცემული ზოგიერთი ტერმინი ან/და ცნება შევცვალოთ მისი ტოლფასით, რომელიც გაამარტივებს ამოსახსნელ ამოცანას;
- ამოსახსნელი საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანა დავყოთ ქვეამოცანებად, რომელთა თანმიმდევრული ამოხსნა მიგვიყვანს ამოსახსნელი ამოცანის ამოხსნამდე.

დასახული გეგმის პრაქტიკული რეალიზების ეტაპზე ამოცანის ამომხსნელმა სასარგებლოა გაითვალისწინოს შემდეგი რჩევები, რომლებიც ეხება:

- საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის ხერხის შერჩევას, რომე-

ლიც მსჯელობის მოკლედ და მკაფიოდ დაფიქსირების გარანტიას იძლევა;

- საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიღებული ამონახსნის შემოწმებას პირობასთან შედარების გზით;
- საბოლოო შედეგის სისწორის ანალიზს ამოცანის პირობასთან და საღ აზრთან შეპირისპირების საშუალებით;
- საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის შედეგებით მოკლე ხერხის მოძებნას;
- საჭიროების შემთხვევაში ჩავატაროთ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის განსაკუთრებული შემთხვევების გამოკვლევა ამოცანის პირობიდან ან/და ამოხსნის მეთოდიდან/ხერხიდან გამომდინარე.

ჩამოთვლილი რჩევები და რეკომენდაციები, რა თქმა უნდა, სასარგებლოა, მაგრამ მათ მაინც ზოგადი მიმართულების მიმცემის როლი აკისრიათ, საქართველოს შემსწავლელ მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის გეგმის შედგენასა და რეალიზებაში. მათი გათვალისწინებით მოსწავლეს შეუძლია სწორად ორიენტირება ამოცანების ამოხსნის მეთოდებზე ან/და ხერხებზე, საჭირო დროის შემცირებასა და რაციონალური ამოხსნის ხერხის შერჩევაზე. ამასთან ერთად, აუცილებელია მოსწავლეებს გამოუმუშავდეთ ისეთი უნარები, რომლებიც დაეხმარება მათ არა

მხოლოდ ამოცანის ამოხსნის მიმართულების ორიენტირებაში, არამედ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის გეგმის პოვნის საშუალებასაც მოგვცემს. ასეთი ამოცანების ამოხსნის გზის ძიებისას, ისევე, როგორც ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნისას, ფართო გამოყენებას პოულობს ანალიზისა და სინთეზის მეთოდები. ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას, არითმეტიკის აპარატის დახმარებით, მსჯელობის სინთეზური ხერხის არსი მდგომარეობს დასმული ამოცანიდან ამომხსნელის მიერ მარტივი (სტანდარტული) ამოცანების გამოყოფასა და შემდგომ გამოთვლაში ანუ განსახილველი ამოცანის ქვეამოცანათა ერთობლიობაზე დაყვანაში. მოსწავლეებს ანალიზური და სინთეზური მიდგომების დაუფლებაში შეიძლება დაეხმაროს საქართველოს შემსწავლელი კონკრეტული მათემატიკური ამოცანის ნაწილებად დაყოფის წესი. [4].

მეთოდოლოგიურ ლიტერატურაში ზოგადად მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის პროცესს ყოფენ სხვადასხვაგვარად. ზოგიერთი მეცნიერი ამოცანების ამოხსნის პროცესს ყოფს 4 ეტაპად: 1. დასმული ამოცანის გაგება; 2. ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენა; 3. შედგენილი გეგმის შესრულება; 4. მიღებული შედეგის შემოწმება. [1], [4], [19], [20], [30], [31], [33]. ზოგი-3 ეტაპად: 1. ამოცანის ფორმალიზაცია; 2. პრაქტიკული რეალიზაცია; 3. ინტერპრეტაცია. [1], [2], [7], [15], [16].

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნისას გამოყენებული ანალიზური მიდ-

გომა ხასიათდება იმით, რომ მსჯელობა მასში ამოცანის კითხვით იწყება. ირკვევა წინასწარ მონაცემთა ხასიათი, რომელიც აუცილებელია პირობაში დასმულ კითხვაზე პასუხის გასაცემად. აქ, ისე, როგორც სინთეზური მიდგომის დროს, მარტივი ამოცანები გამოიყოფა, მაგრამ მსჯელობა ამოხსნის გეგმის საპირისპირო მიმართულებით ხორციელდება. ამიტომ, იმ სავარჯიშოთა ხასიათი, რომლებიც ამოცანის ანალიზური მეთოდით გარჩევის უნარის სწავლებას ემსახურება, რამდენადმე სხვანაირია: ისინი ორიენტირებულია იმ პირობების შერჩევაზე, რომლებიც მოცემულ კითხვას შეესაბამებიან.

მათემატიკის სწავლების მეთოდულ კუთხით მოსწავლეთათვის ამოცანების ანალიზური და სინთეზური მეთოდებით ამოხსნის სწავლების მიზნით ფართოდ გამოიყენება მეთოდური ხერხი, ე. წ. „მსჯელობათა ხე“: მსჯელობისას დგება საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის პროცესის სქემა, რომელიც მოსწავლეებს ეხმარება ამოხსნის გეგმის შედგენაში, რაც ამარტივებს ამოცანების ამოხსნას. ყოველივე აღნიშნული მიზანშეწონილია წარმოდგენილი იქნეს განზოგადებული გრაფიკული სქემით. [18]. შევნიშნოთ, რომ ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენა ხდება ანალიზური მსჯელობის საშუალებით. სინთეზურ ხერხს იშვიათად იყენებენ. ამგვარი მიდგომა მთლიანად გამართლებული არ არის, რამდენადაც არსებობს ამოცანები, რომელთა პირობის ანალიზური მეთოდით გარჩევა არათუ ამსუბუქებს, არამედ, პირიქით, ამძნელებს ამოხსნის ძიების პროცესს.

თუ მოსწავლეები ფლობენ მსჯელობათა ანალიზურ და სინთეზურ მეთოდებს, მაშინ ისინი ორ-სამ მოქმედებიან ამოცანებს ადვილად უმკლავდებიან. მაგრამ, ყველა მოსწავლე დამოუკიდებლად ვერ ასრულებს ასეთი ამოცანების ამოხსნისთვის საჭირო მოქმედებებს. თუ მხედველობაში მივიღებთ ყოველივე აღნიშნულს, ყურადღება უნდა მივაპყროთ ისეთი ხერხის გამოყენებას რომელიც ეფუძნება:

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ცნობილი კომპონენტების ანალიზს, მათ შორის შესაძლო კავშირების გამოვლენას და მათგან ისეთების შერჩევას, რომლებიც აუცილებელია ამოხსნის უზრუნველსაყოფად. ეს ხერხი „ამომწურავი სინჯვების მეთოდის“ სახელწოდებითაა ცნობილი. ამოცანის ამოხსნის ხერხებს მოსწავლეებს თავაზობენ შემდეგი სახით:

- დაფიქრდით, რას აღნიშნავს ამოცანაში მოცემული თითოეული კომპონენტი;
- იპოვეთ დაკავშირებულ კომპონენტთა წყვილები;
- მათგან შეადგინეთ ახალი გამოსახულებები, ახსენით მათი არსი და ა.შ.;
- მიღებული გამოსახულებებიდან შეადგინეთ საჭირო სხვა გამოსახულებები;
- განმარტეთ რას გამოსახავს შედგენილი გამოსახულებები და ა.შ.;
- მიღებულ გამოსახულებებს შორის შეარჩიეთ ის ან ისეთები, რომლებიც საჭიროა ამოცანის ამოსახსნელად და ა.შ. [1], [20].

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ერთ-ერთ მეთოდის საფუძველია მათემატიკური მოდელირება. მოდელირებისათვის სხვადასხვა მათემატიკური ობიექტი გამოიყენება: რიცხვითი და ასოითი ფორმულები; ცხრილები; განტოლებები, უტოლობები და მათი სისტემები; დიაგრამები; მწკრივები; გრაფ-სქემები და სხვ. [4]. საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას ეფექტურად ხდება გრაფიკული მოდელირების გამოყენება: ამოცანის პირობის გრაფიკული ინტერპრეტაცია, ნახაზი, ნახატი, დიაგრამა, გრაფი. გრაფიკული ფორმით წარმოდგენილი ინფორმაცია ადვილად აღიქმება, ტევადი და საკმაოდ პირობითია, მოწოდებულია აბსტრაქტული ცნებების გასასაგნობრივებლად, შეიცავს ობიექტის მხოლოდ არსებითი თვისებების შესახებ ინფორმაციას. გრაფიკული მოდელის შედგენა შეიძლება ნებისმიერი, როგორც მარტივი, ისე რთული ამოცანისათვის.

ზოგიერთი მკვლევარი [1], [2]. [6], [18], [19], [34] მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის პროცესს ყოფს ორი ოპერაციის თანმიმდევრული გამოყენებისაგან: ამოცანების დაყვანა სხვა, მის ეკვივალენტურ, მაგრამ უკვე სტანდარტულ ამოცანამდე და ამოსავალი ამოცანის დანაწილებას რამდენიმე სტანდარტულ ქვეამოცანად.

ეს რჩევა სრული სიმართლეა, მაგრამ მისი პრაქტიკული გამოყენება არც ისე მარტივია, რამდენადაც არ არსებობს უცნობი ამოცანების ცნობილ ამოცანებზე დაყვანის პროცედურის განსაზღვრული წესები.

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისას განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მივაქციოთ ადრე სპეციალურად შედგენილ სავარჯიშოთა სერიებს. ეს სერიები ისე უნდა იყოს შედგენილი, რომ მოსწავლეებს გაუადვილოს რთული ამოცანების ამოხსნა, ე.ი. სხვანაირად რომ ვთქვათ, განსახილველი ამოცანის ამოხსნა დავიყვანოთ ადრე ამოხსნილი ამოცანების ამოხსნამდე. აღნიშნული დიდაქტიკური ხერხი სწავლების პრაქტიკაში „კარნახების სისტემად“ იწოდება. ის ხელს უწყობს ამოხსნისადმი არაშაბლონური მიდგომის უნარის განვითარებასა და სუბიექტური გამოცდილების გაღრმავებას. [1], [19], [20]. გრაფების აგება დიდ დროს და შრომატევადი სამუშაოების ჩატარებას მოითხოვს. ამიტომ დროის ეკონომიის მიზნით ზოგიერთი მეცნიერი [1], [2], [7], [16] და სხვ. პრაქტიკაში იოლად გამოსაყენებელ და მოქნილი ხერხის გამოყენებას ანიჭებს უპირატესობას დალაგებული წყვილების, სამეულების და ა.შ. სახით.

## **§1.5. საქართველოზე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის ურთიერთკავშირში სწავლების ზოგიერთი მეთოდიკური თავისებურება**

მათემატიკის სწავლების მიზნებს შორის მთავარია მოსწავლეებში ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბება და მიღებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენება. ამიტომ, სავალდებულოა მოსწავლემ სრულყოფილად აითვისოს მათემატიკის სასწავლო მასალა, რომელიც მას შეუქმნის ბაზისს, რომ შეძლოს სხვადასხვა შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნით გამოუმუშავდეს ის პრაქტიკული უნარები, რომლებიც აუცილებელია მიღებული ცოდნის რეალურ სიტუაციებში გამოყენებისათვის.

როცა მოსწავლეები კარგად გაიწაფებიან კონკრეტული სახის ტექსტური ამოცანების, განტოლების, უტოლობის, განტოლებათა, უტოლობათა სისტემების და სხვ. ამოხსნაში, ამის შემდეგ დაწყებითი კლასის მათემატიკის მასწავლებელი მათემატიკის გაკვეთილზე მოსწავლეებთან ერთად განიხილავს შესაბამისი თემის ისეთ ამოცანას/ამოცანებს, რომლებიც ამოიხსნება იმავე მეთოდით და მოსწავლეებს აძლევს ინფორმაციას საქართველოს შესახებ, ანუ როგორც ჩვენ ზემოთ ვსარგებლობდით გამოთქმით-საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანაა. ასეთი ამოცანების ამოხსნის შემდეგ დაწყებითი კლასების მასწავლებელი მოსწავლეებს ასწავლის ისეთივე შინაარსის მქონე და ისეთივე სახის საქართველოს შემსწავლელი

მათემატიკური ამოცანის შედგენას. რისთვისაც მასწავლებელს ჩატარებული უნდა ქონდეს წინასწარი მოსამზადებელი სამუშაო. მას შეგროვებული უნდა ქონდეს საქართველოს შესახებ ის მეცნიერული ინფორმაცია, რომელსაც ეხება ამოცანის პირობის მონაცემები. მასწავლებელმა წინასწარ უნდა შეადგინოს საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანის თითოეული სახისათვის და თითოეული კონკრეტული თემისათვის მონაცემთა ბაზა, რომელსაც შემდგომში ის გამოიყენებს კონკრეტული ამოცანის შესადგენად.

მეთოდური თვალსაზრისით მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა და შედგენა უნდა განხორციელდეს ერთიან სისტემაში, ის უნდა დაიწყოს სკოლაში მათემატიკის შესწავლის დაწყებიდან და უნდა გაგრძელდეს ვიდრე დამთავრებამდე, ე.ი. სკოლაში მათემატიკის სწავლების მთელი პერიოდის განმავლობაში, ყველა საფეხურზე, როგორც დაწყებით, ისე საბაზო და საშუალო საფეხურებზე. ზოგადად, მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და შედგენის ურთიერთკავშირში სწავლების მეთოდური საფუძვლები და კონკრეტულად საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და შედგენის ურთიერთკავშირში სწავლების საკითხები ქართულ მეთოდურ ლიტერატურაში ჩვენს მიერ იქნა დამუშავებული და გამოყენებული პრაქტიკაში. ამიტომ ჩვენ ვერ დავეყრდნობოდით ამ საკითხების სწავლების გამოცდილებას, შექმნილ ტრადიციებს და სხვ. ჩვენი

მიდგომით, როდესაც ერთიან კონტექსტში ხორციელდება მათემატიკური ამოცანების (მნიშვნელობა არა აქვს როგორი სახის ამოცანებზე, სწავლების რომელ საფეხურზე და როგორი პროფილის სკოლაზეა საუბარი) ამოხსნა და შედგენა, მათემატიკის მასწავლებელმა ყოველთვის განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიაქციოს შედგენილი ამოცანების და მაგალითების სირთულეს. ამოცანების სირთულის განსაზღვრა უნდა მოახდინოს მხოლოდ მათემატიკის მასწავლებელმა, რომელიც თავის მხრივ სირთულის განსაზღვრის დროს გადამწყვეტ მნიშვნელობას ანიჭებს როგორც კონკრეტულ კლასში მოსწავლეთა მომზადების დონეს მათემატიკაში, ასევე სკოლის/კლასის პროფილს., რისთვისაც კონკრეტული სახის მათემატიკური ამოცანების შედგენამდე მასწავლებლის მიერ გამოკვლეული უნდა იყოს მოსწავლეთა, გონებრივი და ფსიქო-ფიზიოლოგიური მონაცემები და ჩატარებული ანალიზის საფუძველზე უნდა მოხდეს ამოცანების შედგენა. ასევე გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს სკოლის სახეს და სწავლების პროფილს [1].

ზოგადად, მათემატიკური ამოცანების შედგენა არა მარტო მოსწავლეებისათვის, არამედ მასწავლებლებისთვისაც მეთოდურად საკმაოდ რთულია, შეიცავს გარკვეულ სირთულეებს და წინააღმდეგობებს, მოითხოვს იმაზე მეტ ზომიერების დაცვას და ფაქიზ მოპყრობას, რაც ერთი შეხედვით შეიძლება არც ჩანდეს. ეს საკითხი მათემატიკის მეთოდისტების მიერ სათანადოდ არ არის დამუშავებული და საკითხი ფაქტიურად თვითდინებაზეა მიშვებული. ამიტომ ხშირად ამ

მიმართულებით პირველი ცდები სასურველ შედეგს არ იძლევა, მაგრამ ამ საკითხების იმ ფორმით და შინაარსით სწავლება, რომელსაც ქვემოთ შემოგთავაზებთ იწვევს მოსწავლეებში ინტერესის აღძვრას და დიდად ეხმარება მათ ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაში.

მეთოდისტების მსჯელობის სერიოზული დისკუსიის თემას წარმოადგენს როდის, სწავლების რომელ ეტაპზე უნდა დავიწყოთ მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და შედგენის ერთიან სისტემაში სწავლება, როგორი ტიპის ამოცანების ამოხსნა და შედგენა ვასწავლოთ, როგორ ვასწავლოთ, რა დოზით ვასწავლოთ და სხვ.

ჩვენი აზრით, პირველ რიგში დაწყებითი კლასის მოსწავლეები საფუძვლიანად უნდა დაეუფლონ მათემატიკის სასკოლო პროგრამით განსაზღვრულ საკითხებს, ასევე შინაარსიანად უნდა შეისწავლონ მათთან განხილული თემების შესაბამისი საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა, რომლებსაც მათემატიკის მასწავლებელი ჩართავს მათ სასწავლო პროცესში და მხოლოდ ამის შემდეგ შეიძლება დაისვას საკითხი საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების შედგენის შესახებ. ჩვენ შევეცდებით დაწვრილებით გადმოვცეთ მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და შედგენის ერთიან სისტემაში სწავლების მეთოდური თავისებურებები. მეთოდურ ლიტერატურაში დაწყებითი კლასებისათვის მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და შედგენის ერთდროულად სწავლებასთან დაკავშირე-

ბული საკითხები საფუძვლიანად დამუშავებული არ არის, ხოლო მისი პრაქტიკული გამოყენების სფერო დიდია, რადგან მისი რეალიზება მასწავლებელს მათემატიკის თითქმის ყოველ გაკვეთილზე შეუძლია.

ახლა გავარკვიოთ საკითხი, თუ როდიდან უნდა დაიწყონ მოსწავლეებმა მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და სწავლების ერთიან სისტემაში სწავლება. ჩვენ ვთვლით, რომ მოსწავლეთა შემოქმედებითი უნარები, რომლების ესაჭიროებათ მათ მათემატიკური ამოცანების შესადგენად, მოსწავლეში განვითარებულია სწავლების პირველივე წლებიდან. ამიტომ, მეთოდურად გამართლებულად მიგვაჩნია მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის და შედგენის ერთიან სისტემაში სწავლება უნდა დაიწყოს ამ ამოცანების სწავლების დაწყებისთანავე, ე.ი. სწავლების პირველივე კლასიდან. ამასთან დაცული უნდა იყოს ის მიდგომა, რომ საქართველოს შესასწავლი მათემატიკური ამოცანების შედგენა უნდა მოხდეს ერთნაირი მეთოდური მიდგომით სწავლების სამივე საფეხურზე. მეთოდურად გამართლებულად მიგვაჩნია, რომ წრფივი განტოლებების შედგენას მოსწავლეები უნდა გაეცნონ დაწყებით კლასებში. წრფივი განტოლებების შედგენის შემდეგ, განტოლების მიხედვით მათ უნდა შეძლონ ტექსტური ამოცანების შედგენასაც. იგივე შეიძლება ვთქვათ წილად და წილად-წრფივი განტოლებების შესახებაც. განტოლებების შედგენა უნდა დავიწყოთ უმარტივესი სახის განტოლებების შედგენით, კერძოდ, საფუძვლიანად უნდა დამუშავდეს სხვადასხვა მოდიფიკაციის მთელ კოეფიციენტებია-

ნი, წილადის და ათწილადის შემცველი ერთუცნობიანი წრფივი განტოლებების შედგენის ხერხები, როცა განტოლების ფესვი წინასწარ არის შერჩეული. მიზანშეწონილია სქემის „იგივეობა  $\rightarrow$  განტოლება“ გამოყენება. ეს საკითხები სიღრმისეულად დამუშავებულია მონოგრაფიაში [1]. საზოგადოდ, ამოცანების შედგენა მოსწავლეებს უნდა დავავალოთ მას შემდეგ, რაც ისინი საფუძვლიანად დაეუფლებიან შესაბამისი სახის ამოცანების ამოხსნის მეთოდებს/ხერხებს, ამა-სთან, საკმაოდ რთული ამოცანების შედგენა საჭირო არ არის, რადგან ზოგჯერ მოსწავლეს ყურადღების გარეთ რჩება ამოცანისათვის მნიშვნელოვანი ზოგიერთი ნიუანსი, რაზეც ისინი ყურადღებას არ ამახვილებენ და შეიძლება ამან გამოიწვიოს ის, რომ მოსწავლემ ვეღარ ამოხსნას მის მიერ შედგენილი ამოცანა, ამან შეიძლება გამოიწვიოს მოსწავლის დაქვეება საკუთარ შესაძლებლობებში და გაუქრეს საკითხის შესწავლისადმი ინტერესი.

გუნდის მიერ საკუთარი ხანგრძლივი პედაგოგიური პრაქტიკით, ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტებით დასტურდება, რომ დაწყებითი კლასის მოსწავლეები მათემატიკური ამოცანების შედგენას მარტივად ახორციელებენ „რიცხვითი ტოლობა  $\rightarrow$  განტოლება“ და „რიცხვითი ტოლობა  $\rightarrow$  განტოლება  $\rightarrow$  ამოცანა“ სქემებით. როგორ უნდა განხორციელდეს სასკოლო პრაქტიკაში კონკრეტული სახის მათემატიკური ამოცანების შედგენა განხილულია მონოგრაფიებში [1], [2], [6], [7] და სხვ.

განვიხილოთ სქემებით

„რიცხვითი ტოლობა  $\rightarrow$  განტოლება  $\rightarrow$  ამოცანა“  
მათემატიკური ამოცანის შედგენა.

ვთქვათ, შევკრიბეთ ყველა ერთნიშნა კენტი რიცხვი:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25.$$

მოვიფიქროთ ამოცანის სიუჟეტი. რა შეიძლება ავიღოთ ისეთი, რომელიც მიიღებს 5-ის ტოლ მნიშვნელობას? ასეთი შეიძლება იყოს მათემატიკაში საშინაო დავალებად მიცემული, ან მათემატიკის საკონტროლო წერაზე ან მათემატიკურ ოლიმპიადებზე მოსწავლეებისთვის ამოსახსნელად მიცემული ამოცანების რაოდენობა, ასევე შეიძლება იყოს კლასში მოსწავლე გოგონების/ბიჭების რაოდენობა, ან მათემატიკის საგნობრივ წრეში კლასიდან გაერთიანებული მოსწავლეების რაოდენობა, ან მოსწავლე კალათბურთელთა გუნდის წევრთა რაოდენობა, ან მეექვსე კლასის საკლასო ოთახში ნათურების რაოდენობა, ასევე სხვადასხვა ნივთების/საგნების რაოდენობა და ა.შ.

შევჩერდეთ სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადაზე, რომელშიც მონაწილეობა მიიღო მეექვსე კლასის მოსწავლეებმა. ოლიმპიადაზე მოსწავლეებს ამოსახსნელად მიცეს 5 ამოცანა. როგორ დავუკავშიროთ რიცხვები 9, 7, 5, 3 და 1? ჩვენ ჩავთვალოთ, რომ ამოცანები დალაგებული იყო სირთულის მიხედვით.

ვთქვათ, პირველი ამოცანა ამოხსნა 9 მოსწავლემ, მეორე-7 მოსწავლემ, მესამე-5 მოსწავლემ, მეოთხე-3 მოსწავლემ და მეხუთე-1 მოსწავლემ. ე.ი. ყველას ერთად ამოუხსნია 25 ამოცანა. ე.ი.  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$  რიცხვითი ტოლობა გამოვიყენეთ. როგორ განვახორ-

ციელოთ გადასხვლა „რიცხვითი ტოლობა  $\rightarrow$  განტოლება“.

დავუშვათ, რომ სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადაზე ყველა მონაწილემ ამოხსნა ერთი და იგივე რაოდენობის ამოცანა, ხოლო ერთმა მოსწავლემ-დათუნამ ამოხსნა 1 ამოცანით მეტი. ცხადია, რომ ყველა მეექვსე კლასელს დათუნასთან ერთად რომ ამოეხსნა ერთნაირი რაოდენობის ამოცანა, მაშინ ისინი სულ ამოხსნიდნენ 24 ამოცანას. რადგან სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადაზე მონაწილე მოსწავლეების რაოდენობაც და მათ მიერ ამოხსნილი ამოცანების რაოდენობაც ნატურალური რიცხვებით გამოისახება, ამიტომ სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადაზე მონაწილეთა რაოდენობაც და მათ მიერ ამოხსნილი ამოცანების რაოდენობაც 24-ის გამყოფები იქნება, რომლებიც ერთმანეთთან დაკავშირებული არიან პირობით: მათი ნამრავლი 24-ის ტოლია.

24-ის გამყოფებია: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 და 24. ეს ნიშნავს, რომ განტოლებას:

$$n \cdot x = 24$$

ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეში აქვს ამონახსენი 8 წყვილი:

(1,24), (2,12), (3,8), (4,6), (6,4), (8,3), (12,2) და (24,1).

თუ განტოლების ამონახსნთა წყვილებად განვიხილავთ სასკოლო მათემატიკური ოლიმპიადის მონაწილეებს და შესაბამისად მათ მიერ ამოხსნილ ამოცანათა რაოდენობას, გამოვა, რომ წყვილებისათვის დავაწესებთ შეზღუდვას, რომ წყვილის ერთი ელემენტი 9-ზე ნაკლები არ არის, მაშინ დაგვრჩება 4 წყვილი:

(1, 24), (2, 12), (12, 2) და (24,1).

ამ შემთხვევაში დარჩენილი 4 წყვილი კიდევ შემცირდება 2 წყვილამდე, რადგან სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადაზე მონაწილეობა შეიძლება მიეღო ან 12 ან 24 მონაწილეს და მათ შესაბამისად ამოუხსნიათ ან 2 ან 1 ამოცანა.

ჩვენ დავუშვით, რომ ყველა მეექვსე კლასელმა მოსწავლემ ამოხსნა ერთი და იმავე რაოდენობის ამოცანა, ხოლო დათუნამ ამოხსნა მათზე 1 ამოცანით მეტი. ამის შემდეგ ამოცანის კითხვის დასმა უპრიანი იქნება, თუ გაირკვევა გაიმარჯვა ოლიმპიადაზე დათუნამ თუ არა? ამისათვის დავადგინოთ პირობა, ვინ შეიძლება გაიმარჯვოს სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადაზე. დავუშვათ, ოლიმპიადაზე გამარჯვებულია ის მეექვსე კლასელი მოსწავლეები, რომლებიც სწორად ამოხსნიან 4 ან 5 ამოცანას. ამის შემდეგ რჩება ამოცანის კითხვის ჩამოყალიბება. როგორ ჩამოვყალიბოთ ამოცანის კითხვა? გახდა თუ არა დათუნა ოლიმპიადის გამარჯვებული?

სქემის „რიცხვითი ტოლობა  $\rightarrow$  განტოლება  $\rightarrow$  ამოცანა“ პირველი ნაწილი დასრულდა. მანსახორციელებელი დაგვრჩა „განტოლება  $\rightarrow$  ამოცანა“ ნაწილი, რომლის დასრულება მარტივია, რადგან ყველა ნიუანსი გარკვეული გვაქვს და ჩვენს მიერ შედგენილი ამოცანა ჩამოყალიბდება ასე:

სასკოლო მათემატიკის ოლიმპიადაში მონაწილეობდა მეექვსე კლასის მოსწავლეები. პირველი ამოცანა ამოხსნა 9 მოსწავლემ, მეორე-7-მა, მესამე-5-მა, მეოთხე-3-მა, მეხუთე-1 მოსწავლემ. დათუნას გარდა

ყველა მეექვსე კლასელმა მოსწავლემ, ამოხსნა ერთ-ნაირი რაოდენობის ამოცანა, დათუნამ კი ამოხსნა მათზე 1 ამოცანით მეტი. გახდა თუ არა ოლიმპიადის გამარჯვებული დათუნა, თუ ოლიმპიადის დებულებით გამარჯვებული გახდებიან ის მეექვსე კლასელები, რომლებიც ამოხსნიან 4 ან 5 ამოცანას.

ამოგხსნათ დასმული ამოცანა. ჯამში მეექვსე კლასის მოსწავლეებმა ამოხსნეს

$$9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 25$$

ამოცანა. ეს ნიშნავს, რომ თუ დათუნაც ამოხსნიდა იმდენივე ამოცანას, რასაც მისი კლასელები, მაშინ შესრულდება ტოლობა:

$$24 = nx,$$

სადაც  $n$  არის ოლიმპიადაზე მონაწილე მეექვსე კლასის მოსწავლეების რაოდენობა,  $x$  არის ოლიმპიადის თითოეული მონაწილის მიერ ამოხსნილი ამოცანების რაოდენობა. მაგრამ ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ პირველი ამოცანა ამოხსნა 9 მოსწავლემ, ე.ი. ოლიმპიადაზე მონაწილე მეექვსე კლასელების რაოდენობა 9-ზე ნაკლები არ არის. ანუ,

$$n \geq 9,$$

რაც ნიშნავს ან  $n = 12$ ,  $x = 2$ , ან  $n = 24$ ,  $x = 1$ . პირველ შემთხვევაში დათუნა ამოხსნიდა 3 ამოცანას, მეორე შემთხვევაში 2 ამოცანას. ე.ი. დათუნამ ოლიმპიადაზე ვერ გაიმარჯვა.

განვიხილოთ უფრო რთული ამოცანის შედგენა, რომელიც დაკავშირებულია საქართველოს განათლების სისტემაში არსებულ შეფასების სისტემასთან და საჭიროებს სქემის

„განუსაზღვრელი განტოლება  $\rightarrow$  განუსაზღვრელ გან-  
ტოლება სისტემა  $\rightarrow$  ამოცანა“  
გამოყენებას.

ცნობილი ფაქტია, რომ სასწავლო წლის ბოლოს/სემესტრის ბოლოს მოსწავლეები ცდილობენ გამოასწორონ სასწავლო საგნებში მიღებული დაბალი ნიშნები, რათა მათი სემესტრული/წლიური შეფასება იყოს მაღალი. დავუდოთ ეს მოცემულობა ამოცანის სიუჟეტს. განვიხილოთ ორი მონაწილე, რომლებმაც ვთქვათ სემესტრის/სასწავლო წლის ბოლოს მიღეს ერთნაირი რაოდენობის ნიშნებიც და მიღებული შეფასებების ჯამიც ერთნაირია. ვთქვათ, მოსწავლეების სახელებია კოტე და ვახო და თითოეულმა მაისში მიიღო ერთნაირი რაოდენობის ნიშნები. კონკრეტულად რამდენი, ცოტა გვიან დავადგინოთ. ვთქვათ, ნიშნების რაოდენობაა  $n$ . სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ კოტემ მიიღო იმდენი ათიანი, რამდენი ცხრიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი ცხრიანი, რამდენი რვიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი რვიანი, რამდენი შვიდიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი შვიდიანი, რამდენი ექვსიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი ექვსიანი, რამდენი ხუთიანიც მიიღო ვახომ და იმდენი ხუთიანი, რამდენი ათიანიც მიიღო ვახომ. აქ გთვალისწინებულია ის პირობა, რომ ორივემ მიიღო ერთი თვის განმავლობაში ერთნაირი რაოდენობის ნიშნები.

დავუშვათ, კოტემ მიიღო  $x$  ათიანი,  $y$  ცხრიანი,  $z$  რვიანი,  $t$  შვიდიანი,  $u$  ექვსიანი და  $v$  ხუთიანი. მაშინ ვანო მიიღებდა  $x$  ცხრიანს,  $y$  რვიანს,  $z$  შვიდიანს,  $t$  ექვსიანს,  $u$  ხუთიანს და  $v$  ათიანს. ცხადია, რომ:

$$x + y + z + t + u + v = n. \quad (1)$$

პირველი ეტაპი, რომელიც უკავშირდება განუსაზღვრელი განტოლების შედგენას დასრულებულია. ეს განუსაზღვრელი განტოლება იქნება შესადგენი განუსაზღვრელ განტოლებათა სისტემის ერთ-ერთი განტოლება. ვეცადოთ შევადგინოთ სხვა განტოლება ან თუ შესაძლებელია განტოლებები.

კოტეს და ვახოს მიერ მაისის თვეში მიღებული შეფასებების ჯამი შესაბამისად არის:

$$10x + 9y + 8z + 7t + 6u + 5v \quad \text{და} \quad 9x + 8y + 7z + 6t + 5u + 10v.$$

რადგან ამ გამოსახულებების რიცხოვნობები ერთნაირია, ამიტომ შეგვიძლია დავწეროთ:

$$10x + 9y + 8z + 7t + 6u + 5v = 9x + 8y + 7z + 6t + 5u + 10v.$$

საიდანაც,

$$x + y + z + t + u = 5v. \quad (2)$$

მივიღეთ განუსაზღვრელ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} x + y + z + t + u = 5v; \\ x + y + z + t + u + v = n. \end{cases}$$

ამ სისტემაში ორი განტოლება და 7 უცნობია. 7 უცნობიდან  $n$ -ის შესაძლო მნიშვნელობების დადგენა შესაძლებელია. მართლაც, (1) განტოლებიდან გვაქვს:

$$x + y + z + t + u = n - v.$$

მიღებული განტოლების და (2) განტოლების შედარებით დავასკვნით, რომ

$$n - v = 5v.$$

ანუ,

$$n = 6v.$$

ე.ი.  $n$  უნდა იყოს 6-ის ჯერადი ნატურალური რიცხვი. რადგან მაისი ერთსა და იმავე დროს სემესტრის

და სასწავლო წლის ბოლო თვეა, ამიტომ უპრიანი იქნება თუ რეალობიდან გამომდინარე ავიღებთ ან 24-ს, ან 30-ს, რაც საშუალოდ კვირაში 6 ან 7 ნიშნის მიღების ტოლფასია, რაც რეალობასთან ძალიან ახლოსაა. თუ მოსწავლეების სურვილი იქნება მათ შეუძლიათ 6-ის ჯერადი სხვა მნიშვნელობაც აიღონ.

შესასრულებელი დაგვრჩა ბოლო ეტაპი: ამოცანის შედგენა. ჩავთვალოთ, რომ კოტემ და ვახომ მაისში 30 ნიშანი მიიღეს. ამოცანა იქნება ასეთი:

კოტემ და ვახომ მაისში 30-30 ნიშანი მიიღეს. კოტემ მიიღო იმდენი ათიანი, რამდენი ცხრიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი ცხრიანი, რამდენი რვიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი რვიანი, რამდენი შვიდიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი შვიდიანი, რამდენი ექვსიანიც მიიღო ვახომ, იმდენი ექვსიანი, რამდენი ხუთიანიც მიიღო ვახომ და იმდენი ხუთიანი, რამდენი ათიანიც მიიღო ვახომ. კოტეს და ვახოს მაისში მიღებული ნიშნების ჯამი ერთმანეთის ტოლია. რამდენი ხუთიანი მიიღო კოტემ მაისში?

ამოვხსნათ შედგენილი ამოცანა. ვთქვათ, კოტემ მიიღო  $x$  ათიანი,  $y$  ცხრიანი,  $z$  რვიანი,  $t$  შვიდიანი,  $u$  ექვსიანი და  $v$  ხუთიანი. ხოლო ვახომ მიიღო  $x$  ცხრიანი,  $y$  რვიანი,  $z$  შვიდიანი,  $t$  ექვსიანი,  $u$  ხუთიანი და  $v$  ათიანი. შევადგინოთ ცხრილი:

|      | 10  | 9   | 8   | 7   | 6   | 5   |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| კოტე | $x$ | $y$ | $z$ | $t$ | $u$ | $v$ |
| ვახო | $v$ | $x$ | $y$ | $z$ | $t$ | $u$ |

ამოცანის პირობის ძალით თითოეულმა ბიჭმა მაისში 30 შეფასება მიიღო. ე.ი.

$$x + y + z + t + u + v = 30. \quad (3)$$

მეორეს მხრივ, ბიჭების მიერ მაისში მიღებული ქულების ჯამი ერთნაირია. ე.ი.

$$10x + 9y + 8z + 7t + 6u + 5v = 9x + 8y + 7z + 6t + 5u + 10v.$$

საიდანაც,

$$x + y + z + t + u = 5v.$$

მეორეს მხრივ, (3) განტოლებიდან გვაქვს:

$$x + y + z + t + u = 30 - v.$$

ბოლო ორი ტოლობების მარცხენა მხარეები ტოლია. მაშინ ტოლია მათი მარჯვენა მხარეებიც. ე.ი.

$$5v = 30 - v \Rightarrow v = 5.$$

რაც ნიშნავს, რომ კოტემ მაისში მიიღო 5 ხუთიანი.

დაწყებითი კლასების მოსწავლეები ინტერესით ერთვებიან ისეთი ამოცანების ამოხსნის პროცესში, რომლებიც უკავშირდება ყველა შესაძლო შემთხვევების განხილვას, როცა ამოცანის მონაცემებს დადებული აქვს გარკვეული შეზღუდვები და ჩანაწერებისათვის გამოიყენება რიცხვითი უტოლობები. სანიმუშოდ განვიხილოთ საკმაოდ რთული ასეთი

**ამოცანა.** ყველა მესამე კლასელმა ბიჭმა საახალწლო ზეიმზე მიიტანა 7 ვარდიანი თაიგული თანაკლასელი გოგონების საჩუქრად. აღმოჩნდა, რომ თაიგულები გოგონებს არ ეყოთ, ამიტომ ბიჭებმა დაშალეს თაიგულები და შეკრეს ახალი 5-5 ვარდიანი თაიგულები, აჩუქეს ყველა თავის კლასელ გოგონას და კლასის ხელმძღვანელს. რამდენი გოგონაა მესამე

კლასში, თუ ცნობილია, რომ კლასში ყველა მოსწავლის რაოდენობა 20-ზე მეტია და 30-ზე ნაკლები.

ამოხსნის პროცესი მასწავლებელმა უნდა წარმართოს ასე:

ვთქვათ, მესამე კლასში სწავლობს  $x$  ბიჭი და  $y$  გოგონა. მაშინ, რადგან კლასში მოსწავლეთა რაოდენობა 20-ზე მეტია და 30-ზე ნაკლებია, ამიტომ:

$$20 < x + y < 30.$$

ამოცანის პირობიდან რადგან კლასის ყველა ბიჭმა მიიტანა თაიგული და ამ თაიგულების რაოდენობა არ ეყოთ გოგონებისათვის გადასაცემად, ამიტომ აქედან გამომდინარეობს რომ, მესამე კლასში ბიჭების რაოდენობა ნაკლებია გოგონების რაოდენობაზე,

$$x < y.$$

ბიჭებმა კლასში სულ მიიტანეს  $7x$  ვარდი, რომლითაც შემდეგ შეკრეს 5 ვარდიანი ( $y+1$ ) თაიგული. ამიტომ,

$$5(y+1) = 7x.$$

საიდანაც,

$$y = \frac{7}{5}x - 1.$$

$x$  უნდა იქნეს 5-ის ჯერადი. შევადგინოთ ცხრილი:

|       |    |    |    |    |    |     |
|-------|----|----|----|----|----|-----|
| $x$   | 5  | 10 | 15 | 20 | 25 | ... |
| $y$   | 6  | 13 | 20 | 27 | 34 | ... |
| $x+y$ | 11 | 23 | 35 | 47 | 59 | ... |

ცხრილიდან ჩანს, რომ პირობას  $x < y$  აკმაყოფილებს ყველა კომპონენტი. ხოლო  $20 < x + y < 30$ , პირობას აკმაყოფილებს მხოლოდ  $x=10$  და  $y=13$ .

ეს ნიშნავს, რომ მესამე კლასში 13 გოგონაა.

ასეთი სახის ამოცანის შედგენა მოხდება ზემოთ შედგენილი ამოცანების მსგავსად, რაზეც ჩვენ აღარ შევჩერდებით., მკითხველი თავად ადვილად შეძლებს ამის გაკეთებას.

საქართველოს შემსწავლელი მათემატიკური ამოცანების შედგენის და ამოხსნის ერთიან სისტემაში სწავლება დაწყებით კლასებში სასარგებლოა იმითაც, რომ მოსწავლეები დახელოვნდებიან არა მარტო ამოცანათა შედგენაში, არამედ სრულფასოვნად ეუფლებიან ასეთი სახის ამოცანების ამოხსნის სხვადასხვა ხერხს.

დაწყებით კლასებში მათემატიკის ამოცანების შედგენის და ამოხსნის ერთიან სისტემაში სწავლების მიზანი, ტრადიციული სწავლებისაგან განსხვავებით იმაში მდგომარეობს, რომ ამ დროს მოსწავლეთა აზროვნება ხდება შემოქმედებითი, მოსწავლეები თავს გრძნობენ როგორც შემოქმედები და ამაყობენ მათ მიერ შედგენილი ამოცანებით.

## II თავი საქართველოზე მათემატიკური ამოცანების სისტემების ამოხსნის ზოგიერთი მეთოდი და ხერხი

### §2.1. არითმეტიკული და ალგებრული მეთოდები

ტექსტური ამოცანების ამოხსნის დროს პრაქტიკაში გამოიყენება სხვადასხვა მიდგომები და მეთოდები: არითმეტიკული, ალგებრული, გეომეტრიული, სქემატური, გრაფიკული და სხვ.

- არითმეტიკული მეთოდით ტექსტური ამოცანების ამოხსნის დროს გამოიყენება შეკრების, გამოკლების, გამრავლებისა და გაყოფის არითმეტიკული მოქმედებები, ამოცანის პირობაში მოცემული ობიექტების და რიცხვების თვისებები და სხვ. ანუ ტექსტური ამოცანის ამოხსნისას გამოიყენება რიცხვებზე რამდენიმე ურთიერთდაკავშირებული არითმეტიკული ოპერაცია და ობიექტების და ამოცანის პირობაში მოცემული რიცხვების თვისებები;
- ალგებრული მეთოდით ტექსტური ამოცანების ამოხსნა გულისხმობს უცნობის/უცნობების, ცვლადის/ცვლადების შემოღებას და ამოცანის პირობით განსაზღვრული მოცემულობით/მოცემულობებით შესაბამისი განტოლების ან/და უტოლობის, ან/და განტოლებათა ან/და უტოლობათა ან/და განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემის შედგენას და მისი ამოხსნით ამოცანაში საპოვნინ უცნობი სიდიდის/სიდიდეების პოვნას;

- გეომეტრიული მეთოდით ტექსტური ამოცანების ამოხსნა გულისხმობს ამოცანის პირობაში მოცემული გეომეტრიული ფიგურის თვისებების და გეომეტრიული ცოდნის გამოყენებით ამოცანის პირობით საძიებელი ობიექტის/ობიექტების მახასიათებლების დადგენას, ან გამოთვლას, ან აგებას. იმის მიხედვით, თუ რა მოითხოვება ტექსტურ ამოცანაში-გეომეტრიული ფიგურის რაიმე ელემენტის ან მისი ნაწილის რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა, გეომეტრიული ფიგურის რაიმე თვისების დამტკიცება, თუ რომელიმე გეომეტრიული სხეულის აგება, განასხვავებენ შესაბამისად გეომეტრიულ ამოცანებს გამოთვლაზე, დამტკიცებაზე და აგებაზე;
- სქემატური მეთოდით ტექსტური ტექსტური ამოცანის ამოხსნა გულისხმობს ნახაზების, დიაგრამების, ცხრილების და სხვა დამხმარე საშუალებების გამოყენებას ამოცანის ამოხსნის პროცესში;
- გრაფიკული მეთოდი გულისხმობს დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში ფუნქციათა გრაფიკების გამოყენებით ტექსტური ამოცანის პირობით საძიებელი ფუნქციის სახის დადგენას ან საძიებელი სიდიდის გამოთვლას და სხვ.

ჩამოთვლილი თითოეული მეთოდით ტექსტური ამოცანის ამოხსნა გულისხმობს ამოცანის გადართგმნას მათემატიკის ენაზე, რომელსაც მათემატიკურ მოდელირებას უწოდებენ, ხოლო მოქმედების შედეგს მათემატიკური მოდელი ეწოდება. ტექსტური ამოცანის ამოხსნისას შესაძლებელია სხვადასხვა მეთოდის გამოყენება, რაც იწვევს სხვადასხვა მათემატიკური მოდელის შექმნას.

ტექსტური ამოცანების არითმეტიკული მეთოდით ამოხსნისას გამოყენებული მათემატიკური მოდელი არის ისეთი რიცხვითი გამოსახულება, რომელიც შეიცავს რიცხვებზე რამდენიმე მოქმედებას, რომლის გამოთვლით მიღებული შედეგი წარმოადგენს ამოცანის ამონახსნს.

ალგებრული მეთოდით ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას მათემატიკური მოდელი ყველაზე ხშირად არის განტოლება, უტოლობა, განტოლებათა ან უტოლობათა სისტემა, ან განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემა ან ერთობლიობა, ხოლო შესაბამისი განტოლების, უტოლობის, განტოლებათა, უტოლობათა, შერეული სისტემის ამონახსნის ან უშუალოდ იძლევა პასუხს ამოცანაში დასმულ კითხვაზე, ან გვეხმარება ამოცანის კითხვაზე პასუხის მოძებნაში.

გეომეტრიულ მეთოდში მათემატიკური მოდელი არის გეომეტრიული ფიგურა და ამოცანის ამონახსნს წარმოადგენს ამ ფიგურის ერთ-ერთი ელემენტის ან მისი რაიმე ნაწილის რიცხვითი მნიშვნელობის გამოთვლა ან დამტკიცება ან აგება.

სქემატურ მეთოდში მათემატიკური მოდელი არის დიაგრამა, ნახაზი, ცხრილი და სხვ. რომლის დახმარებითაც შესაძლებელი ხდება მარტივად მოიძებნოს ამოცანის პირობაში დასმული კითხვის პასუხი;

გრაფიკულ მეთოდში მათემატიკური მოდელია გრაფიკი/გრაფიკები, რომლის აგება ხდება ამოცანის პირობის საფუძველზე. ამ მეთოდით ამოცანის ამოხ-

სნა არის გრაფიკის/გრაფიკების გარკვეული წერტილების კოორდინატები.

განხილული მეთოდებიდან დაწყებითი კლასების სასწავლო პრაქტიკაში ძირითადად მასწავლებელს უხდება არითმეტიკული და ალგებრული მეთოდების გამოყენება, რომელზეც გავამახვილებთ ძირითადად ყურადღებას.

ტექსტური ამოცანის ალგებრული მეთოდით ამოხსნა ნიშნავს:

1.ახალი ცვლადის/ცვლადების მოხერხებულად შემოღებას და მისი საშუალებით უცნობი სიდიდეების გამოსახვას.

2. ამოცანის პირობაში მოცემული მონაცემების მიხედვით განტოლების ან უტოლობის, ან განტოლებათა ან უტოლობათა ან განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემების შედგენას;

3.შედგენილი განტოლების ან უტოლობის, ან განტოლებათა ან უტოლობათა ან განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემების ამოხსნა.

4.ნაპოვნი ამონახსნებიდან იმ ამონახსნთა დადგენა და ამორჩევა, რომლებიც აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს და, ამრიგად, ამოცანის კითხვაზე პასუხის გაცემა.

განვიხილოთ ტექსტური ამოცანების ამოხსნა ალგებრული მეთოდით განტოლებების და უტოლობების გამოყენებით.

**I ეტაპი.** ამოცანის პირობის მოკლე ჩანაწერი.

ამ ეტაპის მიზანია: ამოცანის შინაარსში გარკვევა, ამოცანის აღქმა.

ჩანაწერის ფორმა: ამოცანის პირობაში ყველა ცნობილი და საპოვნო მონაცემის სქემატური ნახაზი ან ცხრილი ან დიაგრამა და სხვ.

ამოცანის პირობის მოკლე ჩანაწერი არ გამოიყენება, თუ ამოცანაც და მისი ამოხსნაც მარტივად არის შესაძლებელი;

- I ეტაპზე მასწავლებელი მოსწავლეებს ეხმარება ამოცანის პირობის გააზრებაში, რასაც ხელს უწყობს ამოცანის პირობაში მოცემული ყველა ცნობილი და ყველა უცნობი სიდიდის ერთმანეთთან სწორად დაკავშირება. ამოცანის ამოხსნისათვის საჭიროების შემთხვევაში ადგენენ ცხრილს, ნახაზს, სქემას და სხვ. ხშირად მოსახერხებელია უცნობი სიდიდის/სიდიდეების აღნიშვნა ნიშნით „?“. მასწავლებელი მოსწავლეებს უნდა დაეხმაროს გამოყონ ამოცანის პირობის მთავარი შეკითხვა, რათა ამოცანის ამოხსნის ბოლო ეტაპზე მოსწავლეებმა სწორად ჩამოაყალიბონ ამოცანის პასუხი. ეს მნიშვნელოვანი მოთხოვნაა, რადგან ზოგიერთი ტექსტური ამოცანის ამოხსნისას უფრო მოსახერხებელია ცვლადით აღვნიშნოთ არა ამოცანის პირობით საძიებელი ობიექტი, არამედ სხვა უცნობი სიდიდე, რომლის პოვნის შემდეგ ამოცანის კითხვაზე პასუხის მისაღებად საჭიროა დამატებითი გამოთვლების ჩატარება;
- ამოცანის პირობაში ერთი და იგივე სახის სიდიდეები ზოგჯერ გამოსახულია სხვადასხვა ზომის ერთეულებში. მიზანშეწონილია, რომ ყველა მონაცემი გადავიყვანოთ ისეთ საერთო ერთეულში, რომელიც ან საერთაშორისოა, ან პრაქტიკაში გამოყენების თვალსაზრისით უფრო მოსახერხებელია. მა-

გალითად, ტექსტურ ამოცანაში ავზის მოცულობა შეიძლება იყოს მოცემული  $m^3$ -ში, ხოლო ბიდონის მოცულობა გამოსახული იყოს ლიტრებში. ამ დროს გამოთვლების გამარტივების მიზნით უმჯობესია ავზის მოცულობაც გამოვსახოთ ლიტრებში;

- ტექსტური ამოცანების ამოხსნას მნიშვნელოვნად ამარტივებს და მოსწავლეებისათვის უფრო გასაგებია საყოველთაოდ შემოდებული აღნიშვნები სხვადასხვა მეცნიერებებში: ფიზიკაში, ქიმიაში, გეომეტრიაში, ალგებრაში, ეკონომიკაში და ა.შ. მიღებული აღნიშვნების შემოდებით. მაგალითად: სიჩქარე, დრო, გავლილი მანძილი აღვნიშნოთ შესაბამისად  $V$ ,  $t$ ,  $s$ -ით. სხეულის სიმკვრივე, მოცულობა და მასა შესაბამისად  $\rho$ ,  $V$ ,  $m$ -ით; პროდუქტიულობა, მუშაობის დრო და სამუშაოს მოცულობა შესაბამისად  $W$ ,  $t$ ,  $V$ -თი; მართკუთხედის გვერდები, პერიმეტრი და ფართობი შესაბამისად  $a, b, P, S$ -ით და სხვ.;
- მოძრაობაზე ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას სქემატური ნახაზის გამოყენება უმრავლეს შემთხვევაში ეფექტურია. ის საშუალებას იძლევა მოსწავლემ დაინახოს მოძრაობის დინამიკა, შეიძლება მოინიშნოს ამოცანის პირობით განსაზღვრული შეხვედრები, გაჩერებები და სხვ.

## **II ეტაპი. ამოცანის პირობის მოკლე აღგებრული ჩანაწერი.**

ამ ეტაპის მიზანია: სწორად ავირჩიოთ ცვლადი და მისი საშუალებით გამოვსახოთ ამოცანაში მოცემული ყველა უცნობი.

ჩანაწერის ფორმა: ფორმა ისეთივეა, როგორიც I ეტაპზე, მაგრამ ნაცვლად ?, ყველგან უნდა დავწეროთ ცვლადი ან ცვლადის შემცველი გამოსახულება.

მნიშვნელოვანია გვახსოვდეს:

- ამ ეტაპზე ამოცანის ამოხსნის გაფორმება იწყება ფრაზით: „ვთქვათ,  $x$ , ... , მაშინ ...“.
- მასწავლებელი არ უნდა ეცადოს ამოცანის ამოხსნა მოახდინოს მხოლოდ ერთი ან ორი უცნობის შემოღებით. პირიქით, რაც მეტ უცნობს შემოიღებს, მით უფრო ადვილია განტოლებების ან უტოლობების შედგენა;
- ცვლადების არჩევით ხდება ამოცანის პირობაში აღწერილი სიტუაციის მათემატიკური მოდელის შედგენა. უფრო ზუსტად, არჩეული ცვლადები წარმოადგენენ მათემატიკური მოდელის განმსაზღვრელ პარამეტრებს, ამიტომ ყველა შემოღებული ცვლადი უნდა იყოს დამოუკიდებელი და ცვლადებს შორის კავშირები უნდა ასახავდეს ამოცანის პირობებში მოცემულ კავშირებს;
- ცვლადების შემოღება უნდა მოხდეს ისე, რომ მაქსიმალურად მოსახერხებელი იყოს მათი საშუალებით ამოცანის პირობების მათემატიკურად გამოსახვა. შესაძლოა, რომ ამოცანიდან გამომდინარე პირობით საძიებელ სიდიდეს ზოგჯერ აღნიშნავენ ცვლადით, ზოგჯერ კი-შეიძლება ცვლადით არც აღნიშნონ. ტექსტური ამოცანების უმეტესობა ისეა შედგენილი, რომ ამოცანით საძიებელი სიდიდე განაპირობებს ცვლადის/ცვლადების არჩევას.

**III ეტაპი.** განტოლების/უტოლობის ან განტოლებათა/უტოლობათა/განტოლებათა და უტოლობათა შერეუ-

ლი სისტემების ან/და ერთობლიობების შედგენა და ამოხსნა.

ამ ეტაპის მიზანია: განტოლების/უტოლობის ან (განტოლებათა/უტოლობა/განტოლებების და უტოლობების შერეული სისტემების ან ერთობლიობების) შედგენა და მათი ამონახსნის/ამონახსნების პოვნა.

მნიშვნელოვანია გვახსოვდეს:

- ამ ეტაპზე ამოცანის ამოხსნის გაფორმება იწყება ფრაზით: „ამოცანის პირობის თანახმად (იწერება ამოცანის პირობიდან ტექსტი), გამომდინარეობს ... (განტოლება/უტოლობა ან განტოლებათა/უტოლობათა/განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემები ან/და ერთობლიობები)“;
- აუცილებელია ცვლადის/ცვლადების დასაშვები მნიშვნელობების დადგენა, განტოლების/უტოლობის ან განტოლებათა/უტოლობათა/განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემების ან/და ერთობლიობების გათვალისწინებით;
- მარტივი ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას ცვლადების შერჩევისას ვღებულობთ ერთცვლადიან განტოლებას/უტოლობას ან განტოლებათა/უტოლობათა სისტემას განტოლებების/უტოლობების რაოდენობა ემთხვევა უცნობის რაოდენობას, ხოლო საპიეზო, არასტანდარტული და საოლიმპიადო ტექსტური ამოცანების ამოხსნისას განტოლების/უტოლობის რაოდენობა და ცვლადების რაოდენობა განსხვავებული შეიძლება იყოს.

**IV ეტაპი.** განტოლების/უტოლობის ან განტოლებათა/უტოლობა/განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემების ან/და ერთობლიობების ამონახსნა.

მიზანი: განტოლების/უტოლობის ან (განტოლებათა/უტოლობა/განტოლებათა და უტოლობათა შერეული სისტემების ან/და ერთობლიობების) ამოხსნის შემდეგ ყველა ამონახსნიდან ისეთების შერჩევა, რომლებიც შეესაბამება ამოცანის პირობას.

მნიშვნელოვანია გვახსოვდეს: ჩვეულებრივ, ამოცანის ფორმულირების ეს ეტაპი იწყება ფრაზით: „ამოცანის პირობიდან გამომდინარე  $x$  უნდა იყოს ... (ნატურალური, დადებითი, მთელი რიცხვი, ეკუთვნოდეს ... ინტერვალს და ა.შ.) და თუ ის არ აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას, მაშინ საქმე გვაქვს გარეშე ამონახსნთან, ხოლო თუ აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას, მაშინ მას უნდა მიეწიოს საზომი ერთეულები და უნდა დასაბუთდეს, რომ ნაპოვნი მნიშვნელობა ამოცანის ამონახსნია.

- ამგვარად, განტოლების/უტოლობის ან განტოლებათა/უტოლობა/განტოლების და უტოლობების შერეული სისტემების ან/და ერთობლიობების ყველა ამონახსნი შეიძლება არ იყოს ამოცანის ამონახსნი;
- ნებისმიერი ტექსტური ამოცანისთვის აუცილებელია მიღებული ყველა ამონახსნის ანალიზი-შეესაბამება თუ არა ამოცანის პირობას. არ არის საჭირო ამონახსნის ჩასმა ამოხსნილ განტოლებაში/უტოლობაში ან სისტემაში.

#### **V ეტაპი. პასუხი.**

ამ ეტაპის მიზანია სწორი პასუხის ჩაწერა, რომელიც აკმაყოფილებს ამოცანის ყველა პირობას და წარმოადგენს ამოცანის კითხვაზე პასუხს.

## §2.2. ცდისა და შეცდომის მეთოდი

ცდისა და შეცდომის მეთოდი თავისი სიმარტივის მიუხედავად განსაკუთრებულ ყურადღებას იმსახურებს. ბევრი მეცნიერი იყენებდა ამ მეთოდს თავის ნაშრომებში. პრაქტიკაში დანერგა და მეთოდი აღწერა ცნობილმა ამერიკელმა ფიზიოლოგმა, ფსიქოლოგმა და პედაგოგმა, ამერიკის ფსიქოლოგთა ასოციაციის პრეზიდენტმა ედუარდ ლი თორნდაიკმა მეცხრამეტე საუკუნის ბოლოს. ცდისა და შეცდომის მეთოდის გამოყენების მაგალითები ბევრია მის სამეცნიერო ნაშრომებში. ის ცხოველებზე ატარებდა სხვადასხვა ქცევით ექსპერიმენტებს, რისთვისაც ცხოველებს ათავსებდა სპეციალურ ყუთებში. ერთ-ერთი ექსპერიმენტი ასეთი იყო: ყუთში კეტავენ კატას. კატას უნდა გამოვიდეს ყუთიდან და ეძებს გამოსავალს. ყუთიდან კატის გამოსვლის ერთადერთი ვარიანტია-თუ კატა დააჭერს ზამბარას, ყუთის კარი გაიღება და კატა ყუთიდან გამოვა. ექსპერიმენტის მსვლელობისას ცხოველმა გამოიყენა მრავალი ცდა, რომელიც წარუმატებელი აღმოჩნდა, ყუთის კარები არ გაიღო და კატა ყუთში დარჩა. მაგრამ ბევრი ცდის შემდეგ, ცხოველი ზამბარას აჭერს და ყუთიდან გამოდის. როგორ მოახერხა კატამ ყუთიდან გამოსვლა? კატა, ყუთში ჩასმის მომენტიდან იმახსოვრებდა სცენარებს და შემლო ყუთიდან გამოსვლა. როცა შემდეგში დროთა განმავლობაში, იმეორებდნენ მსგავს მოქმედებებს და კატას სვამდნენ ყუთში, გამოსავალი თითქმის მყისიერად დგებოდა. კატა უშეცდომოდ აგნებს იმ ერთადერთ

ვარიანტს, რომელიც უზრუნველყოფს მის გამოსვლას ყუთიდან.

ცდისა და შეცდომის მეთოდის გამოყენების დროს ამოცანას ხსნიან ვარიანტების შერჩევით, სანამ არ იპოვიან ამოცანის ამონახსნს. ხშირად, მათემატიკაში ცდისა და შეცდომის მეთოდით ამოწმებენ ლოგიკური აზროვნების დონეს და რამდენად სწრაფად შეძლებს ამომხსნელი ყველა შესაძლო ვარიანტების შერჩევას. ეს საშუალებას იძლევა სასწავლო პროცესში ჩართული იყოს თამაშის ელემენტები, რასაც ზოგიერთი მასწავლებელი საკმაოდ წარმატებულად იყენებს თავის პედაგოგიურ პრაქტიკაში.

როცა დაწყებით კლასებში უნდა ამოვხსნათ განტოლება ცდისა და შეცდომის მეთოდით, ამ შემთხვევაში აუცილებელია ვარიანტების შერჩევა. საჭირო გამოთვლების ჩატარებს შედეგად როცა მოსწავლეები იპოვიან სწორ პასუხს ისინი რწმუნდებიან, რომ ეს ერთადერთი სწორი პასუხია და ცდებს წყვეტენ. განვიხილოთ როგორ მუშაობს პრაქტიკაში ცდისა და შეცდომის მეთოდი. მაგალითად, როცა მოსწავლეებს აძლევენ ასეთ დავალებას:

**ამოცანა 1.** რა რიცხვი უნდა ჩავწეროთ კვადრატში, რომ მივიღოთ სწორი ტოლობა?

$$\square + 3 = 7.$$

**ამოხსნა.** მოსწავლეები რიგ-რიგობით იწყებენ კვადრატში რიცხვების ჩაწერას. პირველად კვადრატში ათავსებენ რიცხვს 1. მიიღებენ გამოსახულებას:

$$\square 1 + 3 = 7?$$

მოსწავლეები მსჯელობენ. ეს ტოლობა არასწორია, ე.ი. კვადრატში 1 არ უნდა ჩავწეროთ. შემდეგ ჩასვამენ 2-ს, მიიღებენ არასწორ ტოლობას. შემდეგ ჩასვამენ 3-ს, მიიღებენ ისევ არასწორ ტოლობას. როცა ჩასვამენ 4-ს, მიიღებენ სწორ ტოლობას:

$$\boxed{4} + 3 = 7.$$

რის საფუძველზეც მოსწავლეები დაასკვნიან, რომ კვადრატში უნდა ჩაიწეროს 4 და რადგან სწორი ტოლობა უკვე მიიღეს, ცდებს წყვეტენ.

**ამოცანა 2.** იპოვეთ მართკუთხედის გვერდები, თუ მისი ფართობია  $32 \text{ სმ}^2$  და პერიმეტრი  $24 \text{ სმ}$ -ია.

**ამოხსნა.** მოსწავლეებმა იციან, რომ მართკუთხედის მოპირდაპირე გვერდები ერთმანეთის ტოლია, ამიტომ ორი განსხვავებული გვერდის ჯამი არის პერიმეტრის ნახევარი, ანუ  $12 \text{ სმ}$ , ხოლო ამ გვერდების სიგრძეთა ნამრავლია  $32 \text{ სმ}^2$ . რადგან მართკუთხედის პერიმეტრიც და ფართობიც 8-ის ჯერადებია, ამიტომ მართკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძე მაინც 4-ის ჯერადი უნდა იყოს. დავუშვათ, რომ მართკუთხედის ერთი გვერდის სიგრძეა  $4 \text{ სმ}$ . ცხადია, მაშინ მართკუთხედის კიდევ ერთი გვერდის სიგრძე იქნება  $4 \text{ სმ}$ .

მეორე გვერდის სიგრძის გამოსათვლელად პერიმეტრის ნახევარს უნდა გამოვაკლოთ პირველი გვერდის სიგრძე. გვექნება რიცხვითი ტოლობა:

$$12 - 4 = 8 \text{ (სმ)}.$$

გამოდის, რომ მართკუთხედის სიგანე არის  $8 \text{ სმ}$ .

შევამოწმოთ, რისი ტოლია იმ მართკუთხედის ფართობი, რომლის გვერდებია  $4 \text{ სმ}$  და  $8 \text{ სმ}$ .

$$S = 4 \cdot 8 = 32 \text{ (სმ}^2\text{)}.$$

როგორც ვხედავთ, ჩვენ მიერ ჩატარებული გამოთვლები სწორია. ჩვენ შეგვიძლია გამოთვალოთ მართკუთხედის პერიმეტრიც.

მართკუთხედის პერიმეტრის გამოსათვალელად ვისარგებლოთ ფორმულით:

$$P = 2(4+8) = 24 \text{ (სმ)}.$$

განვიხილოთ კიდევ ერთი ამოცანა, რომელიც ამოვხსნათ ცდისა და შეცდომის მეთოდით.

**ამოცანა 3.** ტომ სოიერს 14 პფენინგი აქვს. მას სურს თავისთვის და თავისი თანაკლასელი ბეკისთვის იყიდოს ფანქრები და რვეულები. ერთი ფანქარი 5 პფენინგი ღირს, ერთი რვეული-3 პფენინგი. რამდენი ფანქარი და რამდენი რვეული შეუძლია იყიდოს ტომმა?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, ტომ სოიერს შეუძლია იყიდოს  $x$  ფანქარი და  $y$  რვეული. მაშინ ნაყიდი ნივთების საერთო ღირებულება იქნება  $(5x+3y)$  პფენინგი. ამოცანის პირობის ძალით თანხა არ აღემატება 14 პფენინგს. ამიტომ უნდა შესრულდეს უტოლობა:

$$5x+3y \leq 14.$$

სადაც,  $x$  და  $y$  ნატურალური რიცხვებია.

ვთქვათ, მოსწავლეები მარტივად დაადგენენ, რომ  $x$  ცვლადმა შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობები 1 და 2. დავუშვათ  $x=1$ , მაშინ  $y$ -ის შესაძლო ნატურალური მნიშვნელობებია 1, 2 და 3. როცა  $x=2$ , მაშინ  $y$  მიიღებს მხოლოდ 1-ის ტოლ მნიშვნელობას. ე.ი. უტოლობის ამონახსნებია წყვილები: (1,1), (1,2), (1,3), (2,1). პირველი ელემენტი შეესაბამება  $x$ -ს, ანუ ფანქრებს, მეორე  $y$ -ს რვეულები: ე.ი. ტომ სოიერს

შეუძლია იყიდოს ან ერთი ფანქარი და ერთი რვეული, ან ერთი ფანქარი და ორი რვეული, ან ერთი ფანქარი და სამი რვეული ან ორი ფანქარი და ერთი რვეული.

მათემატიკაში ცდისა და შეცდომის მეთოდის გამოყენება ხშირად დიდ დროს მოითხოვს და ყოველთვის არ იძლევა სწორი და ოპტიმალური გადაწყვეტილების სწრაფად მიღების საშუალებას. ასე, რომ ცდისა და შეცდომის მეთოდის გამოყენებით ვერ ხერხდება ოპტიმალური გადაწყვეტილების სწრაფად მოძებნა. ცდისა და შეცდომის მეთოდის გამოყენება მეთოდურად მიზანშეწონილია მაშინ, როცა ყველა განსახილველ შემთხვევათა რიცხვი დიდი არ არის. ხშირად შესაძლებელია გამოვიყენოთ უფრო სრულყოფილი და მოქნილი მეთოდები, ნაკლები დროის დანახარჯებით. მაგრამ უნდა შევნიშნოთ, რომ აზროვნების განვითარებისათვის ამ მეთოდის გამოყენება უნდა შეძლოს დაწყებითი კლასების ყველა მასწავლებელმა.

## §2.3. ბოლოდან თავისკენ მეთოდი

დაწყებითი კლასებში მათემატიკის სწავლებისას მოსწავლეებს უხდებათ ისეთი ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც უკავშირდება ჩაფიქრებული რიცხვის გამოცნობას. ასეთი ამოცანების შინაარსი მდომარეობს შემდეგში: ჩაფიქრებულ რიცხვზე სრულდება გარკვეული არითმეტიკული ოპერაციები, რის შედეგადაც მიიღება კონკრეტული რიცხვი და მოთხოვნილია ვიპოვოთ თავიდან ჩაფიქრებული რიცხვი. ცხადია, ასეთი ამოცანების ამოხსნა შესაძლებელია განტოლებით, მაგრამ ამ შინაარსის ამოცანების დაწყებით კლასებში განხილვა შესაძლებელია არითმეტიკული მეთოდით მაშინაც, როცა მოსწავლეები არ იცნობენ ალგებრის ელემენტებს, მათ შორის განტოლებასაც. ასეთ შემთხვევებში საკმაოდ ეფექტურია ამოცანების ამოხსნის მეთოდის-ბოლოდან თავისკენ გამოყენება. ამ მეთოდის არსი მდგომარეობს შემდეგში: ამოცანის ამოხსნის პროცესში ამომხსნელი ატარებს ამოცანის პირობით ჩატარებული მათემატიკური ოპერაციის საპირისპირო ოპერაციას-შეკრებისათვის გამოკლებას, გამოკლებისათვის შეკრებას, გაყოფისათვის გამრავლებას, გამრავლებისათვის გაყოფას, რითაც ნაბიჯ-ნაბიჯ, ეტაპობრივად საბოლოოდ მივდივართ ჩაფიქრებული რიცხვის გამოთვლამდე. მაგალითად,

**ამოცანა 1.** ანიმ ჩაიფიქრა რიცხვი, მიუმატა 4, ჯამი გაამრავლა 2-ზე, გამოაკლო 10, შედეგად მიღებული რიცხვი გაყო 3-ზე, დაუმატა 6 და საბოლოოდ მიიღო 10. რა რიცხვი ჩაიფიქრა ანიმ?

**ამოხსნა.** ამ ამოცანაში საბოლოო შედეგი გარკვეულია, გასარკვევია საწყისი-რა რიცხვი ჩაიფიქრა ანიმ. ამისათვის დავიწყოთ მსჯელობა ბოლოდან. ანიმ 10 მიიღო რიცხვისთვის 6-ის დამატებით. ეს რიცხვია  $10-6=4$ . 4 მიიღეს მას შემდეგ, რაც რაღაც რიცხვი გაყვეს 3-ზე. ეს რიცხვი ყოფილა  $4\cdot 3=12$ . 12 მიიღეს რიცხვისთვის 10-ის გამოკლებით. ე.ი. ეს რიცხვი ყოფილა  $12+10=22$ . 22 მირებულია რიცხვის 2-ზე გამრავლებით. ეს რიცხვია  $22:2=11$ . 11 მიიღეს ანის ჩაფიქრებული რიცხვისათვის 4-ის დამატებით. ე.ი. ანის ჩაფიქრებული რიცხვია  $11-4=7$ . მიღებული პასუხი აუცილებლად უნდა შევამოწმოთ. მართლაც, თუ ანიმ ჩაიფიქრა 7, მას დაუმატა 4, მიიღებდა 11, რომელიც გაამრავლა 2-ზე, მიიღებდა 22-ს, გამოაკლო 10, მიიღებდა 12-ს, გაყოფდა 3-ზე, მიიღებდა 4-ს, რომელსაც დაუმატა 6 და მიიღო 10. ყველაფერი წესრიგშია. ანის ჩაუფიქრებია 7.

განხილული ამოცანის მსგავსად, ზოგჯერ ამოცანის სიუჟეტში ბოლო მდგომარეობა გარკვეულია, ხოლო საწყისი მდგომარეობა ბუნდოვანია. ამიტომ უმჯობესია ამოცანის ამოხსნის პროცესი დავიწყოთ ბოლოდან და მივიდეთ საწყის მდგომარეობაში, გავარკვიოთ რა ხდებოდა დასაწყისში. განვიხილოთ ასეთი

**ამოცანა 2.** ბაზარში შეხვდნენ ორი მეზობელი ფერმის მეპატრონეები. ერთი ფერმის მეპატრონემ ჰკითხა მეორეს: რა გაყიდე ბაზარში? მეორემ უპასუხა: -მე გაყიდე ჩემ ფერმაში გაზრდილი ხბოები. ისე მოხდა, რომ პირველმა მყიდველმა წაიყვანა ჩემი გასაყიდი ხბოების ნახევარი და კიდევ ნახევარი ხბო. მეორე

მყიდველმა-პირველისგან დარჩენილი ხბოების ნახევარი და კიდევ ნახევარი ხბო, ხოლო მესამე მყიდველმა-მეორე მყიდველისგან დარჩენილი ხბოების ნახევარი და კიდევ ნახევარი ხბო. მეტი ხბო მე გასაყიდელი აღარ მყავდა. რამდენი ხბო გაყიდა მეორე ფერმის მეპატრონემ?

**ამოხსნა.** ამოცანაში საბოლოო სიტუაცია ნათელია, მეორე ფერმის მეპატრონემ ბაზარში გასაყიდად გაყვანილი ყველა ხბო გაყიდა, მას ხბოები აღარ ყავს. ბუნდოვანია საწყისი მდგომარეობა, რამდენი ხბო ყავდა მას გასაყიდად ბაზარში. ამიტომ ამის გარკვევა მოვახდინოთ ბოლოდან თავისკენ მეთოდით. პირველ რიგში გავარკვეოთ რამდენი ხბო იყიდა მესამე მყიდველმა. ადვილი საჩვენებელია, რომ მესამე მყიდველმა იყიდა ბოლო 1 ხბო. ანალოგიური მსჯელობით ვაჩვენებთ, რომ მეორე მყიდველმა იყიდა 2 ხბო, ხოლო პირველმა მყიდველმა 4 ხბო, ე.ი, მეორე ფერმის მეპატრონეს სულ ბაზარში გასაყიდად წაუყვანია 7 ხბო.

**ამოცანა 3.** დედა, მამა და მათი ორი ტყუპი შვილი ერთად 152 წლის არიან. როცა ტყუპი შვილები დაიბადნენ დედა იყო 21 წლის, ხოლო მამა დედაზე 2 წლით უფროსია. რამდენი წლის არიან ახლა ტყუპი შვილები, დედა და მამა?

**ამოხსნა.** ამოცანის პირობიდან გვაქვს, რომ როცა ტყუპი შვილები დაიბადნენ დედა იყო 21 წლის, მამა იყო  $21+2=23$  წლის. დედა და მამა ერთად  $21+23=44$  წლის იყვნენ. ამის შემდეგ ამოცანა ამოვხსნათ ბოლოდან თავისკენ მეთოდით. ტყუპების დაბადებიდან

გავიდა  $(152-44):4=108:4=27$  წელი. ე.ი. ტყუპები ახლა 27 წლის არიან, დედა 48 წლის, მამა 50 წლის.

**ამოცანა 4.** სპორტის მასწავლებელმა სკოლის 7 სხვადასხვა სექციაში გაერთიანებული მოსწავლეები წაიყვანა ლაშქრობაზე. სკოლამ სპორტის მასწავლებლის და ლაშქრობაზე წასული ყველა მოსწავლისათვის თითო ბოთლი ხილის წვენი შეიძინა. ლანჩზე ყველა მოსწავლემ მიიღო 1 ბოთლი ხილის წვენი. ამასთან, პირველი სექციის მოსწავლეებმა აიღეს მთელი ხილის წვენის ნახევარი, მეორე სექციის მოსწავლეებმა აიღეს პირველი სექციის მოსწავლეების მიერ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი, მესამე სექციის მოსწავლეებმა აიღეს მეორე სექციის მოსწავლეების მიერ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი, მეოთხე სექციის მოსწავლეებმა აიღეს მესამე სექციის მოსწავლეების მიერ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი, მეხუთე სექციის მოსწავლეებმა აიღეს მეოთხე სექციის მოსწავლეების მიერ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი. მეექვსე სექციის მოსწავლეებმა აიღეს მეხუთე სექციის მოსწავლეების დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი. მეშვიდე სექციის მოსწავლეებმა აიღო მეექვსე სექციის მოსწავლეების მიერ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი. ბოლო ბოთლი ხილის წვენი აიღო სპორტის მასწავლებელმა. სულ რამდენი ბოთლი ხილის წვენი შეიძინა სკოლამ ლაშქრობისთვის?

**ამოხსნა.** მეშვიდე სექციის მოსწავლემ აიღო მეექვსე სექციის მოსწავლეების მიერ დარჩენილი ხილის წვენის ნახევარი და დარჩა 1 ბოთლი ხილის წვენი, რომელიც აიღო სპორტის მასწავლებელმა. ეს ნიშნავს,

რომ მეექვსე სექციის მოსწავლეებს დაუტოვებიათ 2 ბოთლი ხილის წვენი და აუღიათ 2 ბოთლი. მეხუთე სექციის მოსწავლეებს აუღიათ 4 ბოთლი ხილის წვენი და დაუტოვებიათ 4 ბოთლი ხილის წვენი, მეოთხე სექციის მოსწავლეებს აუღიათ 8 და დაუტოვებიათ 8, მესამეს აუღიათ 16 და დაუტოვებიათ 16, მეორეს აუღიათ 32 და დაუტოვებიათ 32, ხოლო პირველს აუღია 64 და დაუტოვებია 64 ბოთლი. სულ სკოლას შეუძენია  $1+1+2+4+8+16+32+64=128$  ბოთლი ხილის წვენი.

**ამოცანა 5.** ორნიშნა რიცხვს გამოაკლეს მისი ციფრთა ჯამი. მიღებულ რიცხვს ისევ გამოაკლეს თავისი ციფრთა ჯამი და ა.შ. ასეთი 10 გამოკლების შემდეგ პირველად მიიღეს 0. რომელი იყო პირველი რიცხვი?

**ამოხსნა.** რადგან ნებისმიერი რიცხვი 9-ზე გაყოფისას იძლევა ისეთ ნაშთს, რასაც მისი ციფრთა ჯამი, ამიტომ დაწყებული პირველი გამოკლებიდან მიღებული რიცხვები 9-ის ჯერადი იქნება.

მეათე გამოკლების წინ მიიღეს 9;  
მეცხრე გამოკლების წინ მიიღეს 18;  
მერვე გამოკლების წინ მიიღეს 27;  
მეშვიდე გამოკლების წინ მიიღეს 36;  
მექვსე გამოკლების წინ მიიღეს 45;  
მეხუთე გამოკლების წინ მიიღეს 54;  
მეოთხე გამოკლების წინ მიიღეს 63;  
მესამე გამოკლების წინ მიიღეს 72;  
მეორე გამოკლების წინ მიიღეს 81;

პირველი გამოკლების წინ იქნებოდა ან 90, ან 99.

**ამოცანა 6.** მიხო და მიტო თამაშობენ კაკლებზე. თავიდან მიხომ წააგო თავისი კაკლებს ნახევარი და

მიტოს მიცა. შემდეგ მიტომ წააგო თავისი კაკლების ნახევარი და მიხოს მიცა. შემდეგ ისევ მიხომ წააგო თავისი კაკლების ნახევარი და მიტოს მიცა. ამის შემდეგ მიხოს დარჩა 15 კაკალი, ხოლო მიტოს 33. რამდენი კაკალი ქონდა თითოეულს თამაშის დაწყებისას?

**ამოხსნა.** თამაშის დასრულებისას მიხოს ქონდა 15 კაკალი, ეს მოხდა მას შემდეგ, რაც მან წააგო თავისი კაკლების ნახევარი. რაც ნიშნავს, რომ ბოლო თამაშის წინ მიხოს ქონდა 30 კაკალი, ხოლო მიტოს ქონდა 33-15-18 (კაკალი)

იმის წინ, სანამ მიხოს და მიტოს გაუხდებოდათ შესაბამისად 30 და 18 კაკალი, მიტომ წააგო თავისი კაკლების ნახევარი და მიცა მიხოს. ეს ნიშნავს, რომ პირველი თამაშის შემდეგ მიტოს ქონდა 36 კაკალი, ხოლო მიხოს 12 კაკალი.

პირველი თამაშის დროს მიხომ წააგო თავისი კაკლების ნახევარი და მიცა მიტოს. ე.ი. მას პირველი თამაშის შემდეგ მიტოსთვის მიუცია 12 კაკალი, რაც ნიშნავს, რომ თამაშის დაწყებისას მიხოსაც და მიტოსაც ქონდათ 24-24 კაკალი.

ბოლოდან თავისკენ მეთოდი გამოიყენება აგრეთვე თამაშების მომგებიანი და წამგებიანი სიტუაციების ანალიზისათვის. სტრატეგია მომგებიანია თუ არა, მის შემოწმებას და დამტკიცება ხდება ბოლოდან თავისკენ. პირველად ამტკიცებენ, რომ ბოლოს წინა პოზიციიდან შეიძლება ბოლო (მომგებიან) პოზიციაზე მოხვედრა. ამის შემდეგ უფრო წინა პოზიციიდან მოხვდეთ ბოლოს წინა პოზიციაზე და ა.შ. სანამ არ და-

ვამტკიცებთ, რომ ბოლოს წინა, მისი წინა, ..., კიდეც მისი წინა პოზიცია არ წარმოადგენს საწყისს. საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ასეთი,

**ამოცანა 7.** მაგიდაზე დევს 9 ბარათი, რომლებზეც დაწერილია ნატურალური რიცხვები 1-დან 9-მდე. ორი მოთამაშე რიგრიგობით გვერდზე დებს ერთ ბარათს. მოთამაშეები ხედავენ ბარათებზე დაწერილ ციფრებს. აგებს ის, რომლის სვლის შემდეგ გადადებული ბარათებზე დაწერილი ციფრების ჯამი 25-ზე მეტი იქნება. ვინ მოიგებს სწორი თამაშის შემთხვევაში, ვინც იწყებს, თუ მეორე?

**ამოხსნა.** აუცილებლად მოიგებს ის მოთამაშე, რომელსაც რამდენიმე სვლის შემდეგ ციფრების ჯამი ექნება 25. ადვილი საჩვენებელია, რომ ეს მიიღწევა მაშინ, თუ წინა სვლის შედეგად მას ექნება ციფრების ჯამი 15, ეს მიიღწევა მაშინ, თუ ის წინა სვლაზე, რომელიც ამავე დროს პირველი სვლააა ის აიღებს ბარათს, რომელზეც წერია ციფრი-5. ე.ი. პირველი მოთამაშის მოგების სტრატეგიაა: პირველ სვლაზე აიღოს ბარათი, რომელზეც აწერია 5. მეორე და მესამე სვლებზე უნდა აიღოს ბარათები იმ ციფრებით, რომლებიც ავსებს მისი მოწინააღმდეგის მიერ აღებულ ბარათზე დაწერილ ციფრს 10-მდე მეორე მოთამაშის ნებისმიერი სვლისთვის. თითოეული მოთამაშის მიერ გაკეთებული ორ ორი სვლის შემდეგ პირველი მოთამაშის მიერ შესრულებული სვლით ბარათებზე დაწერილი ციფრების ჯამი იქნება 25. მეორე მოთამაშე წააგებს შემდეგ სვლაზე, რომელი ბარათიც არ უნდა აიღოს მან.

## §2.4. ინდუქციის და დედუქციის მეთოდები

მათემატიკაში მრავალი თეორიული და პრაქტიკული სახის დასაბუთებასა და გადმოცემაში, ფართოდ იყენებენ ლოგიკური მსჯელობის საყოველთაოდ ცნობილ ორ ფორმას, რომლებიც ინდუქციისა და დედუქციის სახელით არიან ცნობილი.

ინდუქცია და დედუქცია (*inductio, deductio*) ლათინური წარმოშობის სიტყვებია. პირველი ნიშნავს მიყვანას, მიხვედრებას, აზრის მართვას, ხოლო მეორე-გამოყვანას. ინდუქცია და დედუქცია ურთიერთსაპირისპირო მსჯელობებია.

დაკვირვებით და ცდებით მიღებული ცალკეული ფაქტებიდან განზოგადებულ ფაქტებზე და მოვლენებზე გადასვლა შემეცნების პროცესის კანონზომიერებაა. ასეთი გადასვლის უშუალო, ლოგიკური ფორმაა ინდუქცია, რომელიც კერძოდან ზოგადზე გადასვლის მეთოდს წარმოადგენს.

ინდუქცია არის:

1. დასკვნების გამოტანის ერთ-ერთი სახე, რომლის დროსაც ორი ან რამდენიმე კერძო სახის მსჯელობის საფუძველზე მიიღება ახალი ზოგადი სახის მსჯელობა (დასკვნა).

2. კვლევის მეთოდი, რომლის დროსაც რაიმე სიმრავლის შესასწავლად იკვლევენ მის ცალკეულ ობიექტებს და მათგან გამოყოფენ საერთო თვისებებს, რომლებიც ახასიათებს სიმრავლის ყველა ობიექტს.

3. ლიტერატურულ წყაროებსა და საუბრებში მასალის გადმოცემის ფორმა, როცა ნაკლებად ზოგადი

წარმოდგენიდან მივდივართ უფრო ზოგად თვალსაზრისამდე.

უმეტეს შემთხვევაში მეცნიერული აღმოჩენები ინდუქციური ხასიათისაა, მაგრამ აღმოჩენილი დებულებების გადმოცემა შემდგომ დედუქციური მსჯელობის გზით ხდება.

ზოგადი მსჯელობიდან კერძო დასკვნების გამოტანას დედუქცია ეწოდება. დედუქციის მეთოდი მსჯელობის ისეთი ფორმაა, რომელიც მიმართულია ზოგადიდან კერძოსკენ, ფართო შინაარსის დებულებებიდან კერძო დასკვნებისაკენ.

მათემატიკას მიიჩნევენ დედუქციურ მეცნიერებად, რადგან უფრო ხშირად მათემატიკური თეორემების გადმოცემას დედუქციური ხასიათი აქვს. დასკვნას, რომლის წანამძვრების ჭეშმარიტება აუცილებლობით განაპირობებს დასკვნის ჭეშმარიტებას, დედუქციური დასკვნა ეწოდება.

„თუ  $A$ , მაშინ  $B$ ; არა- $B$ , მაშასადამე არა- $A$ “, აღწერდა რა დედუქციური დამტკიცების სიმკაცრეს, ფრანგი მათემატიკოსი ჟ.ადამსი [24] ამბობდა, რომ მათემატიკური სიმკაცრის მიზანია ინტუიციის მონაპოვრის სანქციონირება და დაკანონება, ამას გარდა მათემატიკურ სიმკაცრეს სხვა მიზანი არასოდეს არ ჰქონიაო.

დედუქციისა და უშუალო დაკვირვების გარდა ადამიანს კიდევ აქვს ერთი საშუალება, რომლითაც ის მოიპოვებს ერთეული, კონკრეტული ფაქტების ცოდნას და ადგენს ზოგადი დებულებების ჭეშმარიტებას. ეს არის ინდუქცია, ინდუქციური დასკვნა. ინდუქ-

ციურ დასკვნაში დასკვნის ჭეშმარიტება მხოლოდ სა-  
ალბათოა, რაც იმას ნიშნავს, რომ შესაძლებელია ინ-  
დუქციური დასკვნის წანამძღვრები ჭეშმარიტი იყოს,  
დასკვნა კი მცდარი აღმოჩნდეს.

მეცნიერების განვითარების პროცესში ინდუქცია  
და დედუქცია ერთმანეთისაგან იზოლირებული კი  
არ არის, არამედ ავსებს ერთმანეთს და გამოიყენება  
ურთიერთკავშირში. დედუქცია არ არსებობს ინდუ-  
ქციის გარეშე და პირიქით, ყოველგვარი მეცნიერუ-  
ლი დედუქცია მასალის წინასწარი ინდუქციური  
შესწავლის შედეგია. ლოგიკა ორგვარია: დედუქცი-  
ური და ინდუქციური.

სასკოლო მათემატიკაში ფართოდ იყენებენ ინდუ-  
ქციის და დედუქციის მეთოდებს. დაწყებით კლასებ-  
ში, სადაც მოსწავლეებს ჯერ კიდევ ნაკლებად აქვთ  
განვითარებული აბსტრაქტული აზროვნების უნარი,  
ჩვეულებრივ ვიყენებთ ინდუქციას, ხოლო მაღალ  
კლასებში თანდათანობით ვაძლიერებთ სასწავლო  
მასალის გადაცემისას დედუქციურ გზას. გეომეტრი-  
ის სწავლებისას უფრო მეტად დედუქციური მიდგომა  
გამოიყენება.

სწავლების შემდეგ საფეხურზე ინდუქციის გამო-  
ყენება ადვილად ხერხდება მისი სიმარტივისა და ბუ-  
ნებრიობის გამო. მართლაც, ადამიანი, ცალკეული  
ფაქტების, სხვადასხვა მოვლენის დაკვირვებისას  
ემყდრება მათში მსგავსებას, საერთოს. ამ ძიების პრო-  
ცესში ახერხებს ერთგვარი კანონზომიერებების დად-  
გენას (თუ ასეთი არსებობს), შემდეგ აყალიბებს დე-  
ბულებას. კერძოდან ზოგადზე გადასვლა ხდება სხვა-

დასხვანაირად, ამის გამო განიხილავენ სხვადასხვა სახის ინდუქციას: არასრულ ინდუქციას, სრულ ინდუქციას და მათემატიკურ ინდუქციას.

**არასრული ინდუქცია.** დასამტკიცებელი დებულების არსებობის ყველა შესაძლო შემთხვევა ზოგჯერ სასრული რიცხვია, ზოგჯერ კი უსასრულო. მსჯელობის ინდუქციური გზის გამოყენების დროს ხშირად მოუხერხებელია და შეუძლებელიც ყველა კონკრეტული შემთხვევის განხილვა.

მსჯელობის ფორმას, რომლის დროსაც რამდენიმე კერძო შემთხვევის განხილვის საფუძველზე ხდება შემჩნეული კანონზომიერებების დადგენა, არასრულ ინდუქციას უწოდებენ.

არასრული ინდუქცია არ ჩაითვლება დებულების მტკიცების მეცნიერულ გზად, მაგრამ მას ფართოდ იყენებენ ამა თუ იმ კანონზომიერების არსებობის შესაძლებლობების ჰიპოთეზის გამოთქმისთვის. არასრული ინდუქციით ხდება მრავალი პრობლემის დასა და გადაჭრა.

მათემატიკის სასკოლო კურსში არასრულ ინდუქციას მიმართავენ როგორც სწავლების მეთოდს. მაგალითად, მრავალწერის კვადრატის ფორმულის გამოყვანისას ჯერ გამოგვყავს ორი რიცხვის ჯამის ფორმულა, შემდეგ ვიხილავთ ჯერ სამი შესაკრების ჯამის კვადრატს, შემდეგ ოთხი შესაკრების და ა.შ. გამოგვყავს წესი:

მრავალწერის კვადრატი უდრის მისი ყველა წევრის კვადრატის ჯამს პლუს გაორკეცებული ნამრავლი თითოეული წევრისა მის შემდგომ წევრზე.

არასრული ინდუქციის მეთოდს დაწყებით კლასებში იყენებენ როგორც ევრისტიკულ და თვალსაჩინო მეთოდს.

არასრული ინდუქციის გამოყენებისას შესაძლებელია მივიღოთ მცდარი დასკვნა. მაგალითად, სამწევრი  $P(x) = x^2 + x + 41$ , როცა  $-40 \leq x \leq 39$  გვამღევს მარტივ რიცხვებს. მაგრამ, თუ  $x$ -ის ნაცვლად ჩავსვამთ 40-ს, მივიღებთ შედგენილ რიცხვს:

$$P(40) = 40^2 + 40 + 41 = 40(40 + 1) + 41 = 40 \cdot 41 + 41 = 41^2.$$

სამწევრი  $P(x) = x^2 + x + 17$ , როცა  $x = 1, 2, 3, \dots, 15$  გვამღევს მარტივ რიცხვებს. მაგრამ, თუ გამოვიტანთ დასკვნას, რომ ეს მრავალწევრი  $x$ -ის ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის გამოსახავს მარტივ რიცხვს, ის მცდარი იქნება. მართლაც, როცა  $x = 16$ , გვაქვს:

$$P(16) = 16^2 + 16 + 17 = 16(16 + 1) + 17 = 16 \cdot 17 + 17 = 17^2.$$

მათემატიკის ისტორიაში ცნობილია ისეთი ფაქტები, რომ ზოგჯერ გამოჩენილი მათემატიკოსებიც კი შეცდნენ თავიანთ ინდუქციურ დასკვნებში. მაგალითად, ფერმას ჰიპოთეზა, რომელსაც ჩვენ განვიხილავთ, როცა განზოგადების შესახებ ვისაუბრებთ.

ამიტომ არასრულ ინდუქციას, როგორც სამეცნიერო კვლევის გზას ძალიან ფრთხილად იყენებენ.

ზოგჯერ არასრული ინდუქციის გამოყენებით შეიძლება მივიღოთ ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა ხერხი, რომელთაგან თითოეული გარკვეულ მოსაზრებებზეა დაფუძნებული და ყურადღებას იმსახურებს, მაგრამ შესაძლებელია რეალურად არ აღწერს მოვლენის არსს, მაგალითად განვიხილოთ ასეთი

**ამოცანა 1.** მდიდარ სენატორს გარდაცვალების შემდეგ დარჩა ფეხმძიმე ცოლი, რომელიც შვილს ელოდა. სენატორის მემკვიდრეობა ქონების სახით სულ, 210 ტალანტს შეადგენდა, მან დატოვა ანდერძი, რომელშიც ეწერა: თუ დაიბადება ბიჭი, მას გადაეცეს მთელი ჩემი ქონების ორი მესამედი, ხოლო დანარჩენი გადაეცეს დედას; თუ დაიბადება გოგო, მას გადაეცეს მთელი ჩემი ქონების მესამედი, ორი მესამედი კი-დედას. სენატორის ცოლს შეეძინა ტყუპები-ბიჭი და გოგო. ეს შემთხვევა ანდერძში ნახსენები არ იყო. როგორ უნდა გაიყოს სენატორის დატოვებული ქონება სამ მემკვიდრეს-ბიჭს, გოგოს და დედას შორის ანდერძთან ყველაზე უფრო მიახლოებულიად?

**ამოხსნა.** რადგან მოანდერძის ყველა თხოვნის შესრულება შეუძლებელია, ამიტომ უნდა შესრულდეს მისი დანაბარების მხოლოდ ნაწილი. იმის მიხედვით, თუ ანდერძის რომელ ნაწილს შევასრულებთ, მივიღებთ ქონების გაყოფის სხვადასხვა ვარიანტს. გავარჩიოთ რამდენიმე მათგანი:

1. მოანდერძის პირველი მოთხოვნით, ბიჭს უნდა დარჩეს მთელი ქონების  $\frac{2}{3}$ , მეორე პირობიდან-გოგოს უნდა დარჩეს დედაზე ორჯერ ნაკლები. მაშინ ბიჭი მიიღებს 140 ტალანტს, გოგონა- $23\frac{1}{3}$ , ხოლო დედა- $46\frac{2}{3}$ .

2. მოანდერძის პირველი პირობიდან გამომდინარეობს, რომ დედის წილი ბიჭის წილზე 2-ჯერ ნაკლებია, მეორედან კი-ეს წილი გოგოს წილზე ორ-

ჯერ მეტია. მაშინ ბიჭი მიიღებს 120 ტალანტს, დედა-60, ხოლო გოგო-30-ს.

3. დედის წილი არანაკლებ  $1/3$ -ია, ხოლო ბიჭის წილი 4-ჯერ მეტია გოგოს წილზე, მაშინ დედა მიიღებს 70 ტალანტს, ბიჭი-112, გოგო-28-ს.

შესაძლებელია სხვა ვარიანტებიც.

უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს ამოცანა ცხოვრებისეულია. ასეთი შემთხვევა ნამდვილად მოხდა ძველ რომში, სადაც სასამართლომ მემკვიდრეობა გაყო ისე, როგორც ეს მეორე შემთხვევაშია განხილული.

ზოგჯერ არასრული ინდუქციის გამოყენება საშუალებას იძლევა მივიღოთ ისეთი დასკვნა, რომელიც მხოლოდ ერთ რომელიმე კონკრეტულ შემთხვევაში კმაყოფილდება, რაც შეიძლება ამოცანის ამოხსნის საფუძველიც კი გახდეს. მაგალითად,

**ამოცანა 2.** მოცემულია 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 და 8 გრამიანი საწონები, მაგრამ უცნობია რომელი მათგანი რამდენს იწონის. ბარონი მიუნჰაუზენი ამტკიცებს, რომ ახსოვს, რომელი საწონი რამდენს იწონის და თავისი ნათქვამის დასამტკიცებლად მზადაა ერთი აწონით ცალსახად დაადგინოს თუნდაც ერთი საწონის მასა. ბარონი ხომ არ ცრუობს?

**ამოხსნა.** შევნიშნოთ, რომ ნებისმიერი ხუთი საწონი 15გ-ზე ნაკლები არ არის. მართლაც,

$$1+2+3+4+5=15,$$

ხოლო, ნებისმიერი ორი საწონი 15გ-ზე მეტი არ არის. მართლაც,

$$7+8=15.$$

სასწორის თევშები მხოლოდ იმ შემთხვევაში გაწონასწორდება, თუ სასწორის ერთ თევშზე დავდებთ 1, 2, 3, 4 და 5 გრამიან საწონებს, ხოლო მეორეზე 7 და 8 გრამიან საწონებს. თუ ბარონი საწონებს ასე განალაგებს, მაშინ მას შეეძლება ამტკიცოს, რომ დარჩენილი საწონი 6 გრამიანია.

ზოგჯერ არასრული ინდუქციის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ ისეთი დასკვნა, რომელიც აუცილებლად ჭეშმარიტია, რადგან სრულად ამოწურავს იმ შემთხვევების განხილვას, რომელიც ამოცანის პირობაშია მოცემული. მართლაც, განვიხილოთ ასეთი

**ამოცანა 3.** სხვადასხვა დროს ორი A და B პუნქტიდან ერთმანეთის შესახვედრად გაემგზავრა ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი. შეხვდნენ ისინი ერთმანეთს C წერტილში, დროის დაკარგვის გარეშე უკან დაბრუნდნენ იმ პუნქტებში, საიდანაც გაემგზავრენ, ჩავიდნენ თავიანთ პუნქტებში, დროის დაკარგვის გარეშე შემობრუნდნენ და ისევ ერთმანეთის შესახვედრად წავიდნენ. ამის შემდეგ ისინი შეხვდნენ D წერტილში, იმავე მომენტში შემობრუნდნენ და უკან დაბრუნდნენ იმ პუნქტებში, საიდანაც გაემგზავრენ, დროის დაკარგვის გარეშე შემობრუნდნენ და ისევ ერთმანეთის შესახვედრად გაემგზავრენ და ა.შ. A და B პუნქტებს შორის მდებარე რომელ წერტილში მოხდება ველოსიპედისტისა და მოტოციკლისტის 2023-ე შეხვედრა?

**ამოხსნა.** ზოგადობის დაურღვევლად შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ A პუნქტიდან გამოდის ველოსი-

პედისტი, ხოლო  $B$  პუნქტიდან გამოდის მოტოციკლისტი, ასევე, ვთქვათ, რომ ველოსიპედისტი გამოდის უფრო ადრე, ვიდრე მოტოციკლისტი.

ვთქვათ, ველოსიპედისტი  $A$  პუნქტიდან გამოვიდა  $t$  წამით ადრე, ვიდრე ველოსიპედისტი გამოვიდა  $B$  პუნქტიდან. ამის შემდეგ ველოსიპედისტი და მოტოციკლისტი შეხვედრამდე ერთნაირ დროს ხარჯავენ, პირველი შეხვედრა მოხდა  $C$  წერტილში. ამის შემდეგ ველოსიპედისტს  $A$  პუნქტში დასაბრუნებლად დასჭირდება  $t$  წამით მეტი დრო ვიდრე მოტოციკლისტს  $B$  პუნქტში დასაბრუნებლად. ამიტომ მეორედ შესახვედრად  $B$  პუნქტიდან მოტოციკლისტი  $t$  წამით ადრე გამოდის, ვიდრე ველოსიპედისტი  $A$  პუნქტიდან. მეორე შეხვედრა შედგება უკვე  $AB$  მონაკვეთის  $D$  წერტილში. ამის შემდეგ ველოსიპედისტი  $A$  პუნქტში ბრუნდება  $t$  წამით ადრე, ვიდრე მოტოციკლისტი  $B$  პუნქტში. ე.ი მეორდება თავდაპირველი ვარიანტი და მესამე შეხვედრა შედგება  $C$  წერტილში. ამის შემდეგ მეორდება მეორე შეხვედრის პირობები და მეოთხე შეხვედრა შედგება  $D$  წერტილში და ა.შ.

გვაქვს ასეთი მდგომარეობა:

პირველი შეხვედრა შედგება  $C$  წერტილში;

მეორე შეხვედრა შედგება  $D$  წერტილში;

მესამე შეხვედრა შედგება  $C$  წერტილში;

მეოთხე შეხვედრა შედგება  $D$  წერტილში;

მეხუთე შეხვედრა შედგება  $C$  წერტილში;

მეექვსე შეხვედრა შედგება  $D$  წერტილში;

.....

თუ დავაკვირდებით, მარტივად შევნიშნავთ, რომ ის შეხვედრები, რომელთა რიგითი ნომრები კენტი რიცხვით გამოისახება-შედგება  $C$  წერტილში, ხოლო ის შეხვედრები, რომელთა რიგითი ნომრები ლუწი რიცხვით გამოისახება-შედგება  $D$  წერტილში. რაც ნიშნავს, რომ რიგით 2023-ე შეხვედრა შედგება  $C$  წერტილში.

**ამოცანა 4.** დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი  $p > 3$  მარტივი რიცხვისათვის  $p^2 + 2$  შედგენილი რიცხვია.

**ამოხსნა.** რადგან, მარტივ რიცხვთა სიმრავლე უსასრულოა, ამიტომ ყველა მარტივი რიცხვისთვის დებულების შემოწმება შეუძლებელია. ამიტომ უმჯობესია ვეძებოთ  $p^2 + 2$  სახის რიცხვების საერთო თვისება, რომელიც ამოცანის ამოხსნამდე მიგვიყვანს. ამისათვის შევადგინოთ ცხრილი.

|           |    |    |     |     |     |     |     |     |
|-----------|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $p$       | 5  | 7  | 11  | 13  | 17  | 19  | 23  | 29  |
| $p^2 + 2$ | 27 | 51 | 123 | 171 | 291 | 363 | 531 | 843 |

$p^2 + 2$  გამოსახულების მიღებულ მნიშვნელობებია:

27, 51, 123, 171, 291, 363, 531, 843, ...

მარტივად შევნიშნავთ, რომ ყველა ეს რიცხვი იყოფა 3-ზე. დავამტკიცოთ ეს.

$$p^2 + 2 = (p^2 - 1) + 3 = (p - 1)(p + 1) + 3.$$

რადგან  $p$  მარტივი რიცხვია, ამიტომ ის სამის ჯერადი არ არის, ამიტომ სამის ჯერადია ან  $(p - 1)$  ან  $(p + 1)$ . ე.ი.  $(p - 1)(p + 1)$  ნამრავლი იყოფა სამზე, რაც ნიშნავს, რომ  $(p - 1)(p + 1) + 3$  იყოფა სამზე, ანუ  $p^2 + 2$  იყოფა სამზე, როცა  $p > 3$  მარტივი რიცხვია.

ამ შემთხვევაში ამოცანის ამოხსნის დროს არასრული ინდუქცია გამოყენებული იქნა როგორც ამოცანის ამოხსნის ხერხი.

ბოლოს შეიძლება დავასკვნათ, რომ არასრული ინდუქციის მეთოდის გამოყენებისას ზოგჯერ მიღებული დასკვნა სწორია, ზოგჯერ კი მცდარი. ამის გამო მას სუსტ ინდუქციას ან მატყუარა ინდუქციას უწოდებენ და მისი გამოყენებისას ძალზე ფრთხილი მოპყრობაა საჭირო.

**სრული ინდუქცია.** სრული ინდუქცია ეწოდება მსჯელობის ისეთ ფორმას, რომლის დროსაც დებულების ყველა კერძო შემთხვევის განხილვის შედეგად კეთდება დასკვნა, სრული ინდუქციის გამოყენება მაშინაა მოსახერხებელი, როცა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი სასრულია. სრული ინდუქციის შედეგად მიღებული დასკვნა ყოველმხრივ სარწმუნოა. ამიტომ სრულ ინდუქციას თვლიან დამტკიცების მკაცრ გზად. განვიხილოთ მაგალითები:

1. სრული ინდუქციის გამოყენების კარგი მაგალითია პლანიმეტრიაში ცნობილი თეორემის დამტკიცება: ჩახაზული კუთხის სიდიდე უდრის იმ რკალის კუთხური სიდიდის ნახევარს, რომელსაც ის ეყრდნობა.

განვიხილავთ ჩახაზული კუთხის მდებარეობის თვისობრივად განსხვავებულ ყველა სამივე შემთხვევას: ა) როცა წრის ცენტრი მდებარეობს კუთხის გვერდზე; ბ) როდესაც წრის ცენტრი მდებარეობს ჩახაზული კუთხის შიგნით; გ) როდესაც წრის ცენტრი მდებარეობს ჩახაზული კუთხის გარეთ. სამივე

შემთხვევის განხილვის შემდეგ თეორემა დამტკიცებულია.

2. სრული ინდუქციით შეგვიძლია დავადგინოთ პირველ ათეულში მარტივ რიცხვთა რაოდენობა. განვიხილოთ ცალ-ცალკე თითოეული რიცხვი:

$$1=1; 2 = 2 \cdot 1; 3 = 3 \cdot 1; 4 = 4 \cdot 1 = 2 \cdot 2; 5 = 5 \cdot 1;$$

$$6 = 6 \cdot 1 = 2 \cdot 3; 7 = 7 \cdot 1; 8 = 8 \cdot 1 = 2 \cdot 4 = 2 \cdot 2 \cdot 2;$$

$$9 = 9 \cdot 1 = 3 \cdot 3; 10 = 10 \cdot 1 = 2 \cdot 5.$$

საბოლოოდ დავასკვნით, რომ პირველ ათეულში 4 მარტივი რიცხვია, კერძოდ: 2, 3, 5 და 7.

თუ მოვლენის ან დებულების შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი უსასრულოა, ზოგჯერ მიმართავენ ამ სიმრავლის დაყოფას ქვესიმრავლეებად და ამოწმებენ დებულების მართებულობას ერთ-ერთი ქვესიმრავლისათვის. რაც საშუალებას გვაძლევს გამოვიტანოთ დასკვნა ამ დებულების მართებულობის შესახებ მოცემული ქვესიმრავლისათვის. მაგალითად,

**ამოცანა 5.** დაამტკიცეთ, რომ  $N^5$  ბოლოვდება იმავე ციფრით, რითაც  $N$ .

**ამოხსნა.** ცხადია, აქ შემთხვევათა რიცხვი უსასრულოა. ამ სიმრავლიდან გამოვყოთ მცირერიცხოვანი სიმრავლე, რომელიც დამოკიდებულია უკანასკნელ ციფრსა და მის მეხუთე ხარისხზე. აქ შეგვიძლია გამოვიყენოთ სრული ინდუქციის გზა.

|                              |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $N$ – ის უკანასკნელი ციფრი   | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $N^5$ – ის უკანასკნელი ციფრი | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

ამ ცხრილიდან ჩანს, რომ ამოცანა ამოხსნილია სრულად.

სრული ინდუქციის გამოყენებით განვიხილოთ რამდენიმე საოლიმპიადო ამოცანის ამოხსნა.

**ამოცანა 6.** იპოვეთ ყველა ნატურალური რიცხვი, რომელთა 5-ზე გაყოფის შედეგად განაყოფში მიიღება იგივე რიცხვი რაც ნაშთში. პასუხი დაასაბუთეთ.

**ამოხსნა.** მოსწავლეებს უნდა შევახსენოთ, რომ 5-ზე გაყოფის შედეგად ნაშთში შეიძლება მივიღოთ 1, 2, 3 ან 4.

ე.ი. საძიებელი რიცხვები იქნება:

$$1 \cdot 5 + 1 = 6; 2 \cdot 5 + 2 = 12; 3 \cdot 5 + 3 = 18; 4 \cdot 5 + 4 = 24.$$

**ამოცანა 7.** მოცემულია ერთმანეთის მომდევნო რამდენიმე ნატურალური რიცხვი  $1, 2, \dots, n$ . მათ შორის 9-ის ჯერადი ზუსტად 47 რიცხვია. მაქსიმუმ რამდენი რიცხვი შეიძლება იყოს 3-ის ჯერადი?

**ამოხსნა.** იმისათვის, რომ მწკრივში  $1, 2, \dots, n$  რაც შეიძლება მეტი 3-ის ჯერადი რიცხვები იყოს, აუცილებელია  $n$  იყოს რაც შეიძლება დიდი. რადგან ამ რიცხვებს შორის ზუსტად 47 რიცხვია 9-ის ჯერადი, ამიტომ  $n$  შეიძლება იყოს

$$47 \cdot 9; 47 \cdot 9 + 1; 47 \cdot 9 + 2; \dots; 47 \cdot 9 + 8.$$

ანუ,

$$423, 424, 425, 426, 427, 428. 429 \text{ ან } 430.$$

ამ რიცხვებს შორის უდიდესია 430. ახლა დავთვალოთ პირველ 430 ნატურალურ რიცხვში რამდენია 3-ის ჯერადი.

პირველ 9 ნატურალურ რიცხვს შორის სამი რიცხვია 3-ის ჯერადი, კიდევ მომდევნო 9 ნატურალურ რიცხვს  $(2 \cdot 9)$  შორის კიდევ სამი, სულ  $2 \cdot 3$ , და ა.შ.

პირველ 423 ნატურალურ რიცხვს (47·9) შორის, სულ სამის ჯერადი რიცხვებია 47·3. ამათ გარდა, ჩვენს მიერ ნაპოვნ მწკრივში 3-ის ჯერადია კიდევ ორი რიცხვი: 426 და 429. ე.ი. სულ პირველ 430 რიცხვში სამის ჯერადია

$$47 \cdot 3 + 2 = 143$$

რიცხვი

**ამოცანა 8.** პაპუნას სახელფასო ბარათის პინ-კოდის პირველი და მეორე ციფრები დაავიწყდა. ახსოვს, რომ პირველი ციფრი 3-ჯერ მეტია მეორეზე. შეძლებს თუ არა პაპუნა ხელფასის აღებას ბარათით, თუ ბანკომატი პინ-კოდის 3-ჯერ არასწორად აკრეფის შემთხვევაში ბარათს დაბლოკავს?

**ამოხსნა.** მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა განუმარტოს, რომ საბანკო ბარათის პინ-კოდი შეიძლება იწყებოდეს 0-ითაც, მაგრამ ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ პირველი ციფრი არ შეიძლება 0-ის ტოლი იყოს, რადგან ამ შემთხვევაში მეორე ციფრიც 0-ის ტოლი იქნება, ე.ი. პირველი და მეორე ციფრები ერთმანეთის ტოლი გამოვა, რაც ამოცანის პირობაში მითითებული არ არის, ამავე დროს გასათვალისწინებელია ისიც, რომ პაპუნა გაცილებით ადვილად დაიმახსოვრებდა იმას, რომ პირველი და მეორე ციფრები ერთმანეთის ტოლია და არა პირველი 3-ჯერ მეტია მეორეზე.

მასწავლებელმა უნდა მოახდინოს ამოსახსნელი ამოცანის პერეფრაზირება, რაც გულისხმობს იმას, რომ შეცვალოს ამოცანის პირობა მისი ტოლფასი უფრო მარტივი ამოცანით, რომელიც მოსწავლეები-

სათვის ცნობილია და შედარებით მარტივად გადასაწყვეტია, კერძოდ, შესაძლებელია ამოსახსნელი ამოცანა მისი ტოლფასი ამოცანით შევცვალოთ:

რამდენი ორნიშნა რიცხვი არსებობს რომელშიც ათეულების ციფრი 3-ჯერ მეტია ერთეულების ციფრზე?

ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ ორნიშნა რიცხვის ათეულების ციფრი 3-ის ჯერადია, ე.ი. ის ან 3-ის, ან 6-ის, ან 9-ის ტოლია. მაშინ, ამ ორნიშნა რიცხვის ერთეულების ციფრია შესაბამისად 1, 2 და 3. ე.ი. სამეზნი ორნიშნა რიცხვებია ან 31, ან 62 ან 93. მაშასადამე, არსებობს ისეთი 3 რიცხვი, რომლის ათეულების ციფრი 3-ჯერ მეტია ერთეულების ციფრზე.

ამის შემდეგ მასწავლებელი დაუბრუნდება თავდაპირველ ამოცანას. მოსწავლეებს განუმარტავს, რომ პაპუნას სახელფასო ბარათი არ დაებლოკება, რადგან პინ-კოდის სამი განსხვავებული ვარიანტის აკრეფის შესაძლებლობა მას აქვს, ხოლო ამოცანის პირობით მეტი განსხვავებული შესაძლებლობის გამოყენება მას არ სჭირდება. ე.ი. პაპუნა ხელფასს აიღებს.

**ამოცანა 9.** ამოხსენით განტოლება მთელ რიცხვებში

$$x^2 + 1 = 3y.$$

**ამოხსნა.** შევნიშნოთ, რომ განტოლების მარჯვენა მხარე  $y$ -ის ნებისმიერი მთელი მნიშვნელობისათვის იყოფა 3-ზე. გამოვიკვლიოთ რა ხდება მარცხენა მხარეში მოთავსებული გამოსახულების 3-ზე გაყოფისას. რისთვისაც მთელ რიცხვთა სიმრავლე დავყოთ სამ თანაუკვეთ ქვესიმრავლედ: სამის ჯერადი რიცხვები, რიცხვები, რომლებიც სამზე გაყოფისას

ნაშთში იძლევიან 1-ს და რომლებიც სამზე გაყოფისას ნაშთში იძლევიან 2-ს.

ა) თუ  $x=3k$ , მაშინ  $x^2+1$  გამოსახულება 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს.

$$(3k)^2 + 1 = 9k^2 + 1 = 3(3k^2) + 1.$$

ბ) თუ  $x=3k+1$ , მაშინ  $x^2+1$  გამოსახულება 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 2-ს.

$$(3k+1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 1 + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 2.$$

გ) თუ  $x=3k+2$ , მაშინ  $x^2+1$  გამოსახულება 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 2-ს.

$$(3k+2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 4 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 2.$$

რადგან  $3k, 3k+1$  და  $3k+2$  სახის რიცხვების გაერთიანება წარმოადგენს მთელ რიცხვთა სიმრავლეს, ამიტომ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მოცემულ განტოლებას ამონახსნი არა აქვს.

**ამოცანა 10.** ამოხსენით განტოლება ნატურალურ რიცხვებში

$$n^2 + n = m^2 + 2m - 9.$$

**ამოხსნა.** განტოლება შევავსოთ სრულ კვადრატამდე, რისთვისაც განტოლების ორთავე მხარე გავამრავლოთ 4-ზე და ჩავწეროთ ასე:

$$4n^2 + 4n + 1 = 4m^2 + 8m + 4 - 39.$$

საიდანაც,

$$(2n+1)^2 = (2m+2)^2 - 39.$$

ანუ

$$(2m+2)^2 - (2n+1)^2 = 39.$$

მარცხენა მხარეში მოთავსებული გამოსახულება დავშალოთ კვადრატების სხვაობად, მივიღებთ:

$$(2m - 2n + 1)(2m + 2n + 3) = 39.$$

რადგან 39 შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ორი ნატურალური რიცხვის ნამრავლის სახით შემდეგნაირად:

$$39 = 1 \cdot 39 = 3 \cdot 13 = 13 \cdot 3 = 39 \cdot 1.$$

მივიღებთ შემდეგ სისტემებს:

1.  $\begin{cases} 2m - 2n + 1 = 1 \\ 2m + 2n + 3 = 39 \end{cases} \Leftrightarrow m = 9, n = 9.$
2.  $\begin{cases} 2m - 2n + 1 = 3 \\ 2m + 2n + 3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3, n = 2.$
3.  $\begin{cases} 2m - 2n + 1 = 13 \\ 2m + 2n + 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3, n = -3.$
4.  $\begin{cases} 2m - 2n + 1 = 39 \\ 2m + 2n + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 9, n = -10.$

განტოლების ამონახსნებია ნატურალურ რიცხვთა წყვილები: (2,3), (9,9).

**მათემატიკური ინდუქცია.** როცა დებულებების დამტკიცებისას შესაძლო შემთხვევათა რაოდენობა უსასრულოდ დიდია და არ ხერხდება ამ სიმრავლის დაყოფა ქვესიმრავლეებად, მაშინ სრული ინდუქციის გამოყენება შეუძლებელი ხდება და მივმართავთ ე.წ. მათემატიკური ინდუქციას. კვლევის ეს მეცნიერული გზა მოსწავლეთაგან მოითხოვს სათანადო გონებრივ განვითარებას და ლოგიკური აზროვნების უნარს. მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი უსასრულო ინდუქციურ მსჯელობას ცვლის სასრული დედუქციური მსჯელობით.

მათემატიკური ინდუქციის პრინციპი ნატურალურ რიცხვთა ერთ-ერთი ძირითადი თვისების გამომხატველი აქსიომაა, რომელიც პეანოს აქსიომითაა ცნობილი. 1891 წელს იტალიელმა მათემატიკოსმა ჯუზეპე პეანომ ჩამოაყალიბა ნატურალურ რიცხვთა მწკრივის ძირითადი თვისებების გამომსახველი აქსიომები. პეანოს მეხუთე აქსიომა არის ინდუქციის აქსიომა. მას დიდი თეორიული და პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს მათემატიკაში.

ეს პრინციპი შემდეგში მდგომარეობს:

ვთქვათ  $S$  ნატურალურ რიცხვთა რაიმე სიმრავლეა, რომელიც აკმაყოფილებს შემდეგ ორ პირობას:

1.  $1$  ნატურალური რიცხვია,  $1 \in S$ ;
2. თუ  $k \in S$ , მაშინ  $k+1 \in S$ .

თუ ეს პირობები შესრულებულია, მაშინ  $S \in N$ .

ინდუქციის მეთოდი მდგომარეობს შემდეგში:

ვთქვათ, უნდა დავამტკიცოთ  $M(n)$  წინადადება ნებისმიერი ნატურალური  $n$  რიცხვისათვის.

1. შევამოწმოთ  $M(n)$  წინადადების სამართლიანობა  $n=1$ -თვის, ანუ  $M(1)$  წინადადების მართებულობა (ან  $n=n_0$ -თვის),

2. დავუშვათ  $M(n)$  წინადადება სამართლიანია  $n=k$ -თვის და დავამტკიცოთ მისი სამართლიანობა  $n=k+1$ -თვის.

ამ პირობების შესრულებიდან გამომდინარეობს, რომ  $M(n)$  წინადადება სამართლიანია ნებისმიერი ნატურალური  $n$ -თვის (ან  $n \geq n_0$ -სათვის).

მეორეს მხრივ, მათემატიკური ინდუქციის მეთო-  
დი შეიძლება გამოვიყენოთ აგრეთვე შემდეგნაირად:

1. შევამოწმოთ  $M(n)$  წინადადების სამართლიან-  
ობა  $n = n_0$ -თვის,

2. დავუშვათ  $M(n)$  წინადადება სამართლიანია  
 $n < k$ -თვის და დავამტკიცოთ მისი სამართლიანობა  
 $n = k$ -თვის.

ამ პირობების შესრულებიდან გამოდის. რომ  $M(n)$   
წინადადება სამართლიანია ნებისმიერი ნატურალუ-  
რი  $n \geq n_0$ -თვის.

მათემატიკური ინდუქციის მეთოდით დაამტკი-  
ცეთ, რომ სამართლიანია ტოლობა:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}.$$

1. შევამოწმოთ ტოლობის სამართლიანობა  $n = 1$ -  
თვის,

$$1^3 = \frac{1^2(1+1)^2}{4}.$$

2. დავუშვათ ტოლობა სამართლიანია  $n = k$ -თვის:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}$$

დავამტკიცოთ მისი სამართლიანობა  $n = k + 1$ -თვის.

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 &= \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 = \\ &= (k+1)^2 \left( \frac{k^2}{4} + k + 1 \right) = (k+1)^2 \frac{k^2 + 4k + 4}{4} = \frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}. \end{aligned}$$

მათემატიკური ინდუქციის მეთოდის გამოყენება  
უმცროსკლასელებთან მიზანშეწონილია არამკაცრად,  
რადგან ეხმარება მოსწავლეებს ლოგიკური აზროვნე-

ბის ჩამოყალიბებაში, კანონზომიერებების შემჩნევა-  
სა და აბსტრაქტული აზროვნების განვითარებაში.

**ამოცანა 11.** რიცხვით მიმდევრობაში: 2, 6, 12, 20, 30, ... იპოვეთ: ა) მეექვსე წევრი; ბ) 2023-ე წევრი.

**ამოხსნა.** მოსწავლეები შენიშნავენ, რომ

$$2 = 1 \cdot 2, 6 = 2 \cdot 3, 12 = 3 \cdot 4$$

და ივარაუდებენ, რომ მიმდევრობის  $n$ -ური წევრი გამოითვლება ფორმულით  $n(n+1)$ . მეოთხე წევრისთვის  $20 = 4 \cdot 5$ . ჩვენი ვარაუდი მართლდება, იგივეა მეხუთე წევრისთვისაც  $30 = 5 \cdot 6$ . ამ ლოგიკით მეექვსე წევრი იქნება  $6 \cdot 7 = 42$ , ხოლო 2023 წევრი კი

$$2023 \cdot 2024 = 4\,094\,552.$$

რა თქმა უნდა ეს არ არის დამტკიცება ამ სიტყვის მკაცრად მათემატიკური აზრით. მაგალითად, ასე შეიძლება დავამტკიცოთ, რომ რიცხვი 60 იყოფა ყველა რიცხვზე. მართლაც, თუ შევამოწმებთ, ვნახავთ, რომ 60 იყოფა 1, 2, 3, 4, 5, 6.

ამ ამოცანის ამოხსნა ეფუძნება მიმდევრობისათვის რაიმე მარტივი კანონზომიერების, რაიმე წესის გარკვევას. თუ თქვენ შეამჩნევთ სხვა, უფრო გონებაბაძვლიურ კანონზომიერებას ან წესს ეს იქნება ამოცანის ამოხსნის მეორე ხერხი, მეორე გზა, რომელიც მიგვაახლოებს ჭეშმარიტებას. ამიტომ მასწავლებელმა ხელიდან არ უნდა გაუშვას ასეთი შესაძლებლობები.

**ამოცანა 12.** მოცემულია რიცხვთა მიმდევრობა, რომლის პირველი წევრია 3, მეორე წევრია 5. ცნობილია, რომ ამ მიმდევრობის ყოველი სამი მეზობელი

წევრის ჯამი 10-ის ტოლია. რას უდრის ამ მიმდევრობის მე-9 წევრი? 2023-ე წევრი?

**ამოხსნა.** ეს მიმდევრობაა:

3, 5, 2, 3, 5, 2, 3, 5, 2, 3, 5, 2, ...

ე.ი. ამ მიმდევრობის წევრები პერიოდულად იმეორებენ თავის მნიშვნელობებს, პირველი წევრი უდრის მეოთხე წევრს, მეშვიდე წევრს, მეთექვსმეტე წევრს და ა.შ., მეორე წევრი უდრის მეხუთე წევრს, მერვე წევრს, მეთერთმეტე წევრს და ა.შ., მესამე წევრი უდრის მეექვსე წევრს, მეცხრე წევრს, მეთორმეტე წევრს და ა.შ. ეი. ამ მიმდევრობის მე-9 წევრია 2. 2023-ე წევრი კი 3. (აჩვენეთ).

**ამოცანა 13.** დაამტკიცეთ, რომ სამი მომდევნო ნატურალური რიცხვის კუბების ჯამი იყოფა 9-ზე.

**დამტკიცება.** ვთქვათ, ეს რიცხვებია  $n$ ,  $n+1$  და  $n+2$ . მათი კუბების ჯამი აღვნიშნოთ  $S_n$ -ით.

$$S_n = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3.$$

ვაჩვენოთ, რომ ნებისმიერი  $n$  ნატურალური რიცხვისათვის  $S_n$  იყოფა 9-ზე.

1. როცა  $n=1$ , მაშინ  $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 = 1+8+27=36$ , იყოფა 9-ზე.

2. ვთქვათ, ის სამართლიანია, როცა  $n=k$ . ე.ი. სამართლიანია, რომ ტოლობა  $S_k = k^3 + (k+1)^3 + (k+2)^3$   $k$ -ს ნებისმიერი მნიშვნელობისათვის იყოფა 9-ზე.

ვაჩვენოთ, რომ დებულება სამართლიანია, როცა  $n = k+1$ .

$$\begin{aligned} S_{k+1} &= (k+1)^3 + (k+2)^3 + (k+3)^3 = (k+1)^3 + (k+2)^3 + k^3 + 9k^2 + 27k + 27 = \\ &= k^3 + (k+1)^3 + (k+2)^3 + 9(k^2 + 3k + 3) = S_k + 9(k^2 + 3k + 3) \end{aligned}$$

ე.ი.  $S_{k+1}$  იყოფა 9-ზე. დებულება დამტკიცებულია.

თუ იგივე მაგალითს მხოლოდ გაყოფადობის თვალსაზრისით განვიხილავთ, მარტივად ამოვხსნით:

$$\begin{aligned} S_n &= n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 = n^3 + n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + n^3 + 6n^2 + 12n + 8 = \\ &= 3n^3 + 9n^2 + 15n + 9 = 3n^3 - 3n + 9n^2 + 18n + 9 = 3n(n^2 - 1) + \\ &\quad + 9(n^2 + 2n + 1) = 3(n-1)n(n+1) + 9(n^2 + 2n + 1) \end{aligned}$$

რადგან  $(n-1)n(n+1)$  სამი მომდევნო ნატურალური რიცხვია, ამიტომ ერთ-ერთი მათგანი აუცილებლად იყოფა 3-ზე, ე.ი.  $3(n-1)n(n+1)$  იყოფა 9-ზე. მეორე შესაკრები 9 ჯერადია, ე.ი. ჯამიც გაიყოფა 9-ზე.

შევნიშნოთ, რომ განსხვავებაა დედუქციისა და ინდუქციის მეთოდებს შორის, რაც მეცნიერულ თეორიებს შორის განსხვავების საფუძველია. მეცნიერულ დისციპლინებს პირობითად ყოფენ დედუქციურ და ინდუქციურ მეცნიერებებად. მათემატიკური დისციპლინები და ლოგიკა დედუქციური მეცნიერებაა. მეცნიერების ყველა სხვა დარგი, საბუნებისმეტყველოც და სოციალურიც, ინდუქციურია.

დედუქციურ და ინდუქციურ მეცნიერებათა შორის განსხვავება დასაბუთების გაგებაშია. იმისათვის, რომ დედუქციურ მეცნიერებაში ჭეშმარიტებად იქნეს მიჩნეული ესა თუ ის დებულება (არ იგულისხმება აქსიომები) აუცილებელია და საკმარისი, რომ ის დედუქციურად იქნეს გამოყვანილი აქსიომებზე დაყრდნობით.

## §2.5. დირიხლეს პრინციპი

ვთქვათ,  $n$  გალიაში ზის  $n+1$  კურდღელი. მაშინ მოიძებნება გალია, რომელშიც ზის არანაკლებ ორი კურდღელი.

გასაკვირია, მაგრამ ეს საკმაოდ მარტივი დებულება, რომელიც ცნობილია დირიხლეს პრინციპის სახელწოდებით საშუალებას აძლევს ამოხსნელს ამოხსნას სულ სხვადასხვა თემატიკის და შინაარსის მქონე საკმაოდ რთული მათემატიკური ამოცანები. მათემატიკური ამოცანის ამოხსნისათვის მთავარია ამომხსნელი გაერკვეს რა არის მოცემულ ამოცანაში გალია და რა არის კურდღელი.

ხშირად იყენებენ დირიხლეს განზოგადებულ პრინციპს: ვთქვათ,  $n$  გალიაში ზის  $k$  კურდღელი. მაშინ მოიძებნება გალია, რომელშიც ზის არანაკლებ  $\frac{k}{n}$  კურდღელი და მოიძებნება გალია, რომელშიც ზის არაუმეტეს  $\frac{k}{n}$  კურდღელი.

დირიხლეს პრინციპის გამოყენებისას მნიშვნელოვანია რა არის გალია და რა არის კურდღელი.

**ამოცანა 1.** ხუთმა მოსწავლემ შექამა 6 კანფეტი. დაამტკიცეთ რომ ერთმა მათგანმა მაინს შექამა არანაკლებ ორი კანფეტი. შეგვიძლია თუ არა დავამტკიცოთ, რომ ხუთი მოსწავლიდან რომელიმემ შექამა ზუსტად ორი კანფეტი?

**ამოხსნა.** დავუშვოთ წინააღმდეგი, ვთქვათ არცერთს 5 მოსწავლედან არ შეუქამია 2 ან მეტი კანფეტი, მა-

შინ 5 მოსწავლე შექამდა არანაკლებ 5 კანფეტს, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას, რომ მათ 6 კანფეტი შექამეს. მაშასადამე, ჩვენი დაშვება არასწორია და მტკიცდება, რომ ერთმა მაინც 5 მოსწავლიდან შექამა არანაკლებ 2 კანფეტი. სამაგიეროდ, მტიცებითი ფორმით იმაზე საუბარი, რომ რომელიმე მოსწავლემ 5 მოსწავლიდან შექამა ზუსტად 2 კანფეტი, სწორი არ არის. ამისათვის მიზანშეწონილია კონტრ-მაგალითის მოყვანა. მაგალითად, პირველმა მოსწავლემ შექამა 1 კანფეტი, მეორემ 3, მესამემ 1, მეოთხემ 1 კანფეტი, ხოლო მეხუთე მოსწავლეს კანფეტი არ შეუქამია.

**ამოცანა 2.** კარადაში 5 წყვილი ყავისფერი და 5 წყვილი იმავე ზომის და სტილის შავი ფეხსაცმელია. ყველაზე მცირე რა რაოდენობის ფეხსაცმელი, უნდა გამოვიღოთ კარადაში შეუხედავად, რომ მათ შორის აუცილებლად იყოს ერთი და იგივე ფერის ერთი წყვილი ფეხსაცმელი?

**ამოხსნა.** ყველაზე უარესი ვარიანტი იქნება თუ გამოვიღებთ 5 წყვილ ერთი ფერის და ერთი ფეხის ფეხსაცმელს და 5 მეორე ფერის და იმავე ან მეორე ფეხის ფეხსაცმელს. მაგრამ მე-11 ფეხსაცმელი უკვე რომელიმე ფეხსაცმელთან დაწყვილდება. ე.ი. საჭიროა არაუმეტეს 11 ფეხსაცმლის გამოღება.

**ამოცანა 3.** ხუთკუნჭულა დაჰპირდა დევს, რომ იმ შემტხვევაში გაუმხელს დიდ საიდუმლოს, თუ ის შეადგენს ჯადოსნურ კვადრატს  $6 \times 6$ , რიცხვებიდან -1, 0 და 1, ისე, რომ მწკრივებში, სვეტებში და დიდ დიაგონალებში ყველა რიცხვის ჯამები ერთმანეთისაგან

განსხვავებული იყოს. მოახერხებს დევი ასეთი ჯადოსნური კვადრატის შედგენას?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, დევმა შეადგინა ამოცანის პირობით განსაზღვრული კვადრატი. ყველა ექვსივე სვეტში, ყველა ექვსივე სტრიქონში და ორ დიდ დიაგონალზე ყველა ჯამებს შეუძლია მიიღოს ერთმანეთისაგან განსხვავებული მნიშვნელობები -6-დან 6-ის ჩათვლით. ამ შუალედში სულ არის 13 ერთმანეთისაგან განსხვავებული მთელი მნიშვნელობა, ხოლო ჯადოსნურ კვადრატში 6 მწკრივი, 6 სვეტი და 2 დიდი დიაგონალია, სულ 14 სხვადასხვა ჯამი. მივიღეთ წინააღმდეგობა, რაც ნიშნავს, რომ შეუძლებელია ასეთი კვადრატის შედგენა.

**ამოცანა 4.** დედამიწაზე 8 მილიარდ ადამიანზე მეტია, რომელთა შორის 1%-ის ასაკი 100 წელზე მეტია. დაამტკიცეთ, რომ დედამიწაზე ცხოვრობს 100 წელზე ნაკლები ორი ადამიანი მაინც, რომლებიც ერთ წამში დაიბადა.

**ამოხსნა.** დედამიწაზე იმ ადამიანთა რაოდენობაა, რომელთა ასაკი 100 წელზე მეტია:

$$8\ 000\ 000\ 000 \cdot 2:100 = 80\ 000\ 000.$$

100 წელზე ნაკლები ადამიანთა რაოდენობაა:

$$8\ 000\ 000\ 000 - 80\ 000\ 000 = 7\ 920\ 000\ 000.$$

1 წელიწადში ყველაზე ბევრი 366 დღეა, დღეში 24 საათია, საათში 60 წუთია, წუთში 60 წამია. ე.ი. 100 წელიწადში არის არაუმეტეს 3 162 240 000 წამი. ეს ნიშნავს, რომ წამების რაოდენობა ბევრად ნაკლებია დედამიწაზე მაცხოვრებელ იმ ადამიანების რაოდენობაზე, რომლებიც 100 წელზე ნაკლები ასაკის არიან.

რაც ნიშნავს, რომ ერთსა და იმავე წამს დაიბადა არანაკლებ 2 ადამიანი.

**ამოცანა 5.** დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი შვიდი ნატურალური რიცხვიდან (აუცილებელი არ არის ეს რიცხვები ერთმანეთის მომდევნო იყოს) შესაძლებელია ავარჩიოთ სამი რიცხვი ისე, რომ მათი ჯამი იყოფოდეს 3-ზე.

**ამოხსნა.** დირიხლეს პრინციპის თანახმად, შვიდი რიცხვიდან შესაძლებელია სამი ისეთი რიცხვის არჩევა, რომელიც 3-ზე გაყოფისას იძლევა ერთნაირ ნაშთს. ცხადია, მათი ჯამი გაიყოფა 3-ზე.

**ამოცანა 6.** კინოთეატრში შვიდი 10 ადგილიანი რიგია. 50 მოსწავლისაგან შედგენილი ჯგუფი კინოთეატრში დაესრო ჯერ დილის სეანსს, შემდეგ კი საღამოს სეანსს. დაამტკიცეთ, რომ მოსწავლეებს შორის მოიძებნება ორი ბავშვი, რომლებიც როგორც დილის სეანსზე, ასევე საღამოს სეანსზე ერთ რიგში ისხდნენ.

**ამოხსნა.** თუ შვიდი რიგიდან თითოეულში დაჯდებოდა არაუმეტეს შვიდი ბავშვი, მაშინ სულ სეანსზე იქნებოდა არაუმეტეს 49 ბავშვი, ამიტომ კინოთეატრში არსებობს რიგი, რომელშიც დილის სეანსზე სულ ცოტა 8 ბავშვი იჯდა. ვინაიდან კინოთეატრში მხოლოდ შვიდი რიგია, ამ ბავშვებიდან საღამოს სეანსზე ორი მაინც იქნება ერთსა და იმავე რიგში.

**ამოცანა 7.** მარსიანელებს სამი ხელი აქვთ. ყველა მარსიანელს ბანკეტზე უნდა ეცვას ორი თეთრი და ერთი წითელი ხელთათმანი. ერთ მარსიანელს უჯრაში 10 თეთრი, 10 წითელი და 10 მწვანე ხელთათმანი უდევს. რამდენი ხელთათმანი უნდა ამოიღოს

მარსიანელმა უჯრაში ჩაუხედავად, რომ ჩაიცვას ორი თეთრი და ერთი წითელი ხელთათმანი? (კომენტარი: მარსიანელებს დედამიწელებისაგან განსხვავებით არ აქვთ მარცხენა ან მარჯვენა ხელები, მათი სამივე ხელი ერთნაირია!).

**ამოხსნა.** ყველაზე უარესი შემთხვევა იქნება: ამოიღოს 10-ვე მწვანე ხელთათმანი, შემდეგ 10-ვე წითელი ხელთათმანი და შემდეგ მომდევნო 2 ხელთათმანი იქნება ორივე თეთრი. ე.ი. მარსიანელს ბანკეტზე რომ ორი თეთრი და ერთი წითელი ხელთათმანი ეცვას, მან უჯრიდან ჩაუხედავად უნდა ამოიღოს არაუმეტეს 22 ხელთათმანი.

**ამოცანა 8.** ჩანთაში 70 ბურთულაა, რომლებიც ერთმანეთისაგან მხოლოდ ფერით განსხვავდება. მათგან 20 წითელია, 20 ლურჯი, 20 ყვითელი, დანარჩენი ბურთულებიდან ზოგი შავია და ზოგი თეთრი. რა უმცირესი რაოდენობის ბურთულა უნდა ამოვიღოთ ჩანტიდან მასში ჩაუხედავად, რომ მათ შორის იყოს სულ ცოტა ერთი ფერის 10 ბურთულა?

**ამოხსნა.** ყველაზე უარესი შემთხვევა იქნება ასეთი: ამოიღეს 9 წითელი, 9 ლურჯი, 9 ყვითელი ბურთულა და 10 შავი და თეთრი ბურთულები. სულ 37 ბურთულა. მათ შორის არ იქნება 10 ცალი ერთი ფერის ბურთულა. თუ ამოვიღებთ 38-ე ბურთულას, მაშინ ის იქნება ან წითელი, ან ლურჯი, ან ყვითელი და გვექნება რომელიმე ფერის 10 ბურთულა. ე.ი. ამოღებული ბურთულების მინიმალური რაოდენობაა 38.

**ამოცანა 9.** ოთახის დალაგებისას დედამ თავისი შვილების ცხრა წინდა იპოვა. ამ წინდებს შორის

ყოველი 4 წინდიდან არანაკლებ ორი ერთი ბავშვის იყო, ხოლო ყოველი ხუთი წინდიდან არანაკლებ სამი ერთი და იმავე ბავშვის იყო. რამდენი ბავშვი ყავდა დედას და რამდენი წინდა იყო თითოეული ბავშვის?

**ამოხსნა.** ვინაიდან ყოველ ოთხ წინდას შორის არანაკლებ ორი ეკუთვნოდა ერთ ბავშვს, ამიტომ ბავშვების რაოდენობა არ შეიძლება სამზე მეტი იყოს. ამავე დროს, 9 წინდას შორის არცერთი ბავშვის წინდების რაოდენობა იყოს სამზე მეტი. მართლაც, წინააღმდეგ შემთხვევაში შესაძლებელია შეირჩეს ხუთი წინდა ისე, რომ მათ შორის ერთი ბავშვის იყოს სამ წინდაზე მეტი. სულ დედამ იპოვა თავისი შვილების ცხრა წინდა. დედას არა ყავს სამზე ნაკლები შვილი და თითოეულ ბავშვის არ არის 3 წინდაზე მეტი. ეს ნიშნავს, რომ დედას 3 შვილი ყავს და თითოეულს ეკუთვნის 3 წინდა.

**ამოცანა 10.** სკოლაში სულ 65 მეექვსე კლასელი სწავლობს. მათ სემესტრში მათემატიკაში 3 საკონტროლო შეასრულეს. არცერთ საკონტროლოზე არცერთ მეექვსე კლასელს 7-ზე ნაკლები შეფასება არ მიუღია. აჩვენეთ, რომ მეექვსე კლასელებს შორის მოიძებნება ორი მოსწავლე მაინც, რომლებმაც საკონტროლო წერებზე ერთნაირი შეფასებები მიიღეს.

**ამოხსნა.** რადგან არცერთ მეექვსე კლასელს 7-ზე ნაკლები შეფასება არ მიუღია, ეს ნიშნავს, რომ მათ მიერ მიღებული ნიშნებია: 7, 8, 9 ან 10. რადგან სულ 3 საკონტროლო წერა ჩატარდა, ამიტომ, მიღებული ნიშნების ყველა შესაძლო ვარიანტები იქნება

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64.$$

რადგან მოსწავლეთა რაოდენობაა 65, რომელიც აღემატება ნიშნების ყველა შესაძლო ვარიანტების რაოდენობას, ამიტომ დირიხლეს პრინციპის თანახმად ორ მოსწავლე მაინც მიიღებდა ნიშნების ერთსა და იმავე კომპლექტს.

**ამოცანა 11.** ნიკოლოზს უნდა დაფაზე დაწეროს ისეთი ერთმანეთისაგან განსხვავებული 51 ორნიშნა რიცხვი, რომ მათ შორის არ იყოს არცერთი 2 რიცხვი, რომელთა ჯამი 100-ის ტოლია. შეძლებს თუ არა ნიკოლოზი ამას?

**ამოხსნა.** სულ 90 ორნიშნა რიცხვია. ამ ორნიშნა რიცხვებში ისეთებიც არის, რომელთათვისაც არ არსებობს მეწყვილე ორნიშნა რიცხვი, რომელთა ჯამი 100-ის ტოლია. ეს რიცხვებია:

50, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 და 99.

ე.ი.სულ ასეთი რიცხვია 10. დარჩენილი 80 რიცხვი ადგენს 40 წყვილს, რომელთა ჯამი 100-ის ტოლია. ნიკოლოზს შეუძლია აიღოს თითო რიცხვი ამ 40 წყვილიდან (40 რიცხვი) და ის ორნიშნა 10 რიცხვი, რომელთათვისაც არ არსებობს მეწყვილე ორნიშნა რიცხვი, რომელიც ჯამში იძლევა 100-ს. ნიკოლოზმა სულ აიღო 50 ორნიშნა რიცხვი. დარჩენილი ორნიშნა რიცხვებიდან რომელიც არ უნდა აიღოს ნიკოლოზმა 51-ე რიცხვად, ის უკვე აღებული 50 რიცხვიდან ერთერთთან შექმნის წყვილს, რომელთა ჯამი იქნება 100. მაშასადამე, ნიკოლოზი ასეთ 51 რიცხვს ვერ დაწერს.

**ამოცანა 12.** სკოლის 10-მა მოსწავლემ მათემატიკის ოლიმპიადაზე 35 ამოცანა ამოხსნა. მოსწავლეებს შორის ზოგმა 1 ამოცანა ამოხსნა, ზოგმა 2 და ზოგმა 3

ამოცანა. დაამტკიცეთ, რომ მოსწავლეებს შორის არის ერთი მაინც, რომელმაც ამოხსნა არანაკლებ 5 ამოცანა.

**ამოხსნა.** რადგან 10 მოსწავლეს შორის არსებობს ისეთი მოსწავლე, რომელმაც ამოხსნა 1 ამოცანა, არსებობს ისეთი მოსწავლე, რომელმაც ამოხსნა 2 ამოცანა და არსებობს ისეთი მოსწავლე, რომელმაც ამოხსნა 3 ამოცანა, ამიტომ 10 მოსწავლიდან 3 მოსწავლეს ამოხსნა

$$1 + 2 + 3 = 6$$

ამოცანა. დარჩენილმა 7 მოსწავლემ ამოხსნა  $35 - 6 = 29$  ამოცანა. რადგან  $29 = 4 \cdot 7 + 1$ , ამიტომ მოიძებნება ერთი მოსწავლე, რომელმაც ამოხსნა არანაკლებ 5 ამოცანა.

**ამოცანა 13.** კლასში 25 მოსწავლეა. ცნობილია, რომ ნებისმიერ სამ მათგანს შორის ორი მეგობარია. დაამტკიცეთ, რომ კლასში არის მოსწავლე, რომელსაც არანაკლებ 12 მეგობარი ყავს.

**ამოხსნა.** განვიხილოთ კლასის ორი მოსწავლე, რომლებიც ერთმანეთთან არ მეგობრობს. თუ ასეთი მოსწავლეები კლასში არ არიან, მაშინ კლასის ყველა მოსწავლე მეგობრობს ერთმანეთთან, რაც ნიშნავს, რომ თითოეულ მოსწავლეს ჰყავს 24 მეგობარი და ამოცანა ამოხსნილია. დავუშვათ, ის ორი მოსწავლე, რომლებიც ერთმანეთთან არ მეგობრობს ვახო და პაპუნაა. კლასის 25 მოსწავლიდან დარჩენილი 23 მოსწავლე, თითოეული მეგობრობს ან ვახოსთან ან პაპუნასთან. მართლაც, თუ 23 მოსწავლიდან რომელიმე არ მეგობრობს არც ვახოსთან და არც პაპუნასთან, მაშინ კლას-

ში იქნება სამი მოსწავლე, რომლებიც მეგობრები არ არიან, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას, რომ კლასის ნებისმიერ სამ მოსწავლეს შორის ორი მეგობარია. დაგვრჩა, რომ 23 მოსწავლიდან თითოეული მეგობრობს ან პაპუნასთან, ან ვახოსთან. დირიხლეს პრინციპის თანახმად, კლასის მოსწავლეებიდან ერთი მოსწავლე მაინც-ან პაპუნა, ან ვახო მეგობრობს არანაკლებ 12 თანაკლასელთან.

**ამოცანა 14.** გზის ერთ მხარეს პარკირებულია 100 ავტომანქანა. მათ შორის-30 წითელი, 20 შავი და 20 თეთრი მერსედესის მარკისაა. ცნობილია, რომ ორი სხვადასხვა ფერის მერსედესის მარკის ავტომანქანები ერთმანეთის მიყოლებით არ დგას. დაამტკიცეთ, რომ რომელიმე სამი ერთმანეთის მიყოლებით მდგარი მერსედესის მარკის ავტომანქანა ერთნაირი ფერისაა.

**ამოხსნა.** პარკირებული 100 ავტომანქანიდან 70 მერსედესის მარკისაა და 30 სხვა მარკის ავტომანქანა. ამოცანის პირობის თანახმად, მერსედესის მარკის ავტომანქანის გვერდით შეიძლება იდგეს ან იმავე ფერის მერსედესის მარკის ავტომანქანა, ან სხვა მარკის ავტომანქანა, რაც მეტი მერსედესის მარკის ავტომანქანა იქნება წყვილებში, მით ნაკლები სხვა მარკის ავტომანქანა იქნება საჭირო. მაგრამ 100 ავტომანქანიდან 35 წყვილი მერსედესის მარკისაა და თუ პარკირების თავსა და ბოლოში დავაყენებთ ორ-ორ მერსედესის მარკის ავტომანქანას, მაშინ ორ-ორი მერსედესის მარკის ავტომანქანა რომ დავაყენოთ და მათ შორის სხვა მარკის ავტომანქანა, სულ დაგვჭირდება

34 სხვა მარკის ავტომანქანა. თუ მერსედესის მარკის მანქანები არ იქნებიან წყვილებში, მაშინ სხვა მარკის კიდევ უფრო მეტი ავტომანქანა იქნება საჭირო. მაგრამ ამოცანის პირობით პარკირებული 100 ავტომანქანიდან მხოლოდ 30 არ არის მერსედესის მარკის ავტომანქანა, რაც ნიშნავს, რომ სხვა მარკის ავტომანქანები შეიძლება იდგას 32 წყვილს შორის. რჩება კიდევ 3 წყვილი მერსედესი. რაც იძლევა საშუალებას დავასკვნათ, რომ რომელიმე სამი ერთმანეთის მიყოლებით მდგარი მერსედესი ერთნაირი ფერისაა.

**ამოცანა 15.** გვაქვს 1 გ, 2 გ, 3 გ, ..., 19 გ საწონები. მათგან ცხრა საწონი რკინაა, ცხრა საწონი ბრინჯაო და ერთი საწონი ოქრო. ცნობილია, რომ რკინის ყველა საწონი ბრინჯაოს ყველა საწონზე 90 გ-ით მძიმეა. რამდენ გრამია ოქროს საწონი?

**ამოხსნა.** ვაჩვენოთ, რომ 19 საწონიდან 9 ყველაზე მძიმე საწონი 90 გ-ით მეტია 9 ყველაზე მსუბუქ საწონზე. მართლაც,

$$(19 + 18 + \dots + 11) - (9 + 8 + \dots + 1) = \\ = (19-9) + (18-8) + \dots + (11-1) = 10 + 10 + \dots + 10 = 90 \text{ (გ)}.$$

დარჩა 1 საწონი. ე.ი. ოქროს საწონი არის 10 გ.

**ამოცანა 16.** ყოველდღე, ორშაბათიდან პარასკევის ჩათვლით, მოხუცი ზღვაში ბადით თევზს იჭერდა. ყოველდღე მისი დაჭერილი თევზების რაოდენობა არ აღემატებოდა წინა დღეს დაჭერილი თევზების რაოდენობას. ხუთ დღეში მოხუცმა სულ 100 თევზი დაიჭირა. ყველაზე ცოტა რამდენი თევზი დაიჭირა მან სამ დღეში-ორშაბათს, ოთხშაბათს და პარასკევს?

**ამოხსნა.** სამშაბათს და ხუთშაბათს მოხუცმა დაჭირა არაუმეტეს იმდენი თევზი, რაც ორშაბათს და ოთხშაბათს, რაც ნიშნავს, რომ სამ დღეში-ორშაბათს, ოთხშაბათს და პარასკევს მან დაიჭირა 100 თევზიდან არანაკლებ ნახევარი, ანუ 50 თევზი. მაგალითად. პირველი ოთხი დღის განმავლობაში მოხუცმა ყოველდღიურად 25-25 თევზი დაიჭირა, პარასკევს-თევზი არ დაუჭერია, მაშინ ამოცანის პირობები შესრულებულია და სამ დღეში-ორშაბათს, ოთხშაბათს და პარასკევს მან დაიჭირა ზუსტად 50 თევზი.

## §2.6. განზოგადება და მისი გამოყენება

მათემატიკაში განზოგადების მეთოდის დროს ხდება არსებულისაგან უფრო ფართო მასშტაბის მათემატიკური კონცეფციის ჩამოყალიბება. ეს მეთოდი მნიშვნელოვან როლს ასრულებს ახალი თეორიების აგებაში, ახალი ცნებების, დებულებებისა და მტკიცებულებების შემუშავებაში. განზოგადების მეთოდის და აბსტრაქციის შედეგად ჩამოყალიბდა მრავალი თეორია მათემატიკაში, რამაც საგრძნობი წინსვლა გამოიწვია არა მარტო მათემატიკურ, არამედ საბუნებისმეტყველო, ტექნიკურ და სხვა მეცნიერებებში, ხოლო მათემატიკის სწავლებაში განზოგადება ავითარებს სწავლის მოტივაციას, ხელს უწყობს მოსწავლეების მიერ ცოდნის შესწავლას და რეალურ ცხოვრებაში მის გამოყენებას, აუმაღლებს ცოდნის ხარისხს, რაც ამაღლებს მოსწავლეთა სწავლის დონეს და ზრდის მათი განვითარების პოტენციალს. განზოგადების გამოყენება სასწავლო პროცესში ხელს უწყობს მოსწავლეებში არსებული ცოდნის დამოუკიდებლად გაფართოებას და გაღრმავებას. განზოგადება არის თვითსწავლის ერთ-ერთი ყველაზე მნიშვნელოვანი საშუალება. განზოგადების უნარი შემოქმედებითი აზროვნების შეუცვლელი ნაწილია, რადგან განზოგადების გზით ადამიანის აზრი სცილდება ცნობილს და გზას უხსნის მას უცნობისკენ. განზოგადებით ხდება მოსწავლეთა შემოქმედებითი შესაძლებლობების განვითარება, ამოცანების ამოხსნისადმი შედარების უნა-

რის ჩამოყალიბება და განვითარება, რასაც არსებითი მნიშვნელობა აქვს მოსწავლეთა აზროვნებაში.

ამოცანების ამოხსნის სწავლება ერთი მხრივ მათემატიკის შესწავლის მიზანია, მეორე მხრივ კი მათემატიკის შესწავლის საშუალება. ამიტომ, განსაკუთრებით დაწყებითი კლასების სასკოლო პრაქტიკაში მათემატიკის ამოცანების ამოხსნისას აუცილებელია მასწავლებელმა გამოიყენოს განზოგადების პოტენციალი, რადგან განზოგადებამ შეიძლება ხელი შეუწყოს გარკვეული კლასის ამოცანების ამოხსნის ზოგადი მეთოდის შემუშავებას. მაგალითად, განზოგადებული ამოცანა შეიძლება უფრო მარტივი და გასაგები აღმოჩნდეს, ვიდრე თავდაპირველი. მაგალითად, შესაძლოა განვიხილოთ ამოზნექილი შვიდკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის და ზოგადად ამოზნექილი  $n$  კუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის ფორმულების გამოყვანა. ცხადია, ამ შემთხვევაში უფრო ეფექტურია ამოზნექილი  $n$  კუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის ფორმულის გამოყვანა და ამის შემდეგ, როგორც კონკრეტული შემთხვევის, ამოზნექილი შვიდკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამის გამოთვლა.

განზოგადებას ზოგჯერ იყენებენ როგორც მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდს. ამ შემთხვევაში ხორციელდება:

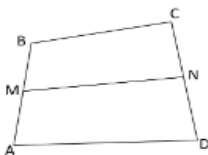
1. ამოცანების ინდუქციურად ამოხსნა;
2. ამოცანების ამოხსნა განზოგადებული სახით.

ინდუქციური განზოგადებით ამოცანების ამოხსნა ეფუძნება სრული ინდუქციის პრინციპს და ამ დროს იყენებენ სქემას:

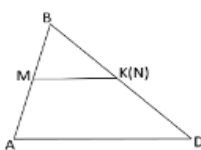
1. ამოცანიდან გამოყოფენ ისეთ კერძო შემთხვევას, რომელიც ამოიხსნება მარტივად და ამ კერძო შემთხვევისთვის ამოხსნიან ამოცანას;
2. განიხილავენ პირველ შემთხვევაზე უფრო ზოგად კერძო შემთხვევას, რომელიც მოიცავს პირველ შემთხვევას და ამოხსნიან ამოცანას;
3. განიხილავენ ზოგად შემთხვევას.

საკმაოდ რთული ამოცანების ამოხსნისას სქემის მეორე პუნქტის გამოყენება შეიძლება რამდენჯერმე გახდეს საჭირო. ამ შემთხვევაში უნდა გამოვყოთ და ამოვხსნათ ამოსახსნელი ამოცანის ყველა შესაძლო კერძო შემთხვევა და დამხმარე ამოცანები. თუ განსახილავი ვარიანტების რაოდენობა სასრულია, მაშინ ამოცანების ამოხსნის ასეთ მეთოდს ცდების ამოწურვის მეთოდსაც უწოდებენ. დაწყებით კლასებში უფრო ხშირად გამოიყენება სქემის მხოლოდ პირველი და მესამე პუნქტები.

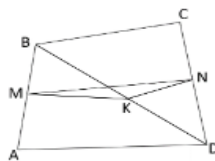
**ამოცანა 1.**  $ABCD$  ოთხკუთხედში  $AD$  და  $BC$  გვერდები პარალელური არ არის. რომელი მონაკვეთის სიგრძეა მეტი,  $AD$  და  $BC$  მონაკვეთების ნახევარჯამის, თუ ორი დანარჩენი გვერდის შუაწერტილების შემაერთებელი  $MN$  მონაკვეთის? (ნახ. 1).



ნახ. 1.



ნახ. 2.



ნახ. 3.

**ამოხსნა. 1.** გამოვყოთ კერძო შემთხვევა, რომელიც მარტივად ამოიხსნება. ამ შემთხვევისათვის უფრო

მოსახერხებელია თუ ოთხკუთხედის ერთი გვერდი შეიკუმშება წერტილად, (ნახ.2). ვთქვათ,  $BC$  გვერდი იკუმშება  $B$  წერტილში. ამ შემთხვევაში  $N$  წერტილი ემთხვევა  $BD$  მონაკვეთის  $K$  შუაწერტილს და  $ABD$  სამკუთხედისათვის  $MN$  მონაკვეთი ხდება  $MK$  შუამონაკვეთი. ამრიგად, ამოცანა 1 დავიყვანეთ შემდეგ ამოცანაზე: რომელია მეტი,  $ABD$  სამკუთხედის  $AD$  გვერდის ნახევარი, თუ  $MK$  მონაკვეთი, რომელიც დანარჩენი ორი გვერდის შუაწერტილებს აერთებს?

სამკუთხედის შუახაზის თვისებით, მარტივად დავადგენთ, რომ  $MK=AD$ .

2. განვიხილოთ ზოგადი შემთხვევა (ნახ.3). ამოცანის ამოხსნა საგრძნობლად მარტივდება თუ მას დავიყვანთ უკვე განხილულ შემთხვევაზე. ვთქვათ,  $K$  არის  $ABCD$  ოთხკუთხედის  $BD$  დიაგონალის შუაწერტილი. განხილული კერძო შემთხვევიდან გვაქვს:  $ABD$  სამკუთხედში  $MK=AD$  და  $MK \parallel AD$ , ხოლო  $BCD$  სამკუთხედში  $KN=BC$  და  $KN \parallel BC$ .

რადგან, ამოცანის პირობით  $AD$  და  $BC$  გვერდები პარალელური არ არის, ამიტომ  $M$ ,  $N$  და  $K$  წერტილები ერთ წრფეზე არ ძეგს.  $MKN$  სამკუთხედიდან გვაქვს:

$$MN < MK + KN = AD + BC.$$

დავამტკიცეთ, რომ  $ABCD$  ოთხკუთხედში  $AD$  და  $BC$  არაპარალელური გვერდების ნახევარჯამი მეტია ორი დანარჩენი გვერდის შუაწერტილების შემაერთებელი  $MN$  მონაკვეთის სიგრძეზე.

ამოხსნილ ამოცანაში ჩვენ გამოვიყენეთ სამკუთხედის შუახაზის თვისება, რომელიც შეიძლება განვაზოგადოთ და დავუკავშიროთ ტრაპეციის შუახაზს,

რაც დაგვეხმარება გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნაში. მაღალ კლასებში, პლანიმეტრიის თეორემების და ფიგურათა თვისებების განზოგადებით შესაძლებელია მივიღოთ სტერეომეტრიის ბევრი საინტერესო დებულება.

**ამოცანა 2.** იპოვეთ ყველა ოთხნიშნა რიცხვი, რომელიც იყოფა 11-ზე და მისი ციფრთა ჯამია 11.

**ამოხსნა.** ვთქვათ,  $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$  საძიებელი რიცხვია ამოცანის პირობით ვწერთ განტოლებათა სისტემას:

$$\begin{cases} a+b+c+d=11, \\ (a+c)-(b+d)=11k. \end{cases}$$

რომელშიც სისტემის მეორე განტოლება გამოსახავს რიცხვის 11-ზე გაყოფის პირობას.

სისტემის გარდაქმნით მივიღებთ:

$$2(a+c)=11(k+1).$$

ადვილად ვაჩვენებთ, რომ სისტემის მეორე განტოლებაში  $k$  მიიღებს მნიშვნელობებს:  $-1, 0$  და  $1$ . განვიხილოთ თითოეული შემთხვევა ცალ-ცალკე:

1)  $k = -1$ , მაშინ  $a+c=0$ , საიდანაც  $a=0$ , რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას, რომ ოთხნიშნა რიცხვის პირველი ციფრი 0-ია.

2)  $k = 0$ , მაშინ  $2(a+c)=11$ , რაც შეუძლებელია.

3)  $k = 1$ , მაშინ  $a+c=11, b=0, d=0$  და  $a$  და  $c$ -ს მნიშვნელობები შეგვიძლია ჩავწეროთ ცხრილში:

|     |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $c$ | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |

ყველა შესაძლო ვარიანტის განხილვით დავადგენთ, რომ ამოცანის ამონახსნებია რიცხვები:

2090, 3080, 4070, 5060, 6050, 7040, 8030, 9020.

ამრიგად, განზოგადებით ამოცანის ინდუქციურად ამოხსნისას, უნდა გამოვყოთ და ამოვხსნათ ამოცანის ყველა კერძო შემთხვევა.

სასკოლო პრაქტიკაში მიზანშეწონილი არ არის მასწავლებელი შემოიფარგლოს მხოლოდ ამოცანიდან გამომდინარე მისი კერძო შემთხვევების განხილვით. აუცილებელია სკოლის მოსწავლეებმა ისწავლონ ამოცანების განზოგადება და განზოგადებული ამოცანის ამოხსნა, რადგან ამოცანის განზოგადებული სახით ამოხსნა ხშირად, შეიძლება უფრო მარტივი და რაციონალური იყოს, ვიდრე ამოცანიდან გამომდინარე რომელიმე კონკრეტული კერძო შემთხვევა. ამოცანის განზოგადება ხელს უწყობს მის მათემატიკურ შინაარსში სრულფასოვნად გარკვევას და ხშირად საშუალებას აძლევს ამომხსნელს იპოვოს ამოცანის ამოსახსნელი ორიგინალური, ახალი გზა. ზოგჯერ ამოცანის ამოხსნის ის მეთოდი, რომლითაც შეუძლებელია ამოცანიდან გამომდინარე მისი კერძო შემთხვევის ამოხსნა, შეიძლება გამოდგეს განზოგადებული ამოცანის ამოსახსნელად.

განზოგადებული ამოცანის ამოხსნას ზოგჯერ ამომხსნელი ადვილად პოულობს ამოცანის ამოხსნის ახალ, ორიგინალურ გზას.

**ამოცანა 3.** გამოთვალეთ  $|a|+9|a|^2-21|a|^3-5|a|^4+35|a|^5-2|a|^6$  გამოსახულების მნიშვნელობა, როცა  $a=-2;1$ .

მოდულის განმარტებიდან გვაქვს:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{როცა } a \geq 0, \\ -a, & \text{როცა } a < 0. \end{cases}$$

უმჯობესია ამოვხსნათ ამოცანა 3-ის განზოგადებული ამოცანა: იპოვეთ  $F(a)$  გამოსახულების მნიშვნელობა, როცა  $a \geq 0$  და  $a < 0$ .

განზოგადებული ამოცანა მოსწავლეებს ეხმარება უფრო ნათლად გაერკვნენ მოდულის არსში, როცა  $a \geq 0$  და  $a < 0$ .

ხშირად ისეთი ამოცანების ამოხსნა რომელშიც საჭიროა რიცხვებზე მოქმედებების ჩატარება, მარტივად ხორციელდება განზოგადებული სახით, რომელიც ამომხსნელს საშუალებას აძლევს გაცილებით ნაკლები დრო დახარჯოს გამოთვლებზე.

როცა განზოგადებას ვიყენებთ როგორც ამოცანების ამოხსნის მეთოდს, აუცილებელია გამოვყოთ ყველა მარტივი შემთხვევა, რომელთა ამოხსნის შედეგად მიიღწევა დასმული ამოცანის ამოხსნა. ასევე, მიზანშეწონილია მოსწავლეებმა შეძლონ მოცემული ამოცანის განზოგადება და შემდეგ მისი ამოხსნა, ვინაიდან ხშირად უფრო ადვილია განზოგადებული ამოცანის ამოხსნა, ვიდრე კონკრეტული ამოცანის ამოხსნა.

გარდა განხილული მიდგომებისა, დაწყებით კლასებში სწავლა/სწავლების პროცესის ინდუქციური მეთოდით წარმართვა განზოგადების უამრავ თვალსაჩინო მაგალითებს იძლევა.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო პროცესში მეთოდურად გამართლებულია განზოგადებასთან ერთად ანალოგიის გამოყენებაც, ზოგჯერ მათი განხილვა უნდა მოხდეს ერთიან კონტექსტში, ხოლო

ახალი ამოცანების შედგენისას განზოგადება შეიძლება გამოვიყენოთ, როგორც ამოცანის მოდიფიცირების საშუალება.

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა აუხსნას, რომ განზოგადებისას სიფრთხილის გამოჩენაა საჭირო და ყოველთვის ჭეშმარიტი დებულების განზოგადებით შეიძლება ჭეშმარიტი დებულება ვერ მივიღოთ. მაგალითად, ფერმამ გამოთვალა  $2^{2^n} + 1$  რიცხვების მნიშვნელობები, როცა  $n=1,2,3,4$ :  $2^{2^1} + 1 = 5$ ,  $2^{2^2} + 1 = 17$ ,  $2^{2^3} + 1 = 257$ ,  $2^{2^4} + 1 = 65537$ . მიიღო მარტივი რიცხვები და განზოგადებით დაასკვნა, რომ  $2^{2^n} + 1$  სახის ყველა რიცხვი მარტივია, მაგრამ ეილერმა აჩვენა, რომ როცა  $n=5$ , რიცხვი  $2^{2^5} + 1 = 4294967297$  შედგენილია და იყოფა  $641$ -ზე.

$$4294967297 = 641 \cdot 6700417$$

ამიტომ, მიუხედავად ბევრი დადებითისა, განზოგადება უნდა მოვახდინოთ საკმაოდ ფრთხილად.

## §2.7. ანალიზისა და სინთეზის მეთოდები

სწავლების მეცნიერულ მეთოდებს მიეკუთვნებიან ინდუქციისა და დედუქციის, ანალიზისა და სინთეზის მეთოდები. ანალიზი ბერძნული სიტყვაა და ნიშნავს გახსნას, დაშლას (საგნის აზრობრივ დაშლას შემადგენელ ნაწილებად). ანალიზი სინამდვილის კვლევის მეთოდია. ის საშუალებას გვაძლევს აღვიქვათ, გავაანალიზოთ, გავიაზროთ მოვლენის სტრუქტურა, მისი ცალკეული მომენტების თავისებურებები, მათი ურთიერთდამოკიდებულების ხასიათი, მთელის კავშირი შემადგენელ ნაწილებთან, ის ამზადებს იმის პირობებს, რომ მივაგნოთ, სრულყოფილად ჩავწვდეთ საგნის არსს, კანონს. ანალიზი მჭიდროდაა დაკავშირებული სინთეზთან.

ანალიზი ლოგიკური მეთოდია, რომლის საშუალებით ხდება შესასწავლი ობიექტის დაყოფა ნაწილებად, რომელთაგან თითოეულს განიხილავენ ცალკე. საჭიროების შემთხვევაში შესაძლებელია დაყოფილი ნაწილები კვლავ დაიყოს სხვა ნაწილებად და ა.შ. შესაბამისად, მთელის ნაწილებად დაყოფა შესაძლებელია მანამ, სანამ არ მივაღწიოთ ობიექტის ელემენტარულ თვისებამდე ან უკვე ცნობილ ფაქტამდე.

პრაქტიკაში ხშირად იყენებენ ანალიზის საპირისპირო გონებრივ ოპერაციას, რომელიც ანალიზის დროს დანაწევრებულ ცალკეულ ნაწილებს ან ელემენტებს აერთიანებს. ახალი ცოდნით გამდიდრებული ცალკეული ელემენტების ან ნაწილების მთლიან-

ნობაში გაერთიანების ლოგიკურ მეთოდს სინთეზი ეწოდება.

სინთეზი ბერძნული სიტყვაა, რაც შეერთებას ნიშნავს. ის მეცნიერული კვლევის მეთოდია, რომელიც ობიექტს შეისწავლის როგორც მთლიანს მის შემადგენელ ნაწილებთან ურთიერთკავშირში.

ადამიანის გონებრივ საქმიანობაში ანალიზი და სინთეზი, განიხილება როგორც საპირისპირო ლოგიკური ოპერაციები, რომლებიც კი არ ეწინააღმდეგებიან, არამედ ავსებენ ერთმანეთს. თუ ანალიზით განისაზღვრა როგორ უნდა გადაიჭრას დასმული საკითხი ან ამოიხსნას ამოცანა, მაშინ სინთეზით ხდება საკითხის გადაწყვეტა ან ამოცანის ამოხსნა

ანალიზის გამოყენების დროს მსჯელობა მიმდინარეობს უცნობიდან ნაცნობისკენ. გამოსავალი კითხვაა: რა უნდა ვიცოდეთ, პასუხი რომ გავცეთ დასმულ საკითხს?

სინთეზის დროს პირიქით-მსჯელობა მიმდინარეობს ცნობილიდან უცნობისაკენ. გამოსავალი კითხვაა: რა შეიძლება გავიგოთ მოცემული სიდიდეებით? ანალიზური მეთოდით მსჯელობისას ყოველ ნაბიჯს აქვს თავისი საფუძველი, გარკვეული ცხადი მიზანი, მსჯელობის ყოველი ეტაპი დაკავშირებულია ჩვენთვის ადრე ცნობილ დებულებებთან და ცნებებთან.

სინთეზური მეთოდით მსჯელობისას ერთი ეტაპიდან მეორე ეტაპზე გადასვლა სრულდება ბრმად, ამ გადასვლის აუცილებლობა ზოგჯერ ცხადი არ არის მოსწავლეებისათვის.

ანალიზი-ლოგიკური ხერხია, რომელიც გულისხმობს შესასწავლი ობიექტების დაყოფას შემადგენელ ელემენტებად, რომელთაგან თითოეული შეისწავლება ცალკე, როგორც მთელის შემადგენელი ნაწილი.

სინთეზი-ის ლოგიკური ხერხია, რომლის საშუალებითაც ცალკეული ელემენტები ერთიანდება ერთ მთელად.

მათემატიკაში ანალიზში იგულისხმება მსჯელობა უცნობიდან ცნობილისაკენ ე.წ. „უკუსვლითი“ მსჯელობა.

ამ გაგებით ანალიზი ამოხსნის, დამტკიცების გზის ძიების საშუალებაა, თუმცა თავად ამონახსნს არ წარმოადგენს.

სინთეზი, კი ეყრდნობა რა ანალიზის შედეგად მიღებულ მონაცემებს, იძლევა ამოცანის ამოხსნას ან თეორემის დამტკიცებას.

ანალიზი საფუძვლად უდევს ამოცანის ამოხსნის ზოგად მეთოდს რომელიც გულისხმობს ამოცანის დაყვანას ქვეამოცანებზე. დაყვანის პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ არ მიიღება ელემენტარული (მარტივი) ამოცანები.

ანალიზის მეთოდის ხანგრძლივად გამოყენებისას მოსწავლეებს უვითარდებათ ლოგიკური აზროვნების უნარი, რის შედეგადაც მათ შეუძლიათ დამოუკიდებლად ამოხსნან ამოცანები, დაამტკიცონ თეორემები.

საერთოდ, ანალიზი და სინთეზი ერთმანეთთან მჭიდრო კავშირშია. ისინი ერთმანეთს არ გამოირჩეხავენ. ანალიზის შემდეგ იწყება სინთეზი და ეს ორი პროცესი გვევლინება როგორც მთლიანი.

მაშასადამე, თეორემის დამტკიცება, ან რაიმე ჭეშმარიტების დადგენა მიმდინარეობს ორი გზით:

- გამოვდივართ მოცემულიდან და ვიყენებთ ცნობილ დებულებებს, ვიღებთ შედეგს, როგორც ლოგიკურად გამომდინარეს. ეს დამტკიცების სინთეზური გზაა.

- გამოვდივართ დასკვნიდან და ვეყრდნობით ცნობილ დებულებებს, ვაჩვენებთ, რომ დასკვნა წარმოადგენს პირობის ლოგიკურ შედეგს. ეს დამტკიცების ანალიზური გზაა.

განვიხილოთ სინთეზური დამტკიცების სქემა:

$S$ -ით აღვნიშნოთ ყველა წინადადების ერთობლიობა, რომლებიც უკვე დადგენილია მოცემულ სფეროში. მასში შედის აქსიომები, განსაზღვრებები, თეორემები და შედეგები.

საჭიროა დავადგინოთ, რომ  $A_n$  დებულება სამართლიანია. საჭიროა ლოგიკური „ხიდის“ გაბმა მათ შორის.

„ხიდის აგება“ უნდა დავიწყოთ  $S$ -დან და გამოვიყენოთ  $A_n$ -ის პირობები,  $A_n$ -დან გამოვიყენოთ შედეგების პირველი ჯგუფი და აღვნიშნოთ ის  $A_1$ -ით და ა.შ., სანამ არ მიიღება  $A_n$ , რომელსაც მივყავართ დასამტკიცებელ დასკვნამდე.

ევკლიდეს „საწყისები“ დალაგებულია სინთეზური მეთოდით. სინთეზურ მეთოდს დიდი მნიშვნელობა აქვს, როგორც ახლის, უცნობის აღმომჩენ მეთოდს. ლოგიკაში მას პროგრესულ მეთოდს უწოდებენ.

მათემატიკის სასკოლო კურსში გეომეტრიული მასალა სინთეზურად არის გადმოცემული. წმინდა სინ-

თეზური მეთოდის გამოყენება გაკვეთილზე მიგვიყვანს ლექციურ სისტემამდე. ამიტომ მიზანშეწონილია საჭიროების შემთხვევაში პერიოდულად გამოვიყენოთ ორივე მეთოდი.

განვიხილოთ ანალიზისა და სინთეზის გამოყენება კონკრეტულ მაგალითებზე.

**ამოცანა 1.** დაამტკიცეთ უტოლობა:

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}, \text{ სადაც } a \geq 0, b \geq 0.$$

ანალიზური მეთოდი

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$a-2\sqrt{ab}+b \geq 0$$

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$$

სინთეზური მეთოდი

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$$

$$a-2\sqrt{ab}+b \geq 0$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

ანალიზური მეთოდის უპირატესობა მისი უშუალოება და ბუნებრიობაა. ეს მეთოდი განსაკუთრებით სასარგებლოა კვლევისათვის. სინთეზური მეთოდი განსაკუთრებით დამტკიცებისთვისაა გამოსადეგი. ზემოთ განხილული სქემა შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ:

ანალიზი  $\rightarrow$

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow$$

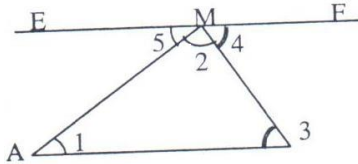
$$\Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$$

$\leftarrow$  სინთეზი

**ამოცანა 2.** დავამტკიცოთ, რომ სამკუთხედის შიგა კუთხეების ჯამი  $180^\circ$ -ის ტოლია.

**დამტკიცება.** ანალიზური მეთოდით:

ცნობილია, რომ გაშლილი კუთხე  $180^0$ -ის ტოლია. ვაჩვენოთ, რომ სამკუთხედის კუთხეების ჯამი გაშლილი კუთხეა.



ნახ. 3.

ამისათვის ასე მოვიქცეთ:

$M$  წვეროზე გავავლოთ  $EF$  წრფე  $AB$ -ს პარალელურად,  $EF \parallel AB$ ). (ნახ. 3).

$\angle 2$  უკვე შედის გაშლილ კუთხეში;

$\angle 5 = \angle 1$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $AM$ -მკვეთია;

$\angle 4 = \angle 3$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $BM$ -მკვეთია;

ამიტომ

$$\angle 5 + \angle 4 + \angle 2 = 180^0.$$

თუ ამ ტოლობაში შევცვლით ტოლ კუთხეებს, მივიღებთ:

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^0.$$

თეორემა დამტკიცებულია.

სინთეზური მეთოდი:

- გავატაროთ  $EF \parallel AB$ .
- $\angle 4 = \angle 3$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $BM$ -მკვეთია;
- $\angle 5 = \angle 1$ ,  $EF \parallel AB$ ,  $AM$ -მკვეთია;
- $\angle 5 + \angle 4 + \angle 2 = 180^0$ . როგორც გაშლილი კუთხე.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^0$$

თეორემა დამტკიცებულია.

პრაქტიკაში ხშირად გამოიყენება ე.წ. აღმავალი ანალიზის მეთოდი. განვიხილოთ ეს მეთოდი.

ვთქვათ,  $S$  არის იმ წინადადებათა ერთობლიობა, რომლებიც დადგენილია და საჭიროა დამტკიცდეს  $B_n$  წინადადება.

$B_n$  წინადადების დამტკიცებისათვის საჭიროა ვაჩვენოთ  $B_{n-1}$  წინადადების სამართლიანობა, რომლიდანაც გამომდინარე იქნება  $B_n$ . თუ  $B_{n-1}$  ეკუთვნის  $S$  წინადადებათა ერთობლიობას, მაშინ  $B_n$  წინადადება დამტკიცებულია. თუ ეს ასე არ არის, მაშინ უნდა ვეძებოთ  $B_{n-2}, \dots, B_{n-k}, \dots, B_2$  და ბოლოს მივიღებთ  $B_1$  დებულებას, რომელიც ეკუთვნის  $S$  ან უშუალოდ მისგან გამომდინარე შედეგია. თუ სინთეზის გზით  $S$  ერთობლიობიდან, როგორც წესი გამომდინარეობს  $B_n$ , მაშინ ანალიზის გზით  $B_n$  წინადადება ხდება  $S$  ერთობლიობის შედეგი. ლოგიკაში ამ მეთოდს რეგრესულს უწოდებენ.

ანალიზური მეთოდი მოკლედ შეიძლება ასე წარმოვადგინოთ: მოცემულია  $a$  სიდიდე და უნდა ვიპოვოთ  $x$ . ვიწყებთ საძიებელი სიდიდით. რა უნდა ვიცოდეთ, რომ ვიპოვოთ  $x$ . უნდა ვიცოდეთ  $b$ . რა არის საჭირო, რომ ვიპოვოთ  $b$ , საჭიროა ვიცოდეთ  $c$ , რა არის საჭირო, რომ ვიპოვოთ  $c$ , საჭიროა  $a$ -ს ცოდნა, რომელიც მოცემულია.

სქემა ასეთია:

$$x \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a.$$

სინთეზური მეთოდი მოკლედ შეიძლება ასე ჩავწეროთ: მოცემულია  $a$  სიდიდე და უნდა ვიპოვოთ  $x$ . ვმსჯელობთ ასე: ვიცით რა  $a$ , ვიპოვოთ  $c$ -ს. ვიცით რა  $c$ , ვიპოვოთ  $b$ -ს, ვიცით რა  $b$ , განვსაზღვრავთ  $x$  უცნობს. ე.ი.

$$a \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow x.$$

მსჯელობის სინთეზურ მეთოდს ახასიათებს უარ-ყოფითი მხარეებიც. კერძოდ:

- ცნობილი არ არის ამოსარჩევი გზის კრიტერიუმები;

- არ არის ცნობილი, როგორი გზით უნდა წავიდეთ, რომ მოცემული სიდიდე დავუახლოვოთ საძიებელს. შესაძლებელია ამ გზით ვერ მივაღწიოთ დასკვნას.

რთული ამოცანის ამოხსნის გეგმის შედგენისას საჭიროა მოცემული ამოცანის დაშლა მარტივ ამოცანებად. ამ სამუშაოს შესრულება შესაძლებელია ორი მეთოდით. სინთეზური და ანალიზური ხერხით.

**ამოცანა 3.** ფერმერმა ღვინის ქარხანაში დასაწურად ყუთებით 834 კგ ყურძენი მიიტანა. 24 ყუთიდან თითოეულში იყო 22 კგ, დანარჩენ ყუთებში კი თითოეულში 18 კგ. რამდენი ყუთი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა სულ ქარხანაში?

**სინთეზური მეთოდი.** მოცემული რიცხვებისგან შედგება სხვადასხვა წყვილები. შემდეგ დაისმის კითხვები:

- სულ რამდენი კილოგრამი ყურძენი ჩააწყო ფერმერმა 24 ყუთში, თუ თითოეულ ყუთში 22 კილოგრამი ყურძენია?

$$22 \text{ კგ} \times 24 = 528 \text{ კგ.}$$

- რამდენი კილოგრამი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა ღვინის ქარხანაში 18 კილოგრამიანი ყუთებით?

$$834 - 528 = 306 \text{ (კგ)}$$

- რამდენი 18 კგ-იანი ყუთით მიიტანეს ყურძენი?

$$306 : 18 = 17 \text{ (ყუთი)}$$

• სულ რამდენი ყუთი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა ქარხანაში?

$$24 + 17 = 41 \text{ (ყუთი).}$$

**ანალიზური მეთოდი.** ეს მეთოდი მდგომარეობს შემდეგში: ამოცანას დავშლით მარტივ ამოცანებად. ვიწყებთ ბოლოდან, მთავარი კითხვიდან. ამოცანაში გვეკითხებიან-რამდენი ყუთი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა სულ ღვინის ქარხანაში? ამ კითხვას რომ ვუპასუხოთ ერთი მოქმედებით, უნდა ვიცოდეთ რამდენი 22 კგ-იანი ყუთი და რამდენი 18 კგ-იანი ყუთი მიიტანა ფერმერმა ღვინის ქარხანაში. ერთი ვიცით, მეორე არა. ამოცანის ამოსახსნელად საჭიროა როგორმე ვიპოვოთ დამხმარე უცნობი. ახლა საქმე გვაქვს ასეთ კითხვასთან: რა რიცხვები უნდა ვიცოდეთ, რომ ერთი მოქმედებით გავიგოთ რამდენი 22 კგ-იანი ყუთი მიიტანა ფერმერმა ღვინის ქარხანაში? უნდა ვიცოდეთ ორი რიცხვი. რამდენი კილოგრამი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა ღვინის ქარხანაში ასეთი ყუთებით და რამდენ კილოგრამი ყურძენი იყო თითოეულ ყუთში-ეს ვიცით, მეორე არა. ვიცით რამდენი კილოგრამი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა სულ ღვინის ქარხანაში და რამდენ კილოგრამი იყო თითოეულ ყუთში.

ვსვამთ კითხვას: რამდენი კილოგრამი ყურძენი ქონდა ფერმერს 24 ყუთში? გვექნება:

$$22 \text{ კგ} \times 24 = 528 \text{ კგ.}$$

შემდეგ გავიგებთ რამდენი კილოგრამი ყურძენი ქონდა ფერმერს 18 კილოგრამიან ყუთებში:

$$834 - 528 = 306 \text{ (კგ)}$$

სულ რამდენი 18 კილოგრამიანი ყუთი მიიტანა ფერმერმა ღვინის ქარხანაში?

$$306 : 18 = 17 \text{ (ყუთი)}$$

ბოლო კითხვა იქნება: სულ რამდენი ყუთი ყურძენი მიიტანა ფერმერმა ღვინის ქარხანაში?

$$24 + 17 = 41 \text{ (ყუთი).}$$

სინთეზისას მოცემული რიცხვების წყვილისათვის გვიხდება კითხვების შერჩევა, ანალიზის დროს კი პირიქით, კითხვაა დასმული და მას უნდა შევუჩიოთ სათანადო რიცხვები.

ანალიზურ-სინთეზური მეთოდის გამოყენებით ტექსტური ამოცანების ამოხსნა. განვიხილოთ ტექსტური ამოცანა მოძრაობაზე.

**ამოცანა 4.** ტურისტი აპირებს გორიდან სათაფლიას პარკში ჩასვლას. მანძილი გორიდან სათაფლიამდე 134,7 კმ-ია. ტურისტი გორიდან სათაფლიას პარკში მიკროავტობუსით წამოვიდა და 2,4 საათი იმგზავრა. მიკროავტობუსის სიჩქარეა 55 კმ/სთ. დანარჩენი გზა ტურისტმა ფეხით გაიარა. რამდენი საათი მიდიოდა ტურისტი ფეხით?

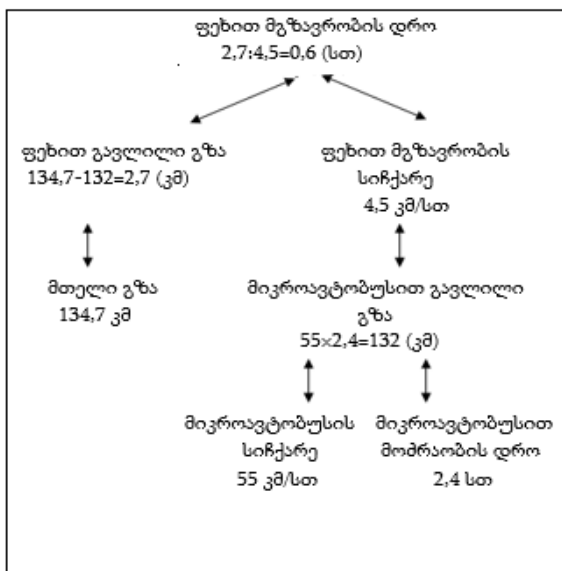
**ანალიზი:**

|   | რომ გავიგოთ                | საკმარისია ვიცოდეთ                      | რომელი მოქმედებით        |
|---|----------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|
| 1 | რა დრო იარა ტურისტმა ფეხით | გავლილი მანძილი და მოძრაობის სიჩქარე    | $2,7:4,5=0,6$ (სთ)       |
| 2 | ფეხით გავლილი მანძილი      | მთელი გზა და მიკროავტობუსით გავლილი გზა | $134,7-132=2,7$ (კმ)     |
| 3 | მიკროავტობუსით გავლილი გზა | მიკროავტობუსის სიჩქარე და მოძრაობის დრო | $55 \times 2,4=132$ (კმ) |

## სინთეზი:

|   | ვიცით                                      | შეიძლება გავიგოთ           | რომელი მოქმედებით?                |
|---|--------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| 1 | მიკროავტობუსის სიჩქარე და და მოძრაობის დრო | მიკროავტობუსით გავლილი გზა | $55 \times 2,4 = 132 (\text{კმ})$ |
| 2 | მთელი გზა და მიკროავტობუსით გავლილი გზა    | ფეხით გავლილი გზა          | $134,7 - 132 = 2,7 (\text{კმ})$   |
| 3 | ფეხით გავლილი მანძილი და მოძრაობის სიჩქარე | ფეხით გავლილი გზა          | $2,7 : 4,5 = 0,6 (\text{სთ})$     |

## ანალიზურ-სინთეზური მეთოდი:



ანალიზურ-სინთეზური მეთოდის გამოყენებით შე-  
საძლებელია დავალებად მივცეთ ანალოგიური

**ამოცანა 5.** მოტოციკლისტი მოძრაობდა 54 კმ/სთ სი-  
ჩქარით და ქუთაისსა და ბათუმს შორის მანძილი 3  
სთ-ში გაიარა. მოტოციკლისტი ბათუმიდან ქუთაის-

ში ჩოხატაურის გავლით დაბრუნდა, რომელიც ქუთაისამდე 22 კმ-ით გრძელია. უკან დაბრუნებისას მოტოციკლისტი სიჩქარე 8 კმ/სთ-ით შეამცირა. რადრო დაჭირდება მოტოციკლისტს ბათუმიდან ქუთაისში ჩამოსასვლელად ჩოხატაურის გავლით?

ეს ამოცანა ამოიხსნება წინა ამოცანის მსგავსად.

საკითხის მთავარი არსი მდგომარეობს იმაში, რომ მოსწავლეებმა კარგად და საფუძვლიანად აითვისონ ანალიზი ლოგიკური მეთოდი, რომლის საშუალებით ხდება შესასწავლი ობიექტის დაყოფა ნაწილებად, რომელთაგან თითოეულს განიხილავენ ცალკე. საჭიროების შემთხვევაში შესაძლებელია დაყოფილი ნაწილები კვლავ დაიყოს სხვა ნაწილებად და ა.შ. შესაბამისად, მთელის ნაწილებად დაყოფა შესაძლებელია მანამ, სანამ არ მივაღწიოთ ობიექტის ელემენტარულ თვისებამდე ან უკვე ცნობილ ფაქტამდე.

პრაქტიკაში იყენებენ ანალიზის საპირისპირო გონებრივ ოპერაციას, რომელიც ანალიზის დროს დანაწევრებულ ცალკეულ ნაწილებს ან ელემენტებს აერთიანებს. ახალი ცოდნით გამდიდრებული ცალკეული ელემენტების ან ნაწილების მთლიანობაში გაერთიანების ლოგიკურ მეთოდს სინთეზი ეწოდება.

ადამიანის გონებრივ საქმიანობაში ანალიზი და სინთეზი, განიხილება როგორც საპირისპირო ლოგიკური ოპერაციები, რომლებიც კი არ ეწინააღმდეგებიან, არამედ ავსებენ ერთმანეთს. თუ ანალიზით განისაზღვრა როგორ უნდა გადაიჭრას დასმული საკითხი ან ამოიხსნას ამოცანა, სინთეზით ხდება საკითხის გადაწყვეტა ან ამოცანის ამოხსნა

## §2.8. ანალოგია და მისი გამოყენება

ანალოგია ბერძნული სიტყვაა და ქართულად შესატყვისობას ნიშნავს. ის გამოსახავს საგნებს, მოვლენებსა და ცნებებს შორის მსგავსებას. ანალოგიის გამოვლენა მოსწავლეებს ეხმარება საგნებსა და მოვლენებს შორის არსებული კავშირების, მიმართებების წვდომასა და მსგავს მიმართებათა გამოვლენის უნარების ჩამოყალიბებასა და განმტკიცებაში.

ანალოგია, შეიძლება ამომხსნელმა გამოიყენოს მათემატიკური და არა მართო მათემატიკური ამოცანების ამოსახსნელად (გადასაწყვეტად). მართლაც, ანალოგიის მეთოდის გამოყენების იდეა საკმაოდ მარტივია-ჩვენთვის ცნობილი სხვა მსგავსი ამოცანის ამოხსნის მსგავსად ამოვხსნათ ჩვენს წინაშე დასმული ამოცანა (ან სხვა რომელიმე ცხოვრებისეული პრობლემა).

ზოგადად, ანალოგია არის თვისებების გადატანა ერთი ობიექტიდან მეორე ობიექტზე, ორივე ობიექტების შემადგენელი ელემენტების რაიმე მსგავსების საფუძველზე. მსგავსება განისაზღვრება ორივე ობიექტის საერთო ნიშან-თვისებებით, მათი რაოდენობით, რამდენად არსებითია ეს ნიშან-თვისებები და სხვ.

ანალოგიის გამოყენებისას მსჯელობენ ასე:

- თუ  $A$  ობიექტს აქვს  $a, b, c, d$  თვისებები და  $B$  ობიექტს აქვს  $a, b, c$  თვისებები, მაშინ შესაძლოა  $B$  ობიექტს ქონდეს  $d$  თვისებაც

- თუ  $A$  ობიექტი  $C$  ობიექტის მსგავსია,  $B$  ობიექტი  $D$  ობიექტის მსგავსია და არსებობს  $T$  სახის კავშირი  $A$  და  $B$  ობიექტებს შორის, მაშინ შესაძლოა  $C$  და  $D$  ობიექტებს შორისაც არსებობდეს ასევე  $T$  კავშირი.

ანალოგიით მიღებული დასკვნები შეიძლება იყოს ჭეშმარიტიც და მცდარიც, მიუხედავად იმისა, როცა მსგავსებით გადატანილი დებულებები ჭეშმარიტია. შეცდომები შეიძლება გამოწვეული იყოს იმით, რომ:

- ობიექტის ის თვისებები, რომელსაც ანალოგიის დროს დავეყრდენით ძირითადი არ არის;
- ერთი ობიექტიდან მეორე ობიექტზე ანალოგიით გადატანილი თვისება/ნიშანი არ არის ანალოგიით გადასატანი თვისება/ნიშანი.

შესაძლებელია ანალოგიით მიღებული დასკვნების ჭეშმარიტობის ხარისხი გაიზარდოს, თუ:

- მოვძებნით და გავზრდით ორივე ობიექტების საერთო ნიშნების/თვისებების რაოდენობას;
- ანალოგიისათვის ავარჩევთ ორივე ობიექტის ისეთ ნიშნებს/თვისებებს ან/და მახასიათებლებს, რომლებიც ძირითადია ამ ობიექტებს შორის ანალოგიის დასამყარებლად;
- თუ ანალოგიის დასამყარებლად ორივე ობიექტიდან გამოყოფილი ზოგადი ნიშნები სრულყოფილად ახასიათებს ორივე ობიექტს;
- თუ ერთი ობიექტიდან მეორე ობიექტზე ანალოგიით გადასაცემი თვისება მიეკუთვნება თვისებათა იმავე ჯგუფს, რომლებიც აღებულია ანალოგიის საფუძვლად;

- ანალოგიის დასამყარებელი ობიექტებისათვის გათვალისწინებულია როგორც ამ ობიექტების მსგავსება, ასევე განსხვავებაც.

თუმცა, პრაქტიკულად ანალოგიის გამოყენება საკმაოდ რთული და პრობლემურია, რაც უკავშირდება ანალოგიის საფუძვლის არჩევას, ამოცანის ამოხსნისას ინდივიდივუალურად შეირჩევა მისი ანალოგიური ამოცანა, ხდება ე.წ. გარე ანალოგიის გამოიყენება, რომლებიც უკავშირდება მსგავს ფუნქციებს, მაგალითად, ანალოგია შეიძლება დამყარდეს გაზონის ბალახის სათიბსა და მამაკაცის ელექტრო წვერის საპარსს შორის, რისთვისაც გამოყენებული იქნეს საერთო მახასიათებელი, რაც აქვს ბალახს და მამაკაცის წვერს-ორივე უნდა შეიკრიჭოს. გარდა ამისა, ანალოგია სუბიექტურიცაა, რადგან თითოეული ამომხსნელი საკუთარ ანალოგიებს იყენებს და სხვ.

სპეციალურ მეთოდურ ლიტერატურაში ხშირად საუბრობენ სხვადასხვა სახის ამოცანების ამოხსნისას ანალოგიის მიზანმიმართულ გამოყენებაზე.

ტრადიციულად, მოცემული ამოცანის ანალოგიურ ამოცანად თვლიან ისეთ ამოცანას, რომ შესაბამისად ამ ამოცანის და მოცემული ამოცანის პირობებიც და დასკვნებიც ერთმანეთის მსგავსია.

მოსწავლეები ანალოგიას იყენებენ როცა მათ შეუძლიათ მოძებნონ ამოსახსნელი ამოცანის მსგავსი ამოცანა, ან ამოხსნან ამოსახსნელი ამოცანის მსგავსი დამხმარე ამოცანა და შემდეგ დამხმარე ამოცანის ამოხსნის მსგავსად ამოხსნან ამოსახსნელი ამოცანა. ანალოგიური ამოცანების პირობებით და დასკვნებით

მსგავსება ბუნდოვანია, რადგან ხშირად მასწავლებლები და მოსწავლეებიც ვერ არკვევენ რისი მსგავსებაა რა შემთხვევებში უნდა გაითვალისწინონ.

ჩვენ ვთვლით, რომ თუ  $A$  ამოცანა  $a_1, a_2, \dots, a_n$  პირობებს შეიცავს და მისი ამოხსნის გზა ჩვენთვის ცნობილია, ხოლო  $B$  ამოცანა შეიცავს მსგავს  $a_1, a_2, \dots, a_m$  პირობებს, მაშინ შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ  $B$  ამოცანა ამოიხსნება  $A$  ამოცანის მსგავსად.

დ. პოია წერს, რომ ანალოგია არის ახალი ფაქტების უწყვეტი წყარო [31]. დაწყებით კლასებში მარტივი ამოცანების ამოხსნისას, თითქმის იდენტურად ამოიხსნება მისი მსგავსი ამოცანა. ანალოგია გვიჩვენებს იმ მიმართულებას, რომლითაც უნდა გაგრძელდეს მუშაობა ამოცანის ამოხსნაზე.

ანალოგიის გამოყენება მიზანშეწონილია მასწავლებელმა დაიწყოს მარტივი ამოცანების ამოხსნის დაწყებისთანავე, რაც უზრუნველყოფს მოსწავლეებში გარკვეული ჩვევების და უნარების გამომუშავებას, რაც შემდგომში ანალოგიის გამოყენებისას მოსწავლეების უმრავლესობა ინტუიციურად ხვდება როგორ შეარჩიონ და როგორ გამოიყენონ ამოსახსნელი ამოცანის ანალოგიური ამოცანა.

დ. პოია ანალოგიას განიხილავს როგორც ერთგვარ მსგავსებას. [32]. რთული ამოცანების ამოხსნისას ზოგჯერ ასეთ მსგავსებას შეცდომაში შეყავს დაწყებითი კლასების მოსწავლეები. შევთანხმდეთ, და შეცდომაში შემყვან მსგავსებებს ცრუ მსგავსებები დავარქვათ. სწორედ ასეთი ცრუ მსგავსებები წარმოშობს ხშირად გარკვეულ სირთულეებს, რომლებიც პროცე-

ნტის სწავლა/სწავლების თანმდევი დაწყებით კლასებში. თუ დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს დავუსვამთ კითხვას: პროდუქციის ფასის 200%-ით გაზრდისას, რამდენჯერ გაიზრდება პროდუქციის ფასი? მოსწავლეები ფიქრობენ, რომ თუ 100% გამოსახავს მთლიან ფასს, მაშინ 200% მასზე 2-ჯერ მეტი იქნება და უმრავლეს შემთხვევაში პასუხია: „2-ჯერ“! ანალოგიურ, ცრუ მსგავსებასთან გვაქვს საქმე, როცა ჯერ ფასი იზრდება, შემდეგ იმავე პროცენტით მცირდება, ან პირიქით, ჯერ ფასი მცირდება, შემდეგ იმავე პროცენტით იზრდება. მოსწავლეები ფიქრობენ, რომ ერთი და იმავე პროცენტით ჯერ გაძვირება, შემდეგ გაიაფება ან ჯერ გაიაფება და შემდეგ გაძვირება პირვანდელი ფასის ცვლილებას არ იწვევს. დაწყებითი კლასის მოსწავლეები ხალისით ეცნობიან ამოცანებს ხილის, სოკოს, კენკრის და სხვ. გაშრობაზე. მაგალითად, როცა მათთან მასწავლებელმა ამოხსნა ასეთი ამოცანა: 22 კგ ახალი სოკოსაგან მიიღება 2,5 კგ გამშრალი სოკო, რომელიც 12% წყალს შეიცავს. რამდენ პროცენტ წყალს შეიცავდა ახალი სოკო?

ამოცანის ამოხსნელად მსჯელობა წარიმართა ასე: რადგან 2,5 კგ სოკო 12% წყალს შეიცავს, ეს ნიშნავს, რომ სოკოს წონა წყლის გარეშე 2,2 კგ-ია, რომელიც არ შეცვლილა და იგივე იყო 22 კგ ახალ სოკოშიც, დანარჩენი 22 კგ-ში წყალია. ე.ი. 22 კგ-ში 19,8 კგ წყლია, რომელიც 22 კგ-ის 90%-ია. ე.ი. ახალი სოკო შეიცავს 90% წყალს. მოსწავლეების ყურადღლებას იპყრობს ის, რომ გამომშრალ სოკოში წყლის შემცველო-

ბა შემცირდა 78%-ით, ხოლო სოკოს წონა შემცირდა 19,8 კგ-ით, თითქმის 10-ჯერ.

მოსწავლეების გაკვირვებას იწვევს, როცა ამოხსნი-  
ან ასეთ ამოცანას: საშრობში 100 კგ 99% წყლის შემც-  
ველობის კენკრას გაშრობის შემდეგ მასში წყლის შემ-  
ცველობა 98% გახდა. რამდენი კგ-ით შემცირდა კენკ-  
რის თავდაპირველი წონა? წყლის შემცველობა კენკ-  
რაში შემცირდა 1%-ით, ხოლო წონა 2-ჯერ!

დაწყებით კლასებში ანალოგიის მეთოდის გამოყე-  
ნებისას მოსწავლეებს ნათლად უნდა განუმარტოს მა-  
სწავლებელმა ანალოგიის არსი, რათა მოსწავლეებმა  
დაინახონ ანალოგიის გამოყენების საჭიროება. ამისა-  
თვის მასწავლებელმა უნდა ჩაატაროს გარკვეული  
შესამზადებელი სამუშაო. მასწავლებელმა მოსწავლე-  
ებს უნდა აუხსნას, რომელი სახის ამოცანების ამოხ-  
სნა არის მიხზანშეწონილი ანალოგიის გამოყენებით.  
ამის შემდეგ მოსწავლეებს მასწავლებელმა უნდა აუხ-  
სნას, რომ ანალოგიის გამოყენებისას შესაძლებელია  
დადგინდეს ბევრი მსგავსი თვისება, რაც აქვს იმ ფი-  
გურას/საგანს, რომლის თვისებებიც გადაგვაქვს ამ  
ფიგურაზე/საგანზე, მაგრამ ამავე დროს შეიძლება  
ანალოგიის გამოყენებით მივიღოთ მცდარი დასკვ-  
ნებიც. უმცროსკლასელები ვერ აღიქვამენ, მაგრამ  
დაწყებითი სკოლის მაღალ კლასებში შესაძლებელია  
მასწავლებელი მოსწავლეებს ესაუბროს ანალოგიაზე,  
როგორც კვლევის მეთოდზე და მოსწავლეებს უთხ-  
რას, რომ მონათესავე მეცნიერებებში მრავალი მეცნი-  
ერული შედეგი ანალოგიის გამოყენებით არის მიღე-  
ბული. ეს განსაკუთრებით ეხება მათემატიკურ დარ-

გებს. მიზანშეწონილია, თუ მასწავლებელი ანალოგი-  
აზე საუბრისას ყურადღებას გაამახვილებს, რომ ანა-  
ლოგია არის მოსწავლეთა ცოდნის სისტემატიზაციის  
ერთ-ერთი მძლავრი საშუალება, რადგან მოსწავლე-  
ები ადვილად ამყარებენ კავშირებს სხვადასხვა სას-  
წავლო საგანებში მიღებულ ცოდნას შორის და ადვი-  
ლად პოულობენ ანალოგიის მაგალითებს. ანალოგიის  
გამოყენების სფეროზე მასწავლებელს საუბრისას არ  
უნდა გამორჩეს, რომ ანალოგიის არსის ცოდნა სასარ-  
გებლოა არა მარტო მათემატიკის შესწავლისათვის,  
არამედ ის ეხმარება ნებისმიერი სპეციალობის ადა-  
მიანს, რასაც არ უნდა აკეთებდეს და რა სფეროშიც არ  
უნდა მოღვაწეობდეს ის. ამიტომ, მასწავლებელმა მო-  
სწავლეებს უნდა ასწავლოს არა მარტო მათემატიკის  
გაკვეთილებზე ეძებონ საგნებსა და მოვლენებს შო-  
რის მსგავსი და განმასხვავებელი ნიშნები, არამედ  
რეალურ ცხოვრებაშიც შეძლონ ამის გაკეთება და ქო-  
ნდეთ ფაქტების და მოვლენების შესახებ საკუთარი  
აზრი, გამოთვან და დაიცვან ის.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო პრო-  
ცესში ანალოგიის გამოყენება მაშინ არის ეფექტური,  
თუ დასმული ამოცანის ამოხსნისას მოსწავლეებს შე-  
უძლიათ არა მარტო გაიხსენონ ამოსახსნელი ამოცა-  
ნის ანალოგიური ამოცანა, არამედ გამოყონ მოცემუ-  
ლი ამოცანის და მისი ანალოგიური ამოცანის პირო-  
ბებიდან გამოყოს არა მარტო ანალოგიური მონაცემე-  
ბი, არამედ აღმოაჩინონ განსხვავებებიც მათ შორის.  
არსებულ ანალოგიებზე დაყრდნობით ეცადონ დამო-  
უკიდებლად მიიღონ ახალი ცოდნა, რისთვისაც გააა-

ნალიზონ ანალოგიური დებულებები და ეცადონ დამტკიცონ. თუ დებულება ჭეშმარიტია, მაშინ ეს მეტყველებს, რომ ანალოგიის ძირითადი ელემენტები მოსწავლემ სწორად შეარჩია და ის კარგად ერკვევა ანალოგიის არსში, თუ დებულება მცდარია, მაშინ გააფართოონ მსგავსების არეალი, რის საფუძველზეც ხელახლა ეცადონ ახალი დებულებების ჩამოყალიბებას და დამტკიცებას, მოახდინონ, თუ ეს შესაძლებელია მიღებული ახალი ცოდნის ანალოგიის გამოყენებით კვლავ განზოგადება, ერთი სასწავლო საგნიდან მიღებული ცოდნის ტრანსფერი სხვა სასწავლო საგანში/საგნებში ან/და ანალოგიის გამოყენებით მოახდინონ ტრანსფერი ცოდნის ერთი სისტემიდან მეორე სისტემაში, თეორიული ცოდნა გამოიყენოს პრაქტიკაში, მიიღოს გამოცდილება, რასაც შემდგომში გამოიყენებს რეალურ ცხოვრებაში.

მასწავლებელმა მოსწავლეებს კონკრეტული მაგალითები უნდა აჩვენოს, რითაც დაუსაბუთებს, რომ ანალოგიის გამოყენებით შეიძლება მივიღოთ როგორც ჭეშმარიტი, ისე მცდარი დასკვნები, როცა ვახდენთ ჭეშმარიტი დებულების ანალოგიური დებულების განხილვას. მაგალითად, როცა ვიხილავთ ჭეშმარიტი დებულების: „თუ რიცხვი იყოფა 3-ზე, მაშინ ამ რიცხვის ციფრთა ჯამიც იყოფა 3-ზე“, ანალოგიურ დებულებას: „თუ რიცხვი იყოფა 9-ზე, მაშინ ამ რიცხვის ციფრთა ჯამი იყოფა 9-ზე“, ის ჭეშმარიტია, ხოლო, თუ განვიხილავთ ანალოგიურ დებულებას:

„თუ რიცხვი იყოფა 7-ზე, მაშინ მისი ციფრთა ჯამიც იყოფა 7-ზე“, მცდარია.

ხანდახან მასწავლებელმა გახალისების მიზნით მოსწავლეებს შეიძლება მოუყვანოს ისეთი მაგალითები, რომლებიც მოსწავლეებს პარადოქსულად მოეჩვენოთ, მაგრამ მათში ჭეშმარიტება იყოს დამალული და ნათლად ჩანდეს, რომ მათი ანალოგიებად გამოყენება შეუძლებელია:

1.  $2^4 = 4^2$ . აშკარად ჩანს, რომ ეს მართლაც ასეა. მაგრამ, ეს ტოლობა არ შეიძლება გახდეს იმის საფუძველი, რომ, თუ ყოველთვის შევუცვლით ადგილებს ფუძეს და ხარისხის მაჩვენებელს, მივიღებთ ჭეშმარიტ ტოლობას. მართლაც, მოსწავლეებს შეუძლიათ მოიყვანონ კონტრმაგალითი, რომ ზოგადად  $m^n = n^m$  ტოლობა სამართლიანი არ არის.

$$2. \frac{19}{95} = \frac{1}{5}, \quad \frac{16}{64} = \frac{1}{4}, \quad \frac{26}{65} = \frac{2}{5}.$$

საინტერესო მაგალითებია თავისი ფორმით, რადგან გამოხატავს ჭეშმარიტ შინაარსს. პირველ ტოლობაში თუ მოვახდენთ შეკვეცას რიცხვ 9-ზე, ხოლო მეორე და მესამე ტოლობებში შევკვეცავთ წილადებს რიცხვ 6-ზე, მაშინ მივიღებთ ჭეშმარიტ ტოლობებს. მოსწავლეები ხვდებიან, რომ ეს კერძო შემთხვევებია და ზოგადად, წილადის შეკვეცისას მნიშვნელი და მრიცხველი არ უნდა შევკვეცოთ მრიცხველის რიცხვის ჩანაწერში და მნიშვნელის რიცხვით ჩანაწერში ერთსა და იმავე ციფრზე, რადგან ასეთი შეკვეცა სხვა შემთხვევებში მცდარ დასკვნამდე მიგვიყვანს. მაგალითად,

$$\frac{47}{79} \neq \frac{4}{9}.$$

3. მივიღოთ რამდენიმე „უცნაური“ რიცხვითი ტოლობები. დავწეროთ სწორი რიცხვითი ტოლობა:

$$\frac{17^2}{16} = \frac{289}{16} = 17 \cdot \frac{17}{16} = 17 + \frac{17}{16}.$$

საიდანაც შეგვიძლია მივიღოთ საკმაოდ „უცნაური“ ტოლობა. მართლაც:

$$\lg \frac{289}{16} = \lg \left( 17 \cdot \frac{17}{16} \right) = \lg \left( 17 + \frac{17}{16} \right) = \lg 17 + \lg \frac{17}{16}.$$

საიდანაც შეგვიძლია დავწეროთ, რომ:

$$\lg \left( 17 + \frac{17}{16} \right) = \lg 17 + \lg \frac{17}{16}.$$

ანალოგიურად, სწორი რიცხვითი ტოლობიდან:

$$\frac{9}{8} = \frac{9^2}{8} - 9 = \frac{81}{8} - 9 = \frac{81}{8} : 9.$$

გვაქვს,

$$\lg \frac{9}{8} = \lg \left( \frac{9^2}{8} - 9 \right) = \lg \left( \frac{81}{8} - 9 \right) = \lg \left( \frac{81}{8} : 9 \right) = \lg \frac{81}{8} - \lg 9.$$

საიდანაც შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\lg \left( \frac{81}{8} - 9 \right) = \lg \frac{81}{8} - \lg 9.$$

ანალოგიურად შეიძლება მივიღოთ სხვა მსგავსი „უცნაური“ ტოლობებიც. მოვიყვანოთ კიდევ ერთი ასეთი ტოლობა:

$$\lg \left( \frac{25}{4} - 5 \right) = \lg \frac{25}{4} - \lg 5.$$

შესაძლებელია მსგავსი სხვა ტოლობების მიღებაც, რომელიც ჩვენი ძვირფასი მკითხველისთვის მიგვინდვია.

ასეთი მაგალითების განხილვის შემდეგ მოსწავლეები სიფრთხილით ეკიდებიან ანალოგიის გამოყენებას.

როგორც აღვნიშნეთ, ანალოგიის შედეგად მიღებული დასკვნები ალბათურია, ზოგიერთი მცდარია და დამატებით გამოკვლევების ჩატარებას საჭიროებს, ადგილი აქვს საპირისპირო შედეგსაც-ხშირია შემთხვევები, როცა ანალოგიით მიღებული დასკვნები ჭეშმარიტია. ნაწილობრივ ამითაც არის გაამართლებული ესოდენ დიდი ინტერესი ანალოგიის მიმართ.

ანალოგიის გამოყენებით განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანის ამოხსნა. თავიდან განვიხილოთ პლანიმეტრიული ამოცანა.

**ამოცანა 1.** მოცემულია ტოლი ფუძეების მქონე ორი სამკუთხედი. ააგეთ მოცემული სამკუთხედების გაერთიანებით მიღებული სამკუთხედის ტოლდიდი სამკუთხედი.

**ამოხსნა.** ვთქვათ, მოცემული ტოლი ფუძეების მქონე სამკუთხედების გაერთიანების შედეგად მიღებული სამკუთხედის ფართობია  $S$ , მაშინ,

$$S = \frac{1}{2}ah_1 + \frac{1}{2}ah_2 = \frac{1}{2}a(h_1 + h_2).$$

ე.ი. საძიებელ სამკუთხედს უნდა ქონდეს ისეთივე ფუძე, როგორც მოცემულ სამკუთხედებს, ხოლო მისი სიმაღლე ტოლი უნდა იყოს მოცემული სამკუთხედების სიმაღლეთა ჯამისა.

ამ ამოცანის სტერეომეტრიული ანალოგია:

**ამოცანა 2.** ორი ტოლი ფუძის ფართობის მქონე პირამიდა (კონუსი) შეცვალებთ მოცემული პირამიდების (კონუსების) გაერთიანების შედეგად მიღებული ერთი პირამიდით (კონუსით), რომელიც მოცემული პირამიდების (კონუსების) ტოლდიდია.

**ამოხსნა.** ვთქვათ, მოცემული ტოლი ფუძის ფართობების მქონე პირამიდების (კონუსების) გაერთიანებით მიღებული პირამიდის მოცულობაა  $V$ , მაშინ,

$$V = \frac{1}{3}Sh_1 + \frac{1}{3}Sh_2 = \frac{1}{3}S(h_1 + h_2).$$

ე.ი. სამიეხელ პირამიდას (კონუსს) უნდა ქონდეს ისეთივე ფუძის ფართობი, როგორც მოცემულ პირამიდებს (კონუსებს), ხოლო მისი სიმაღლე ტოლი უნდა იყოს მოცემული პირამიდების (კონუსების) სიმაღლეთა ჯამისა.

**ამოცანა 3.** სასწორზე გადაიწია ისარმა. როცა სასწორზე დადეს ერთი შეკვრა ბანანი, სასწორმა აჩვენა 1,5 კგ. როცა სასწორზე დადეს უფრო დიდი ბანანების შეკვრა, სასწორმა აჩვენა 2,5 კგ. როცა აწონეს ბანანების ორივე შეკვრა, სასწორმა აჩვენა 3,5 კგ. რამდენს აჩვენებს სასწორი, თუ მასზე დავდებთ ორ დიდ შეკვრა ბანანს?

**ამოხსნა.** ამ ამოცანაში სასწორის ისარი ერთნაირად არის გადაწეული სამივე აწონის დროს და ისევე დარჩება გადაწეული, როცა ასაწონი იქნება ორი დიდი შეკვრა ბანანი. ამიტომ ამოცანის ამოხსნა მიზანშეწონილია მოვახდინოთ ანალოგიის გამოყენებით. მაგრამ როგორ? ადვილი შესამჩნევია, რომ პირველი აწონისას სასწორმა აჩვენა 1,5კგ, მეორედ დიდი შეკვრა ბანანისთვის 2,5 კგ, ხოლო ორივე შეკვრის აწონისას აჩვენა არა  $1,5 + 2,5 = 4$  კგ, არამედ 3,5 კგ. 4 კგ ჩვენებას სასწორი მოახდენდა მაშინ, თუ მოვახდენდით სასწორზე ორჯერ აწონას. ეს ნიშნავს, რომ სასწორის ისარი გადაწეულია 0,5 კგ-ით. სინამდვილეში ბანანების პა-

ტარა შეკვრის წონაა 1 კგ. ბანანების დიდი შეკვრის წონა კი-2 კგ. რაც შეეხება ორი დიდი შეკვრა ბანანების წონას, ის რეალურად 4 კგ-ია, მაგრამ რადგან სასწორის ისარი გადაწეულია 0,5 კგ-ით, მათი აწონისას სასწორი აჩვენებს 4,5 კგ-ს.

**ამოცანა 4.** რძიანი ჭიქიდან სამ სუფრის კოვზს ასხამენ ჩაიან ჭიქაში და კარგად ურევენ. შემდეგ სამი სუფრის კოვზ მიღებულ ნარევს გადაასხამენ ისევ რძიან ჭიქაში. რომელია მეტი: ჩაი რძიან ჭიქაში, თუ რძე ჩაიან ჭიქაში?

**ამოხსნა.** საბოლოოდ თითოეულ ჭიქაში სითხის თავდაპირველი მოცულობები არ შეცვლილა. მეორე გადასხმის შემდეგ რძიან ჭიქაში ზუსტად იმდენი ჩაია, რამდენიც რძე ჩაიან ჭიქაში. ასე რომ, რძიან ჭიქაში იმდენი ჩაია, რამდენიც ჩაიან ჭიქაში რძე.

**ამოცანა 5.** ერთხელ მეთევზემ ტბაში ბადე ისროლა და 60 თევზი დაიჭირა. ყველა დაჭერილი თევზი დარგოლა და უკან, ტბაში დააბრუნა. მეორე დღეს მეთევზემ ისევ ისროლა ბადე ტბაში და 80 თევზი დაიჭირა, რომელთა შორის ორი თევზი დარგოლილი იყო. როგორ დავადგინოთ ამ მონაცემებით, დაახლოებით რამდენი თევზია ტბაში?

**ამოხსნა.** ამოცანის პირობაში უნდა ჩავთვალოთ, რომ მეორე დღეს მეთევზის მიერ დაჭერილი დარგოლილი და დაურგოლავი თევზები ტბაში თანაბრად იყო განაწილებული. მაშინ დარგოლილი თევზების რაოდენობა ტბაში შეადგენს ყველა თევზების  $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$  ნაწილს. სულ ტბაში 60 დარგოლილი თევზია, რაც

ნიშნავს, რომ სულ ტბაში ყველა თევზი 40-ჯერ მეტია, ანუ ტბაში სულ  $30 \cdot 40 = 1200$  თევზია.

**ამოცანა 6.** ორმა ვაჭარმა ლილოს საბითუმო ბაზრობაზე იყიდა ერთნაირი რაოდენობის საქონელი ერთსა და იმავე ფასად. პირველი ვაჭარი საქონელს ყიდის ნაყიდ ფასზე 2-ჯერ უფრო ძვირად. მეორე ვაჭარმა თავიდან გასაყიდ საქონელს 60% მოუმატა და გასაყიდი საქონლის მეოთხედი გაყიდა. შემდეგ დარჩენილი საქონელს ფასი კიდევ 40%-ით მოუმატა და ისე გაყიდა. რომელმა ვაჭარმა მოიგო უფრო მეტი ფული?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, თითოეულმა ვაჭარმა ლილოს საბითუმო ბაზრობაზე იყიდა  $x$  ლარის საქონელი. მაშინ პირველი ვაჭრის მოგება შეადგენს  $x$  ლარს.

მეორე ვაჭარმა თავიდან გასაყიდ საქონელზე ფასი გაზარდა 60%-ით და ამ ფასში გაყიდა საქონლის მეოთხედი. პირველმა ვაჭარმა მიიღო თანხა:

$$\frac{1}{4} \cdot 1,6x = 0,4x.$$

მეორე ვაჭარს გასაყიდი დარჩა  $1,6x - 0,4x = 1,2x$  ლარის საქონელი, რომელსაც მან 40% მოუმატა და ისე გაყიდა. გაამოვთვალოთ, რა თანხის გახდა მეორე ვაჭრის გასაყიდად დარჩენილი საქონელი. გვაქვს:

$$1,4 \cdot 1,2x = 1,68x.$$

ე.ი. დარჩენილი საქონელი მეორე ვაჭარს გაუყიდა 1,68x ლარად. რაც ნიშნავს, რომ სულ მეორე ვაჭარს მიუღია:

$$1,68x + 0,4x = 2,08x$$

ლარი, რომელიც ცხადია, რომ  $2x$ -ზე მეტია. ე.ი. მეტი მოგება ნახა მეორე ვაჭარმა.

**ამოცანა 7.** როგორი პროცენტით არის მისაღები ბანკში ფულის შეტანა: წლიური 6%, თუ 0,5% თვეში?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, ბანკში შეტანილ თანხაზე ანაბარზე ირიცხება 0,5%. თუ ეს პროცენტი თანხაზე ირიცხება წლის დასაწყისიდან ყოველ თვეში, მაშინ ერთ წელში, ანუ 12 თვის შემდეგ ანაბარზე შეტანილი თანხა გაიზრდება 6%-ით. მეორეს მხრივ, მეორე თვიდან დაწყებული 0,5% დაერიცხება არა მარტო ანაბარზე შეტანილ თანხას, არამედ მის 0,5%-საც, მომდევნო თვეშიც 0,5% დაერიცხება ანაბარსაც და მის 1%-საც და ა.შ. ამიტომ თანხის რაოდენობა ანაბრის 6%-ზე მეტი იქნება. ე.ი. უმჯობესია, თანხა განვათავსოთ ანაბარზე თვეში 0,5%-ად.

**ამოცანა 8.** მათემატიკის სემესტრულ გამოცდაზე გავიდა ერთი კურსის 80 სტუდენტი. თითოეულ სტუდენტს უნდა ამოეხსნა ხუთი ამოცანა. საგნის ლექტორი ამოუხსნელ ან არასრულად ამოხსნილ ამოცანაში წერდა 0 ქულას, სრულყოფილად ამოხსნილ ამოცანაში 1 ქულას. საგანს აბარებდნენ ის სტუდენტები, რომლებსაც ხუთი ამოცანიდან სწორად ქონდათ ამოხსნილი ოთხი, ან ხუთი ამოცანა. შედეგები ლექტორს შექონდა ცხრილში. ბაკურიმ ცხრილში დათვალა 251 ერთიანი. დაამტკიცეთ, რომ გამოცდა ჩააბარა არანაკლებ 6 სტუდენტმა.

სტუდენტებს სულ გამოცდაზე მაქსიმალურად შეეძლოთ დაეგროვებინათ 400 ერთიანი, მაგრამ, რადგან ბაკურიმ ცხრილში დათვალა 251 ერთიანი. ამიტომ ყველაზე უარესი შემთხვევა შეიძლება დადგეს მაშინ, როცა გამოცდაზე გასულმა ყველა სტუდენტმა დააგ-

როვა 3 ერთიანი, ხოლო გამოცდა ჩააბარა იმ სტუდენტებმა, რომლებმაც დააგროვეს მაქსიმალური 5 ერთიანი ან უკიდურეს შემთხვევაში 4 ერთიანი მაინც. სულ ასეთ შემთხვევაში ყველა 80 სტუდენტი დააგროვებდა 240 ერთიანს, ხოლო დარჩენილი 11 ერთიანი მაქსიმალურად განაწილდებოდა იმ სტუდენტებზე, რომლებმაც მიიღეს მაქსიმალური 5 ერთიანი, ან 4 ერთიანი მაინც, რადგან  $11=5 \cdot 2+1$ , ამიტომ 11 ერთიანი შეიძლება განაწილდეს 6 სტუდენტზე, 5 სტუდენტზე თითოეულს 2-2 ერთიანი და მეექვსე სტუდენტს 1 ერთიანი. საბოლოოდ გვექნება ასეთი შედეგი:

74 სტუდენტი მიიღებს 3-3 ერთიანს და ვერცერთი მათგანი გამოცდას ვერ ჩააბარებს, 5 სტუდენტი დააგროვებს 5-5 ერთიანს და ერთი სტუდენტი დააგროვებს 4 ერთიანს, რომლებიც გამოცდას ჩააბარებენ. ე.ი. გამოცდას ჩააბარებს არანაკლებ 6 სტუდენტი.

ამ ამოცანის ამოხსნისას გამოყენებული მიდგომა დაგვეხმარება ანალოგიური ამოცანის ამოხსნისას.

**ამოცანა 9.** მათემატიკის სემესტრულ გამოცდაზე გავიდა ერთი კურსის 80 სტუდენტი. თითოეულ სტუდენტს უნდა ამოეხსნა ხუთი ამოცანა. საგნის ლექტორი ამოუხსნელ ან არასრულად ამოხსნილ ამოცანაში წერდა 0 ქულას, სრულყოფილად ამოხსნილ ამოცანაში 1 ქულას. საგანს აბარებდნენ ის სტუდენტები, რომლებსაც ხუთი ამოცანიდან სწორად ქონდათ ამოხსნილი ოთხი, ან ხუთი ამოცანა. შედეგები ლექტორს შექონდა ცხრილში. ბაკურიმ ცხრილში დათვალა 251 ერთიანი. დაამტკიცეთ, რომ გამოცდა ჩააბარა არაუმეტეს 62 სტუდენტმა.

წინა ამოცანის ამოხსნის ანალოგიურად შესაძლებელია გამოვიანგარიშოთ სტუდენტების უდიდესი რაოდენობა, რომლებსაც შეეძლოთ გამოცდის ჩაბარება. ამ რაოდენობას გამოთვლისთვის განვიხილოთ წინა შემთხვევისგან განსხვავებული მეორე უკიდურესობა, როცა 251 ერთიანი მაქსიმალურად განაწილება იმ სტუდენტებზე, რომლებიც დააგროვებენ 4-4 ერთიანს, მორჩენილი ერთიანები (თუ ასეთი იქნა) დაემატება 4 ერთიანს და გახდება 5 ერთიანი, ან გადანაწილება იმ სტუდენტებზე, რომლებმაც გამოცდა ვერ ჩააბარეს.

რადგან  $251 = 62 \cdot 4 + 3$ , ამიტომ, შესაძლებელია ადგილი ქონდეს ასეთ შემთხვევას: 62 სტუდენტი დააგროვებს 4-4 ერთიანს და ყველა მათგანი ჩააბარებს გამოცდას, ხოლო მორჩენილი 3 ერთიანი სხვადასხვა გვარად შეიძლება გადანაწილდეს, რომლებიც გამოცდა-ჩაბარებული სტუდენტების რაოდენობას ვერ შეცვლის. (სამი ერთიანის გადანაწილების შემთხვევები პატივცემულ მკითხველს შეუძლია დამოუკიდებლად განიხილოს).

საბოლოოდ, ორივე ამოცანის განხილვის შემდეგ, შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ მათემატიკის გამოცდას 80 სტუდენტიდან ჩააბარებს არანაკლებ 5 და არაუმეტეს 62 სტუდენტი.

## §2.9. გრაფები და მათი გამოყენება

გრაფი ბერძნული სიტყვაა და ქართულად ნიშნავს: მე ვწერ, მე აღვწერ. თანამედროვე მსოფლიოში გრაფი აღწერს ურთიერთობებს და პირიქით: ნებისმიერი ურთიერთობა შეიძლება გამოისახოს გრაფით.

გრაფთა თეორია დისკრეტული მათემატიკის შემადგენელი ნაწილია, რომელშიც სისტემატურად არის შესწავლილი გრაფების თვისებები. გრაფთა თეორია ფართოდ გამოიყენება ეკონომიკური და მენეჯერული პრობლემების გადაჭრაში, პროგრამირებაში, ქიმიაში, ელექტრული სქემებში, დიზაინში, კომუნიკაციაში, ფსიქოლოგიაში, სოციოლოგიაში, ლინგვისტიკაში და სხვა სფეროებში.

დაწყებით კლასებში გრაფების გამოყენება საინტერესოს ხდის სწავლების პროცესს, რომელიც საშუალებას იძლევა ჩავრთოთ მოსწავლეები აქტიურ შემეცნებით საქმიანობაში. გრაფების საშუალებით შესაძლებელია ლოგიკური ამოცანების ამოხსნის შესწავლა. ამ დროს ამოცანების ამოხსნა ხდება თვალნათლივი, აშკარად ჩანს ყველანაირი ლოგიკური კავშირები. რითაც დასტურდება, რომ ამოცანების ამოსახსნელად გრაფების გამოყენება მოსახერხებელიც არის და საინტერესოც. გრაფების გამოყენებით ამოცანის ამომხსნელს შესაძლებლობა აქვს განიხილოს ამოცანის ამოხსნის რამდენიმე ერთმანეთისაგან განსხვავებული ვარიანტი, რის შემდეგაც მათგან ამოირჩიოს ამოცანის ამოხსნის ყველაზე მარტივი, საინტერესო და მისაღები გზა.

დაწყებით კლასებში მათემატიკის გაკვეთილზე ლოგიკური აზროვნების განვითარების მიზნით შესაძლებელია გრაფთა თეორიის გამოყენებით ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც ამოხსნილი უნდა იქნეს მხოლოდ გაკვეთილზე. ამასთან ასეთი ამოცანების გაკვეთილზე განხილვა უნდა მოხდეს თანდათანობით, უნდა დავიწყოთ ელემენტარული ამოცანებით და შემდეგ თანდათან გავზარდოთ მათი სირთულე. რასაკვირველია, მოუძნადებელი ბავშვებისთვის ასეთი ამოცანების ამოხსნამ შესაძლოა თავიდან სირთულეები გამოიწვიოს და ამოცანის ამოხსნის გზის ძიებას შეიძლება საკმაოდ დიდი დრო დასჭირდეს. ამიტომ, პირველ ეტაპზე, სანამ მოსწავლეები გაიწაფებიან გრაფების გამოყენებით ამოცანების ამოხსნაში, უმჯობესია საშინაო დავალებად მივცეთ გრაფების გამოყენებით მარტივი ამოცანები, რომელთა ამოხსნა მათ სურვილზე იქნება დამოკიდებული, ე.ი. გრაფების გამოყენებით ამოცანები მოსწავლეებს საშინაო დავალებად მიეცემა როგორც ნებაყოფლობითი, არა სავალდებულო ყველა მოსწავლისთვის. მასწავლებელმა გაკვეთილზე უნდა შეაქოს ის მოსწავლეები, რომლებიც ამოხსნიან საშინაო დავალებას და ასეთი ფორმით უნდა შეაჩვიოს მოსწავლეები გრაფთა თეორიის ელემენტების გამოყენებით ამოცანების ამოხსნას. შემდგომში შესაძლებელია გაკვეთილზე კვირაში ერთხელ 10-15 წუთი დაუთმოს გრაფთა თეორიის მარტივი საკითხების შესწავლას და მის გამოყენებას ამოცანების ამოხსნისას. მაგრამ გრაფთა თეორიის ელემენტების უფრო დეტალური განხილვა მასწავლე-

ბელმა უნდა მოახდინოს ან ფაკულტატიურ მეცადინეობაზე, ან მათემატიკის საგნობრივი წრის სხდომაზე, ან არჩევით კურსის შესწავლისას.

არ არის აუცილებელი დაწყებითი კლასის მოსწავლეებმა შეისწავლონ გრაფთა თეორიის საკითხები სიღრმისეულად, გამოიყენონ მკაცრი მათემატიკური განმარტებები და ა.შ. მათთვის სავსებით საკმარისია იცოდნენ საჭირო რამდენიმე განმარტება და აჩვენონ, პრაქტიკულად როგორ მუშაობს მოდელი ამოცანის ამოხსნისას.

გრაფების გამოყენებით შესაძლებელია თვალნათლივ და დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისათვის მისაწვდომ დონეზე ამოვხსნათ მრავალი საინტერესო ამოცანა, მათ შორის საძიებო და საოლიმპიადო ამოცანებიც. სამწუხაროდ, დაწყებით კლასებში გრაფების გამოყენება მათემატიკის სასწავლო მასალით გათვალისწინებული არ არის, რის გამოც მასწავლებელს მოუხდება მოსწავლეებს გააცნოს გრაფებთან დაკავშირებული თეორიული მასალა, რომელიც უშუალოდ უკავშირდება გრაფების პრაქტიკულ გამოყენებას. ეს დრო იმდენად მცირეა, რომ სრულად კომპენსირდება იმ დროით, რასაც გრაფების გამოყენების ამოცანების ამოხსნისას დაზოგავს შემდგომში მასწავლებელი.

დაწყებითი კლასის მოსწავლეებს მასწავლებელმა შეიძლება უთხრას, რომ მათემატიკაში არსებობს ცალკე ნაწილი-რომელსაც გრაფების თეორია ეწოდება და მისი საშუალებით შესაძლებელია არა მარტო მათემატიკური, არამედ პროგრამირების, ბუნებისმეტყ-

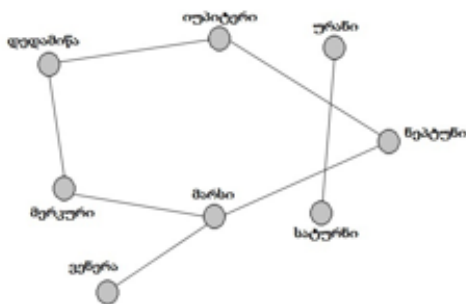
ველების და სოციალური მეცნიერების მრავალი პრობლემური საკითხის გადაწყვეტა. ხოლო დაწყებით კლასებში მათემატიკის გაკვეთილებზე გრაფებს გამოვიყენებთ პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისას.

პირველ რიგში მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა გააცნოს რა არის გრაფი. მარტივად რომ აუხსნას მოსწავლეებს, მასწავლებელი ეუბნება, რომ გრაფი არის წერტილთა სიმრავლე, რომელიც შეიძლება შევაერთოთ ხაზებით. ხაზები გვიჩვენებენ იმ კავშირებზე, რომელიც არსებობს მათ შემაერთებელ წერტილებს შორის. წერტილებს მეორენაირად გრაფის წვეროებსაც უწოდებენ, ხოლო ხაზებს, რომლებიც გრაფის წვეროებს აერთებს, გრაფის წიბოები. რადგან შევთანხმდით, რომ მოსწავლეებს მივაწვდიდით ძალზე მცირე რაოდენობით თეორიულ მასალას. პირველ ეტაპზე მეტის მიწოდება საჭირო არ არის. ამის შემდეგ მიზანშეწონილია გადავიდეთ გრაფების პრაქტიკულ გამოყენებაზე. განვიხილოთ ამოცანები.

**ამოცანა 1.** მზის სისტემის პლანეტებს შორის რეგულარულ რეისებს ასრულებენ საპლანეტათშორისო კოსმოსური ხომალდები, რომლებიც დაფრინავენ შემდეგი მარშრუტებით: დედამიწა-იუპიტერი-დედამიწა; დედამიწა-მერკური-დედამიწა; მერკური-მარსი-მერკური; მარსი-ვენერა-მარსი; ურანი-სატურნი-ურანი; იუპიტერი-ნეპტუნი-იუპიტერი; ნეპტუნი-მარსი-ნეპტუნი. შესაძლებელია თუ არა ამ მარშრუტების გამოყენებით დედამიწიდან მოვხვდეთ მარსზე?

**ამოხსნა.** აღვნიშნოთ წერტილებით მზის სისტემის პლანეტები და დავაწეროთ თითოეულ წერტილს შე-

საბამისი პლანეტის სახელი. ორ პლანეტას შორის კავშირების აღსანიშნად გამოვიყენოთ ამ პლანეტების შესაბამისი წერტილების შემაერთებელი ხაზები, ანუ გრაფის წიბოები.

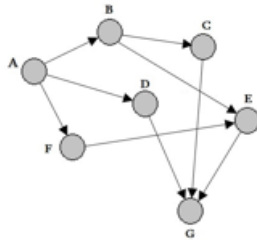


ნახ. 4.

რადგან დედამიწიდან დაფრინავს საპლანეტაშორისი კოსმოსური ხომალდები მარშრუტებით: დედამიწა-იუპიტერი-დედამიწა და დედამიწა-მერკური-დედამიწა, ამიტომ შეგვიძლია ის წერტილი, რომლითაც აღნიშნულია დედამიწა-შევაერთოთ წერტილებთან იუპიტერი და მერკური. ანალოგიურად შევაერთებთ სხვა წერტილებსაც მარშრუტების შესაბამისად. მივიღებთ სქემას (ნახ. 4).

სქემიდან მატრივად დავასკვნით მოსწავლეებთან ერთად, რომ დედამიწიდან ურანზე იმ საპლანეტაშორისო კოსმოსური ხომალდებით, რომელთა მარშრუტებიც მოცემულია ამოცანაში ვერ მოვხვდებით. ამის შემდეგ მოსწავლეებთან ვაგრძელებთ თეორიული მასალის გადაცემას და ვეუბნებით, რომ ამ ამოცანის ამოხსნისას გამოვიყენეთ არაორიენტირებული გრაფი. არაორიენტირებულია გრაფი, თუ ხაზებზე არ

არის მითითებული მიმართულება. რადგან არსებობს არაორიენტირებული გრაფი, ე.ი. იარსებებს ორიენტირებული გრაფიც და მოსწავლეებს ვუხსნით, რომ გრაფი ორიენტირებულია, თუ გრაფის წიბოებს აქვთ მიმართულება ისრებით. თუ შეერთებულია გრაფის ორი  $A$  და  $B$  წვერო და ისრის სათავეა  $A$  და ბოლო  $B$ , ანუ მიმართულება მიემართება  $A$ -დან  $B$ -კენ, ეს ნიშნავს ის კავშირები, რომლებიც დამყარებულია გრაფის  $A$  და  $B$  წვეროებს შორის არის  $A$ -დან  $B$ -კენ და არ არის  $B$ -დან  $A$ -კენ.



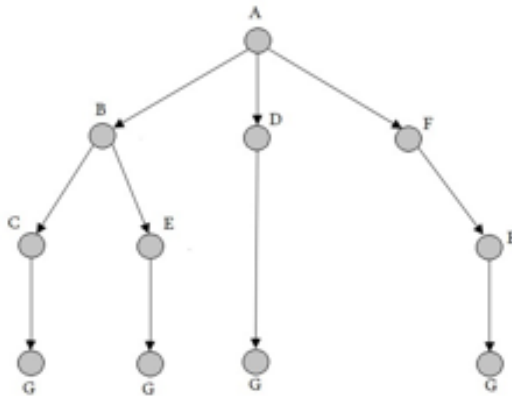
ნახ. 5.

**ამოცანა 2.** ნახაზზე გამოსახულია გზების სქემა  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$  და  $G$  ქალაქებს შორის (ნახ. 5). თითოეული ქალაქიდან შესაძლებელია მოძრაობა მხოლოდ ერთი მიმართულებით, რომელიც გამოსახულია ისრით. რამდენი განსხვავებული გზა არსებობს  $A$  ქალაქიდან  $F$  ქალაქში მისასვლელად?

**ამოხსნა.**  $A$  ქალაქიდან შეიძლება მოვხვდეთ  $B$ ,  $D$  და  $F$  ქალაქში.  $B$  ქალაქიდან შეიძლება მოვხვდეთ  $C$  და  $E$  ქალაქებში.  $C$  ქალაქიდან შეიძლება მოვხვდეთ  $G$  ქალაქში.  $D$  ქალაქიდან შეიძლება მოვხვდეთ მხო-

ლოდ  $G$  ქალაქში.  $F$  ქალაქიდან შეიძლება მოვხვდეთ  $E$  ქალაქში.  $E$  ქალაქიდან შეიძლება მოვხვდეთ  $G$  ქალაქში. მივიღეთ ოთხი განსხვავებული შემთხვევა, როცა  $A$  ქალაქიდან მოვხვდით  $G$  ქალაქში (ნახ. 6).

ამოცანების ამოხსნისას ორიენტირებული გრაფების გამოყენებისას არ უნდა დაგვავიწყდეს საიდან საით არის მიმართული ისრები.



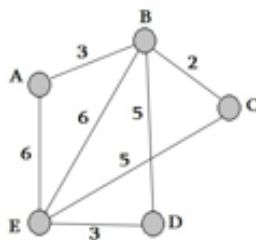
ნახ. 6.

შეწონილია გრაფი, რომლის წიბოებს აქვთ წონა, ანუ დამატებითი ინფორმაცია, რომელსაც გამოსახავს წიბოები.

**ამოცანა 3.**  $A, B, C, D, E$  დასახლებული პუნქტები ერთმანეთთან დაკავშირებულია გზებით, რომელთა შორის მანძილები მოცემულია ცხრილში. უნდა ვიპოვოთ  $A$  და  $D$  დასახლებულ პუნქტებს შორის უმცირესი მანძილი. გადაადგილება შეიძლება მხოლოდ იმ გზებზე, რომელთა შორის მანძილი ცხრილშია მოცემულია.

რომ ვიპოვოთ  $A$  და  $D$  დასახლებულ პუნქტებს შორის უმცირესი მანძილი, ამისათვის უნდა ვიპოვოთ  $A$ -დან  $D$ -ში მიმავალი ყველა მარშრუტი და მათ შორის ავარჩიოთ უმცირესი. ამის გასარკვევად გამოვიყენოთ (ნახ. 7).

|   | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| A |   | 3 |   |   | 6 |
| B | 3 |   | 2 | 5 | 6 |
| C |   | 2 |   |   | 5 |
| D |   |   | 5 |   | 3 |
| E | 6 | 6 | 5 | 3 |   |



ნახ. 7.

- I მარშრუტი A-B-D: სიგრძით  $3 + 5 = 8$  (კმ);
- II მარშრუტი A-E-D: სიგრძით  $6 + 3 = 9$  (კმ);
- III მარშრუტი A-B-E-D: სიგრძით  $3+6+3=12$  (კმ);
- IV მარშრუტი A-B-C-E-D: სიგრძით  $3+2+5+3=13$  (კმ).

$A$  პუნქტსა და  $D$  პუნქტს შორის უმცირესი მანძილი 8 კილომეტრია.

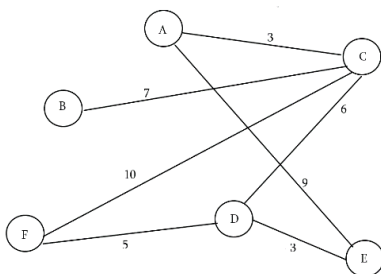
**ამოცანა 4.** ააგეთ დასახლებულ პუნქტებს შორის გზები. ცხრილში მოცემულია დასახლებულ პუნქტებს შორის დაშორებები კილომეტრებში. რომელი გზაა ყველაზე მოკლე  $A$  და  $F$  პუნქტებს შორის? რომელია მოცემულ მარშრუტებს შორის ყველაზე მოკლე? გადაადგილება შეიძლება მხოლოდ იმ გზებით, რომელიც მოცემულია ცხრილში.

**ამოხსნა.** ამოცანა ამოვხსნათ შეწონილი გრაფის გამოყენებით. თავიდან ავაგოთ შეწონილი გრაფი. ამისათვის ვიპოვოთ ყველა მარშრუტი რომლიდანაც შესაძლებელია  $A$  პუნქტიდან  $F$  პუნქტში მოხვედრა.

$A$  პუნქტიდან შეგვიძლია მისვლა  $C$  და  $E$  პუნქტებში, რომელთა შორის მანძილები შესაბამისად არის 3 კილომეტრი და 9 კილომეტრი.  $B$  პუნქტიდან შეგვიძლია მისვლა  $C$  პუნქტში. ამ პუნქტებს შორის მანძილია 7 კილომეტრი (ნახ. 8).

$C$  პუნქტიდან  $A$  და  $B$  პუნქტების გარდა, შეგვიძლია მივიდეთ  $D$  და  $F$  პუნქტებში, რომელთა შორის მანძილებია შესაბამისად 6 და 10 კილომეტრი.  $D$  პუნქტიდან  $C$  პუნქტის გარდა, შეგვიძლია მივიდეთ 3 კილომეტრით დაშორებულ  $E$  პუნქტში და 5კმ-ით დაშორებულ  $F$  პუნქტში.

|   | A | B | C  | D | E | F  |
|---|---|---|----|---|---|----|
| A |   |   | 3  |   | 9 |    |
| B |   |   | 7  |   |   |    |
| C | 3 | 7 |    | 6 |   | 10 |
| D |   |   | 6  |   | 3 | 5  |
| E | 9 |   |    | 3 |   |    |
| F |   |   | 10 | 5 |   |    |



ნახ. 8.

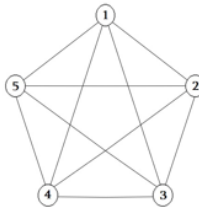
$A$  პუნქტიდან  $F$  პუნქტში მოხვედრა შეგვიძლია:

A-C-D-E მარშრუტით, რომლის სიგრძეა:  $3+6+5=14$ (კმ);  
 A-C-F მარშრუტით, რომლის სიგრძეა:  $3 + 10 = 13$  (კმ);  
 A-E-D-F მარშრუტით, რომლის სიგრძეა:  $9+3+5=17$ (კმ).

A პუნქტიდან F პუნქტამდე უმცირესი სიგრძისაა 13 კმ-იანი მარშრუტი A-C-F. იმ დასახლებულ პუნქტებს შორის უმცირესი მანძილი, რომლებიც მოცემულია ცხრილში არის A-C მარშრუტი, სიგრძით 3 კმ.

**ამოცანა 5.** 5 სტუდენტი ერთმანეთს ხელს ართმევს. სულ რამდენჯერ ჩამოართვებს მათ ხელი ერთმანეთს?

**ამოხსნა.** დავნომროთ სტუდენტები 1-დან 5-ის ჩათვლით და რიცხვები განვალაგოთ წრეზე. ყოველი წიბო აღნიშნავს სტუდენტების მიერ ხელის ერთ ჩამორთმევას. პირველმა სტუდენტმა ხელი ჩამოართვა მეორე სტუდენტს, შევაერთოთ პირველი და მეორე წვეროები წიბოთი. ამის შემდეგ პირველი სტუდენტი ხელს ართმევს მესამე, მეოთხე და მეხუთე სტუდენტებს. ამით პირველი სტუდენტის ხელის ჩამორთმევა დამთავრდა.



ნახ. 9.

რადგან პირველ და მეორე სტუდენტებს ერთმანეთისათვის ხელი უკვე ჩამორთმეული აქვთ, ამიტომ ისინი ხელს მეორედ აღარ ჩამოართმევენ. მეორე სტუდენტი ხელს ჩამოართმევს მესამე, მეოთხე და მეხუთე სტუდენტებს. ანალოგიურად, მესამე სტუ-

დენტს ხელი ჩამორთმეული აქვს პირველი და მეორე სტუდენტებისთვის. ის ხელს ჩამოართმევს მეოთხე და მეხუთე სტუდენტებს. მეოთხე სტუდენტი ხელს ჩამოართმევს მეხუთე სტუდენტს. მეხუთე სტუდენტს ხელი ჩამორთმეული აქვს ყველა სტუდენტისათვის. თუ დავთვლით სქემაზე გამოსახული გრაფის წიბოებს, ვნახავთ, რომ სულ 10 წიბოა. ეს ნიშნავს, რომ სულ საჭირო გახდა ხელის ჩამორთმევა 10-ჯერ.

**ამოცანა 6.** სააგარაკე ნაკვეთზე დარგულია ვაშლის, მსხლის, ატმის, ქლიავის, ლედვის, კომშის და კაკლის ნერგები. ქლიავი კომშზე მაღალია, ვაშლი ლედვზე დაბალია, კაკალი ლედვზე მაღალია, ატამი მსხალზე დაბალია, მაგრამ კაკალზე მაღალია, ხოლო კომში მსხალზე მაღალია. დაალაგეთ ხეები სიმაღლეთა ზრდის მიხედვი.

**ამოხსნა.** ამ ამოცანის ამოსახსნელად გამოვიყენოთ ორიენტირებული გრაფი. ისრები უფრო დაბალი ხეებიდან მივმართოთ უფრო მაღალი ხეებისკენ.



ნახ. 10.

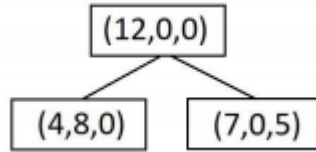
მივიღეთ გრაფი, რომელზეც ჩანს, რომ ყველაზე დაბალი ხეა ვაშლის, რადგან გრაფი ვაშლიდან იწყება, ვაშლის შემდეგ არის ლედვის, შემდეგ კაკლის, ატმის, მსხლის, კომშის და ბოლოს ქლიავის ხე.

განვიხილოთ გრაფების გამოყენება სითხის გადასხმის ამოცანებზე.

**ამოცანა 7.** ტომ სოიერმა უნდა შეღებოს მესერი. მას საღებავით სავსე 12 ლიტრიანი ჭურჭელი აქვს და უნდა საღებავის შუაზე გაყოფა. ტომს 6 ლიტრიანი ჭურჭელი არა აქვს. მას აქვს ორი ჭურჭელი 8 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი. როგორ შეძლებს ტომი 8 ლიტრიან ჭურჭელში 6 ლიტრი საღებავის ჩასხმას? გაასხმების რა უმცირესი რაოდენობა დასჭირდება მას ამისათვის?

პირველ რიგში უნდა მოვახდინოთ ამოცანის აღწერა მდგომარეობათა სივრცეში. გრაფის მწვერვალის გამომსახველი, ობიექტთა განსაზღვრული კონფიგურაცია მივიღოთ საწყის მდგომარეობად. მოცემულ ამოცანაში საწყისი მდგომარეობა აღიწერება რიცხვთა სამეულით  $(12, 0, 0)$ . სამეულის პირველი რიცხვი 12 ნიშნავს, რომ 12 ლიტრიანი ჭურჭელი სავსეა, სამეულის მეორე რიცხვი 0, ნიშნავს, რომ 8 ლიტრიანი ჭურჭელი ცარიელია და სამეულის მესამე რიცხვი 0, ნიშნავს, რომ 5 ლიტრიანი ჭურჭელიც ცარიელია. მაშინ, ამოხსნის საბოლოო შედეგს ანუ მიზნობრივ მდგომარეობას აღწერს რიცხვთა სამეული  $(6, 6, 0)$ . ერთი მდგომარეობის გარდაქმნა მეორე მდგომარეობად ხორციელდება განსაზღვრული ხერხების ცალსახად დადგენილი წესების-ოპერატორების დახმარებით. ჩვენი ამოცანისათვის ესაა ერთი ჭურჭლიდან სხვა ჭურჭლებში საღებავის გადასხმის ყველა შესაძლო ვარიანტი. ამოცანის ამოხსნის პროცესი გამოიხატება გრაფის მწვერვალის გარდამქმნელი ოპერატორების

გამოყენებაში მანამდე, ვიდრე მიზნობრივ წვეროს არ მივიღებთ (თუ ეს შესაძლებელია). განსახილველი ამოცანის ამოხსნის ძიების გრაფის საწყისი ნაწილი ასე გამოიყურება (ნახ. 11):



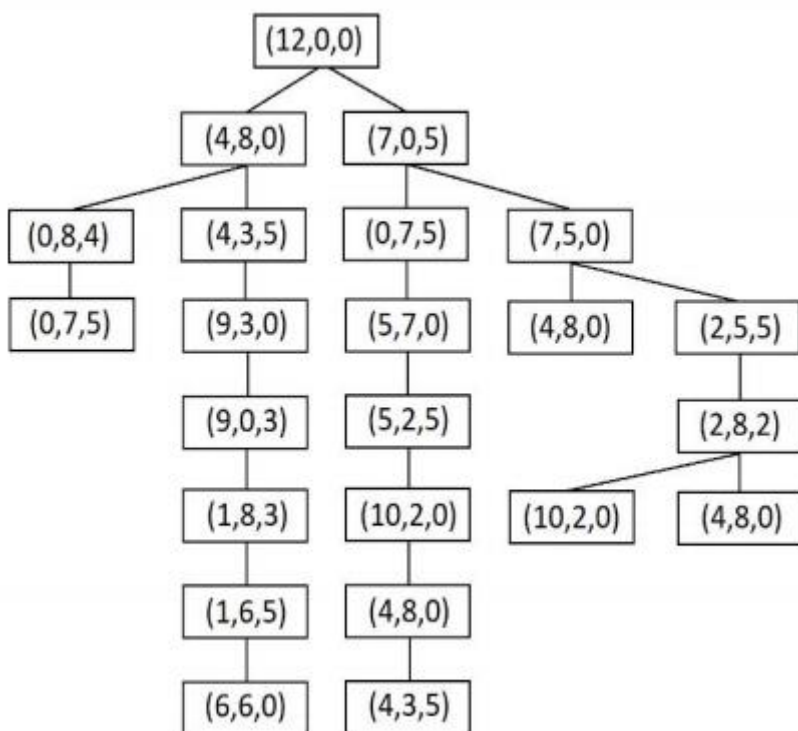
ნახ. 11.

გადარჩევა განსაზღვრული მიმდევრობით სრულდება: 12 ლიტრიანი ჭურჭლიდან საღებავით შეიძლება გავასოთ ან 8 ლიტრიანი ჭურჭელი, ან 5 ლიტრიანი ჭურჭელი. სხვა ვარიანტი არ არის! გრაფის საწყისი მწვერვალი გახსნილია. ანალოგიურად იხსნება, მაგალითად, მიღებული მწვერვალებიდან ბოლო მწვერვალი, შემდეგ ისევ ბოლო და ა.შ. არ უნდა დავუშვათ უკვე განხილული კომბინაციების გამეორება, რადგან ეს საჭირო შედეგებამდე არ მიგვიყვანს. (ნახ. 12).

მეთოდს, რომლის დროსაც პირველად იხსნება გრაფის ის მწვერვალი, რომელიც ყველაზე ბოლოს წარმოიშობა, სიღრმეში გადარჩევის (ძიების) მეთოდი ეწოდება

არ არსებობს იმის არავითარი გარანტია, რომ საღებავის გადასხმების ნაპოვნი რაოდენობა მინიმალურია. ამიტომ უმჯობესი შეიძლება იყოს, ის რომ მწვერვალები იმ მიმდევრობით გაგვეხსნა, რა მიმდევრობითაც ისინია მიღებული. ამის შემდეგ გადარჩევის გაგრძელება საჭირო აღარ არის, რადგან უფრო მოკლე ამოხსნის გზის პოვნას ვერ შევძლებთ.

უნდა აღინიშნოს, რომ, თუ ამოცანაში მოითხოვება ამოხსნის ყველა ვარიანტის მოძებნა, მაშინ გადარჩევა უნდა გაგრძელდეს მანამ, სანამ არ ამოიწურება ყველა პერსპექტიული მწვერვალის გახსნა. ასეთნაირად შესრულებულ ძიებას სრული გადარჩევის მეთოდს უწოდებენ. სინჯვებისა და შეცდომების ბრმა გადარჩევის მეთოდი ხშირად გამოიყენება მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის დროს, რამდენადაც იგი აზროვნების ბუნებრივ სვლაზეა დამყარებული.



ნახ.12

სხვადასხვა ვარიანტების გადარჩევა და მათი შეფასება, რომელიც ამოცანის ამოხსნის მიზანს ემსახურ-

რება, არის სწორი აზროვნების პროცესი. ბრმა გადარჩევის საპირისპიროდ არსებობს გადარჩევის მეთოდი, რომელიც ევრისტიკის ელემენტების გამოყენების მეშვეობით ოპერირებს. მისი არსი, მიზანთან მიახლოების პოზიციიდან გამომდინარე, პერსპექტიული ამოხსნის სვლის მოძიებაში მდგომარეობს. აღნიშნულ მეთოდს მოწესრიგებული ანუ ევრისტიკული გადარჩევის მეთოდს უწოდებენ.

გრაფების აგება დიდ დროს და შრომატევადი სამუშაოების ჩატარებას მოითხოვს. დროის ეკონომიის მიზნით ზოგიერთი მეცნიერი [1], [2], [7], [16] და სხვ. პრაქტიკაში იოლად გამოსაყენებელ და მოქნილი ხერხის გამოყენებას ანიჭებს უპირატესობას დალაგებული წყვილების ან სამეულების სახით. მაგალითად:

**ამოცანა 8.** მოცემულია სამი ჭურჭელი-10 ლიტრიანი, 7 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. 10 ლიტრიანი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 5 ლიტრი ზეთი?

**ამოხსნა.** გამოვიყენოთ გრაფები, რისთვისაც შემოვიღოთ აღნიშვნა: გრაფის წვეროები გამოვსახოთ სამეულების სახით, სადაც პირველი რიცხვი გამოსახავს 10 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული ზეთის რაოდენობას ლიტრებში, მეორე რიცხვი-7 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული ზეთის რაოდენობას ლიტრებში, ხოლო მესამე რიცხვი-3 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული რძის რაოდენობას ლიტრებში. მაგალითად, ჩანაწერი (3, 7, 0) ნიშნავს, რომ 10 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმულია 3 ლიტრი ზეთი, 7 ლიტრიანი ჭურჭელი

სავსეა, ხოლო 3 ლიტრიანი ჭურჭელი ცარიელია. გამოვიყენოთ „→“, რომელიც აღნიშნავს ყოველი გადასხმის შესრულების შემდგომ მდგომარეობას, ანუ გრაფის ერთი წვეროდან მეორეზე გადასვლას.

ჩვენს მიერ შემოღებული აღნიშვნით გრაფის საწყისი წვეროა (10, 0, 0). რადგან 5 ლიტრი ზეთის გაცემა შესაძლებელია ან 10 ლიტრიანი ჭურჭლიდან, ან 7 ლიტრიანი ჭურჭლიდან. ამიტომ ჩვენთვის გრაფის სამიზნეა ისეთი წვერო, რომელშიც სამეულის პირველი, ან მეორე ციფრი 5-ის ტოლი იქნება.

$(10, 0, 0) \rightarrow (3, 7, 0) \rightarrow (3, 4, 3) \rightarrow (6, 4, 0) \rightarrow (6, 1, 3) \rightarrow$   
 $\rightarrow (9, 1, 0) \rightarrow (9, 0, 1) \rightarrow (2, 7, 1) \rightarrow (2, 5, 3).$

ამის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს დეტალურად გაურჩევს, შესრულებული თითოეული მოქმედების მიზანს. რომ გრაფის საწყის და სამიზნე წვეროებს შორის ამ შემთხვევაში გადასხმების, იგივე ბიჯების რაოდენობაა 8.

მასწავლებელმა მოსწავლეებს დავალებად უნდა მიცეს, რომ მათ მოძებნონ ამოხსნის სხვა გზა (გზები), მაგალითად, წინა ამოხსნისაგან განსხვავებული ერთ-ერთი ამოხსნა ასეთია:

$(10, 0, 0) \rightarrow (7, 0, 3) \rightarrow (7, 3, 0) \rightarrow (4, 3, 3) \rightarrow (4, 6, 0) \rightarrow$   
 $\rightarrow (1, 6, 3) \rightarrow (1, 7, 2) \rightarrow (8, 0, 2) \rightarrow (8, 2, 0) \rightarrow (5, 2, 3).$

ამოხსნის ეს გზა შეიცავს 9 გადასხმას, ანუ ბიჯების რაოდენობაა 9. ცხადია არსებობს დასმული ამოცანის ამოხსნის სხვა გზებიც, რომლებსაც მოსწავლეები მოძებნიან. მეთოდოლოგურად მიზანშეწონილია მასწავლებელმა წაახალისოს მოსწავლეები მაშინაც, კი თუ მათ

ვერ შეძლეს მოძებნონ ყველაზე ოპტიმალური ამოხსნის გზა.

**ამოცანა 9.** როგორ ავიღოთ ონკანიდან 8 ლიტრი წყალი, თუ გვაქვს 3 ლიტრიანი და 10 ლიტრიანი ჭურჭლები. (ჭურჭლიდან წყლის გადაღვრა შესაძლებელია).

**ამოხსნა.** ცხადია, რომ 3 ლიტრიან ჭურჭელში 8 ლ წყალი არ ჩაეტევა, ამისათვის გამოყენებული უნდა იქნეს 10 ლიტრიანი ჭურჭელი.

ამოხსნის ერთ-ერთი ვარიანტი ასეთია: ავავსოთ 3 ლიტრიანი ჭურჭელი და ჩავასხათ 10 ლიტრიანში 3-ჯერ, მეოთხე ჩასხმის დროს 10 ლიტრიან ჭურჭელში ჩაეტევა მხოლოდ 1 ლიტრი წყალი, 3 ლიტრიანში დარჩება 2 ლიტრი. გადავღვაროთ სავსე 10 ლიტრიანი ჭურჭელი და მასში ჩავასხათ 3 ლიტრიან ჭურჭელში დარჩენილი 2 ლიტრი წყალი, 3 ლიტრიანი ჭურჭელი ცარიელია, გავასოთ და ჩავასხათ 10 ლიტრიანში 2-ჯერ. 10 ლიტრიან ჭურჭელში ჩაისხმება

$$2 + 3 + 3 = 8$$

ლიტრი წყალი.

ეს ამოცანაც შესაძლებელია ამოვხსნათ გრაფებით. შემოვიღოთ ასეთი აღნიშვნა: გრაფის წვეროები გამოვსახოთ წყვილების სახით, სადაც პირველი რიცხვი გამოსახავს 10 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული წყლის რაოდენობას ლიტრებში, მეორე რიცხვი–3 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმული წყლის რაოდენობას ლიტრებში. მაგალითად, ჩანაწერი (6, 0) ნიშნავს, რომ 10 ლიტრიან ჭურჭელში ჩასხმულია 6 ლიტრი წყალი, 3 ლიტრიანი ჭურჭელი ცარიელია. ამ შემთხვევაშიც „→“

სიმბოლო აღნიშნავს ყოველი გადასხმის შესრულების შემდგომ მდგომარეობას, ანუ გრაფის ერთი წვეროდან მეორეზე გადასვლას.

ჩვენს მიერ შემოღებული აღნიშვნით გრაფის საწყისი წვეროა (0,0), სამიზნე წვეროა (8,0) ან (8,3).

$(0,0) \rightarrow (0,3) \rightarrow (3,0) \rightarrow (3,3) \rightarrow (6,0) \rightarrow (6,3) \rightarrow (9,0) \rightarrow$   
 $\rightarrow (10,2) \rightarrow (0,2) \rightarrow (2,0) \rightarrow (2,3) \rightarrow (5,0) \rightarrow (5,3) \rightarrow (8,0).$

პროცესი აქ დასრულდება.

თუ მოსწავლეებს გაუჩნდებათ შეკითხვა, როგორ მივიღოთ (8,3) მდგომარეობა. ამ შემთხვევისათვის უნდა მოვიქცეთ ასე:

$(0,0) \rightarrow (10,0) \rightarrow (7,3) \rightarrow (7,0) \rightarrow (4,3) \rightarrow (4,0) \rightarrow (1,3) \rightarrow$   
 $\rightarrow (1,0) \rightarrow (0,1) \rightarrow (10,1) \rightarrow (8,3).$

ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლეები შედარებით ადვილად აგნებენ ამოხსნის პირველ გზას, ვიდრე მეორეს, თუმცა პირველ შემთხვევაში ამონახსნის მისაღებად შესასრულებელია 13 გადასხმა (ბიჯი), ხოლო მეორე შემთხვევაში 10 გადასხმა (ბიჯი). ე.ი. უფრო ოპტიმალურ გზას ამოხსნის მეორე ხერხი წარმოადგენს.

**ამოცანა 10.** მოცემული გვაქვს ორი 10 ლიტრიანი ბიდონი სავსე რძით და ორიცარიელი 4 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი ქვაბები. როგორ გადავასხათ ბიდონებიდან ქვაბებში 2-2 ლიტრი რზე?

**ამოხსნა.** ამ ამოცანის ამოსახსნელად უკვე დაგვჭირდება დალაგებული ოთხეულების გამოყენება. საწყისი მდგომარეობა იქნება (10, 10, 0, 0), რაც ნიშნავს, რომ 10 ლიტრიანი ორივე ბიდონი სავსეა, ხოლო 5 ლიტრიანი და 4 ლიტრიანი ქვაბები ცარიელია. სამი-

ზნე მდგომარეობაა ისეთი, როცა 5 ლიტრიან და 4 ლიტრიან ქვაბებში იქნება 2-2 ლიტრი რძე, რაც შეეხება 10 ლიტრიან ბიდონებს, მათში ჯამურად უნდა იყოს 16 ლიტრი რძე, რაც შესაძლებელია სხვადასხვანაირად, რასაც ამოცანის ამოხსნისათვის არსებითი მნიშვნელობა არა აქვს.

$$(10,10,0,0) \rightarrow (5,10,5,0) \rightarrow (5,10,1,4) \rightarrow (9,10,0,1) \rightarrow \\ \rightarrow (4,10,5,1) \rightarrow (4,10,2,4) \rightarrow (8,10,2,0) \rightarrow \\ \rightarrow (8,6,2,4) \rightarrow (10,6,2,2).$$

ამოცანის ამოსახსნელად სულ დაგვჭირდა 8 გადასახმა.

სითხის გადასხმის ამოცანებს მიაკუთვნებენ ისეთ ამოცანებსაც, რომლებშიც სითხეებზე საერთოდ არ არის საუბარი. მაგალითად, წიგნების ან ყვავილების ან ქვების გროვის გადაწყობაზე. ასე იქცევია იმიტომ, რომ მათი ამოხსნის გზა ერთნაირ პრინციპებზეა დაფუძნებული. განვიხილოთ ასეთი

**ამოცანა 11.** მოცემული გვაქვს ყვავილების სამი თაიგული. პირველ თაიგულში 11 ყვავილია, მეორეში-7 ყვავილი, მესამეში-6 ყვავილი. საჭიროა თითოეულ თაიგულში ყვავილების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი თაიგულიდან მეორეში იმდენი ყვავილის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია (მიმღებშია).

**ამოხსნა.** სულ სამივე თაიგულში  $11 + 7 + 6 = 24$  ყვავილია. სამივე თაიგულში ყვავილების რაოდენობა რომ გათანაბრდეს, თითოეულ თაიგულში უნდა იყოს 8-8 ყვავილი.

წინა ამოცანებში განხილული გრაფების გამოყენებით, გრაფის საწყისი წვეროა (11, 7, 6). სამიზნე წვერო ცალსახად განსაზღვრულია და არის (8, 8, 8).

ამოცანის ამოხსნის სტრატეგიის განსაზღვრა უნდა მოხდეს შემდეგნაირად: რადგან ამოცანის პირობა მოითხოვს ერთი თაიგულიდან მეორეში იმდენი ყვავილის გადაწყობას, რამდენიც მეორეშია, ამიტომ იმ თაიგულიდან ყვავილებს, რომელშიც 6 ყვავილია პირველ ბიჯზე ვერცერთ თაიგულში ვერ გადავიტანთ, რადგან ამ თაიგულში ყვავილების ყველაზე ნაკლები რაოდენობაა. გვრჩება ასეთი ვარიანტები:

I. იმ თაიგულიდან, რომელშიც 11 ყვავილია 7 ყვავილი დავდოთ 7 ყვავილიან თაიგულზე;

II. იმ თაიგულიდან, რომელშიც 11 ყვავილია 6 ყვავილი დავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე,

III. იმ თაიგულიდან, რომელშიც 7 ყვავილია 6 ყვავილი დავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე,

დაწვრილებით გავარჩიოთ I შემთხვევა, დანარჩენი ორი შემთხვევა გაირჩევა ანალოგიურად.

იმ თაიგულიდან, რომელშიც 11 ყვავილია 7 ყვავილი დავდოთ 7 ყვავილიან თაიგულზე, მივიღებთ:

$$(11, 7, 6) \rightarrow (4, 14, 6).$$

აქ კიდევ შესაძლებელია სამი სტრატეგიის არჩევა:

Iა. 14 ყვავილიანი თაიგულიდან 4 ყვავილი გადავდოთ 4 ყვავილიან თაიგულზე

$$(4, 14, 6) \rightarrow (8, 10, 6).$$

ამის შემდეგ ერთი გაგრძელება გვაქვს:

10 ყვავილიანი თაიგულიდან 6 ყვავილი უნდა გადავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე. ამოხსნის წარმოდგენილ გზას საბოლოოდ აქვს სახე:

$$(11, 7, 6) \rightarrow (4, 14, 6) \rightarrow (8, 10, 6) \rightarrow (8, 4, 12) \rightarrow (8, 8, 8).$$

ამოცანის ამოსახსნელად დაგვჭირდა ყვავილების 4 გადაწყობა.

1ბ. 14 ყვავილიანი თაიგულიდან 6 ყვავილი გადავდოთ 6 ყვავილიან თაიგულზე

$$(4, 14, 6) \rightarrow (4, 8, 12).$$

ამის შემდეგ ერთი გაგრძელება გვაქვს:

12 ყვავილიანი თაიგულიდან 4 ყვავილი უნდა გადავდოთ 4 ყვავილიან თაიგულზე. ამოხსნის წარმოდგენილ გზას საბოლოოდ აქვს სახე:

$$(11, 7, 6) \rightarrow (4, 14, 6) \rightarrow (4, 8, 12) \rightarrow (8, 8, 8).$$

ამოცანის ამოსახსნელად დაგვჭირდა ყვავილების 3 გადაწყობა.

1გ. 6 ყვავილიანი თაიგულიდან 4 ყვავილი გადავდოთ 4 ყვავილიან თაიგულზე

$$(4, 14, 6) \rightarrow (8, 14, 2).$$

ამის შემდეგ ერთი გაგრძელება გვაქვს:

14 ყვავილიანი თაიგულიდან 2 ყვავილი უნდა გადავდოთ 2 ყვავილიან თაიგულზე. ამოხსნის წარმოდგენილ გზას საბოლოოდ აქვს სახე:

$$(11, 7, 6) \rightarrow (4, 14, 6) \rightarrow (8, 14, 2) \rightarrow (8, 12, 4) \rightarrow (8, 8, 8).$$

ამოცანის ამოსახსნელად დაგვჭირდა ყვავილების 4 გადაწყობა.

აქ მოგვყავს ამოცანის ამოხსნის სხვადასხვა განსხვავებული ვარიანტები. მოსწავლეებს მივცეთ ძალეზად დაადგინონ არსებობს თუ არა აქ მითითე-

ბული გზების გარდა ამოხსნის სხვა გზა, თუ არსებობს დაადგინონ.

$$(11, 7, 6) \rightarrow (5, 7, 12) \rightarrow (10, 2, 12) \rightarrow (8, 4, 12) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (5, 7, 12) \rightarrow (10, 2, 12) \rightarrow (10, 4, 10) \rightarrow (6, 8, 10) \rightarrow \\ \rightarrow (12, 8, 4) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (5, 7, 12) \rightarrow (10, 2, 12) \rightarrow (10, 4, 10) \rightarrow (10, 8, 6) \rightarrow \\ \rightarrow (4, 8, 12) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (5, 7, 12) \rightarrow (5, 14, 5) \rightarrow (10, 9, 5) \rightarrow (10, 4, 10) \rightarrow \\ \rightarrow (6, 8, 10) \rightarrow (12, 8, 4) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (5, 7, 12) \rightarrow (5, 14, 5) \rightarrow (5, 9, 10) \rightarrow (10, 4, 10) \rightarrow \\ \rightarrow (10, 8, 6) \rightarrow (4, 8, 12) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (11, 1, 12) \rightarrow (10, 2, 12) \rightarrow (8, 4, 12) \rightarrow (8, 8, 8).$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (11, 1, 12) \rightarrow (10, 2, 12) \rightarrow (10, 4, 10) \rightarrow (6, 8, 10) \rightarrow \\ \rightarrow (12, 8, 4) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (11, 1, 12) \rightarrow (10, 2, 12) \rightarrow (10, 4, 10) \rightarrow (10, 8, 6) \rightarrow \\ \rightarrow (4, 8, 12) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (11, 1, 12) \rightarrow (11, 2, 11) \rightarrow (9, 4, 11) \rightarrow (5, 8, 11) \rightarrow \\ \rightarrow (10, 8, 6) \rightarrow (4, 8, 12) \rightarrow (8, 8, 8);$$

$$(11, 7, 6) \rightarrow (11, 1, 12) \rightarrow (11, 2, 11) \rightarrow (11, 4, 9) \rightarrow (11, 8, 5) \rightarrow \\ \rightarrow (6, 8, 10) \rightarrow (12, 8, 4) \rightarrow (8, 8, 8).$$

როგორც ვნახეთ გრაფების გამოყენებით შევძელით დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისათვის გასაგებად, თვალნათლივ ვაჩვენეთ სხვადასხვა სახის მრავალი საინტერესო ამოცანის ამოხსნა, მათ შორის საკმაოდ იყო არასტანდარტული, საძიებო და საოლიმპიადო ამოცანებიც.

## §2.10. ნაშთების და გაყოფადობის გამოყენება

მოსწავლეები სკოლაში მათემატიკის შესწავლას ნატურალური რიცხვებით იწყებენ და მათ შესახებ სწავლების პირველივე წლებში საკმაოდ მრავალმხრივ ცოდნას იძენენ, ეცნობიან ზოგიერთ რიცხვზე გაყოფადობის ნიშნებს, იციან ნატურალური რიცხვის გამყოფები და ჯერადები, შეუძლიათ მოძებნონ ორი ან მეტი რიცხვის უმცირესი საერთო ჯერადი და უდიდესი საერთო გამყოფი, ამყარებენ კავშირს ორი რიცხვის უმცირეს საერთო ჯერადს და ამავე რიცხვების უდიდეს საერთო გამყოფს შორის, დამტკიცების გარეშე ეცნობიან თეორემას ნაშთიანი გაყოფის შესახებ. ნაშთებთან დაკავშირებით მოსწავლეების უმრავლესობას ერთი სახის შეცდომები მოდით-მოსწავლეები ფიქრობენ, რომ ნაშთი შეიძლება გამოისახებოდეს უარყოფითი რიცხვითაც. რაც ცხადია იწვევს შეცდომებს პრაქტიკული ამოცანების ამოხსნისას. მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ მოსწავლეებს მასწავლებელმა საფუძვლიანად უნდა აუხსნას, რომ ორი რიცხვის ნაშთიანი გაყოფისას მიღებული ნაშთი მხოლოდ ნატურალური რიცხვია, რომელიც აუცილებლად ნაკლებია გამყოფზე. ნაშთებზე მუშაობისას კლასში მასწავლებელი უნდა შეეცადოს მოსწავლეები დაახლოვნოს ჯერ სასრული სიმრავლის თანაუკვეთ კლასებად დაყოფაში, შემდეგ უსასრულო სიმრავლის თანაუკვეთ კლასებად დაყოფაში, რაც თვალნათლივ დაანახებს მოსწავლეებს, რომ ნაშთიანი გაყოფის დროს მიღებული ნაშთი ნატურალური რიცხვია. ასევე, მოს-

წავლევები ზოგჯერ კარგ შედეგზე გაყავს ევკლიდეს ალგორითმის გამოყენებას. ასევე, ეფექტის მომცემია ისეთი ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც უკავშირდება ნატურალურ რიცხვების გაყოფადობასთან დაკავშირებულ ძირითად თეორემებს და მისგან გამომდინარე თვისებებს.

ნაშთების შესწავლა მჭიდრო კავშირშია ორუცნობიანი განტოლების მთელ რიცხვებში ამოხსნასთან. კერძოდ, ნებისმიერი  $a$  და  $b$  ნატურალური რიცხვებისათვის არსებობს ისეთი  $x$  და  $y$  მთელი რიცხვები რომ,

$$ax + by = d.$$

სადაც,  $d$  არის  $a$  და  $b$  რიცხვების უდიდესი საერთო გამყოფი. კერძოდ, თუ  $a$  და  $b$  რიცხვები ურთიერთმარტივია, ანუ ამ რიცხვებს 1-ზე მეტი საერთო გამყოფი არ აქვთ, მაშინ არსებობს ისეთი  $x$  და  $y$  მთელი რიცხვები ისეთი რომ,

$$ax + by = 1.$$

ნაშთები ხშირად გვეხმარება სხვადასხვა სახის (წრფივი, კვადრატული, კუბური და მაღლი ხარისხის) განტოლებების, განტოლებათა სისტემების, ტექსტური ამოცანების ამოხსნაში და სხვ.

საილუსტრაციოდ გავარჩიოთ რამდენიმე ამოცანა, რომლებიც დაწყებითი კლასების მათემატიკის სხვადასხვა განყოფილებას ეკუთვნის და გაყოფადობასა და ნაშთებთან მჭიდრო კავშირშია.

**ამოცანა 1.** საქართველოს პარლამენტი ქუთაისიდან გადავიდა თბილისის ახალ სხდომათა დარბაზში. თუ ახალი დარბაზისათვის შეუკვეთავენ ისეთ მა-

გიდებს, რომელზეც დაჯდება 4 დეპუტატი, მაშინ მაგიდებზე დაეტევა პარლამენტის ყველა დეპუტატი თავმჯდომარის და მისი 1 მოადგილის გარდა. თუ შეუკვეთავენ ისეთ მაგიდებს, რომელზეც დაჯდება 9 დეპუტატი, მაშინ მაგიდებზე დაეტევა პარლამენტის ყველა დეპუტატი თავმჯდომარის და მისი 5 მოადგილის გარდა. თუ შეუკვეთავენ ისეთ მაგიდებს, რომელზეც დაჯდება 12 დეპუტატი, მაშინ მაგიდებზე დაეტევა პარლამენტის ყველა დეპუტატი პარლამენტის თავმჯდომარის და მისი 5 მოადგილის გარდა. იპოვეთ პარლამენტის წევრთა რაოდენობა, თუ ქუთაისში ერთ მაგიდასთან საქართველოს პარლამენტის 5 წევრი იჯდა და ადგილი ყველას ქონდა. (გაითვალისწინეთ, საქართველოში ჩატარდა საპარლამენტო რეფორმა და 250 დეპუტატიანი პარლამენტი შეამცირეს).

**ამოხსნა.** პირველ რიგში დავადგინოთ რამდენი წევრისგან შედგება საქართველოს პარლამენტი. ამოცანის პირობით საქართველოს პარლამენტის წევრთა რაოდენობა 250-ზე ნაკლებია. მეორეს მხრივ პარლამენტარების რაოდენობა ოთხზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 2-ს, მესამე მხრივ-9-ზე და 12 გაყოფისას ნაშთში იძლევა 6-ს. საქართველოს პარლამენტის წევრთა რაოდენობა შესაძლებელია ჩავწეროთ ასე:  $4k + 2$ ;  $9m + 6$ ;  $12n + 6$ . მარტივად არის შესაძლებელი სხვადასხვა ფორმით ჩაწერილ პარლამენტართა გამომსახველი რიცხვი წარმოვადგინოთ ერთი ფორმით. გვაქვს:

$$4k + 2 = 4(k - 1) + 6; \quad 9m + 6; \quad 12n + 6.$$

აქედან მარტივი დასადგენია, რომ საქართველოს პარლამენტის წევრთა რაოდენობა გამოისახება ასე:

$$36q + 6.$$

ე.ი. საქართველოს პარლამენტის წევრთა რაოდენობა 36-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 6. მაგრამ, ამოცანის პირობის ძალით ეს რიცხვი უნაშთოდ იყოფა 5-ზე. ვეძებთ  $q$ -ის მნიშვნელობა, როცა  $36q + 6$  რიხვი გაიყოფა 5-ზე და 250-ზე ნაკლებია. მარტივად დავადგენთ, რომ  $q = 4$ .

ე.ი. საქართველოს პარლამენტში 150 დეპუტატია.

**ამოცანა 2.** შავი ზღვის სანაპიროზე საქართველოს ტერიტორიულ წყლებში არგონავტების ეპოქის ჩამორულ კარაველაზე ოქროს მონეტებიანი ექვსი თავდახურული დოქი იპოვეს. პირველ ოთხ დოქში იყო 60, 30, 20 და 15 ოქროს მონეტა. როცა დანარჩენ ორ დოქშიც დათვალეს მონეტები, შენიშნეს, რომ დოქებში მონეტების რაოდენობა გარკვეულ კანონზომიერებას აკმაყოფილებდა. გამოიცანით რამდენი მონეტაა მეხუთე და მეექვსე დოქებში?

**ამოხსნა.** დოქებში მონეტების რაოდენობა არის 60-ის გამყოფები დალაგებული კლებადობით. ასე რომ, მეხუთე და მეექვსე დოქებში, სავარაუდოდ, შესაბამისად უნდა იყოს 12 და 10 ოქროს მონეტა.

**ამოცანა 3.** დათა თუთაშხია დუქანში შევიდა და მედუქნეს თხოვა 30 კაპიკად ღირებული 4 შეკვრა თუთუნი, 9 კოლოფი ვაზნები, რომლის ფასი დათამ არ იცოდა და 6 კოლოფი ასანთი, კოლოფი 2 კაპიკად, მისთვის ხურჯინში ჩაეწყო. მედუქნემ დაკვეთილი ყველა ნივთი დათას ხურჯინში ჩაუწყო და 6 მანეთი და 25 კაპიკის გადახდა მოთხოვა. დათამ მედუქნეს უთხრა, ანგარიში შეემოწმებინა. მედუქნემ ხელახლა

იანგარიშა, გადასახდელი თანხა გაასწორა და დათას ბოდიში მოუხადა. როგორ მიხვდა დათა თუთაშხია, რომ მედუქნე ატყუებდა? (გაითვალისწინეთ, რომ იმ პერიოდის 1 მანეთი 100 კაპიკი იყო).

**ამოხსნა.** დაკვირვებული თვალი მაშინვე შენიშნავს, რომ ის რაც დათამ დაუკვეთა ან 3-ის ჯერადია, ან ფასია 3-ის ჯერადი. რაც ნიშნავს, რომ გადასახდელი თანხაც 3-ის ჯერადი უნდა იყოს, მაგრამ ის 6 მანეთი და 25 კაპიკია, ანუ 625 კაპიკი, რომელიც 3-ზე არ იყოფა.

**ამოცანა 4.**  $a+1$  იყოფა 3-ზე. დაამტკიცეთ, რომ  $4+7a$  იყოფა 3-ზე.

**ამოხსნა.** ამოცანის პირობიდან  $a+1$  იყოფა 3-ზე. ცხადია 3-ზე იყოფა  $3+6a$ , რადგან  $3+6a=3(1+2a)$ . ცხადია, რომ 3-ზე გაიყოფა მათი ჯამიც,

$$a+1+3+6a=4+7a.$$

ანალოგიურად, თუ განვიხილავთ არა ჯამს, არამედ სხვაობას, ვაჩვენებთ, რომ თუ  $2+a$  და  $35-b$  იყოფა 11-ზე, მაშინ  $a+b$  იყოფა 11-ზე.

**ამოცანა 5.** ოთხი გამონათქვამიდან:  $a$  რიცხვი იყოფა 2-ზე;  $a$  რიცხვი იყოფა 4-ზე;  $a$  რიცხვი იყოფა 12-ზე;  $a$  რიცხვი იყოფა 24-ზე, სამი მართალია. რომელი გამონათქვამია მცდარი?

**ამოხსნა.** ცხადია, მცდარია ბოლო გამონათქვამი. თუ ის მართალი იქნებოდა, მაშინ მართალი იქნებოდა დანარჩენი სამიც.

**ამოცანა 6.** დათო გოგიტას უმტკიცებს, რომ იცის ისეთი ნატურალური  $n$  რიცხვი, რომ  $\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$  რიც-

ხვი მთელი არ არის. მართალია თუ არა დათო? თუ მართალია, რა რიცხვია ეს?

**ამოხსნა.** თუ გავამარტივებთ ჯამს, გვექნება:

$$\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}.$$

მივიღეთ სამი მომდევნო ნატურალური რიცხვის ნამრავლის ფარდობა 6-თან. მოსწავლეებმა იციან, რომ სამ მომდევნო ნატურალურ რიცხვს შორის ერთი რიცხვი აუცილებლად ან 3 იქნება, ან 3-ის ჯერადი, ხოლო დარჩენილი ორი რიცხვიდან ერთი მაინც ლუწია. ამიტომ მათი ნამრავლი 6-ის ჯერადია ნებისმიერი  $n$  ნატურალური რიცხვისათვის და დათო ტყუის.

**ამოცანა 7.** მაღაზიაში მოიტანეს 206 ლიტრი რძე 10 ლიტრიანი და 17 ლიტრიანი ბიდონებით. სულ რამდენი ბიდონი მიიტანეს მაღაზიაში?

**ამოხსნა.** უნდა ავიღოთ რამდენიმე 10-ის ტოლი შესაკრები და რამდენიმე 17-ის ტოლი შესაკრები, რომელთა ჯამია 206. აქ არსებითია, რომ ჯამის ბოლო ციფრი 6-ის ტოლი იყოს. 10 ლიტრიანი ბიდონების რაოდენობა ბოლო ციფრზე გავლენას ვერ ახდენს. დარჩა დავადგინოთ რამდენი უნდა იყოს 17 ლიტრიანი ბიდონები, რომ მათი ჯამური მოცულობა დამთავრდეს ციფრით 6. ცხადია, რომ 17 ლიტრიანი ბიდონების რაოდენობა უნდა მთავრდებოდეს რიცხვით 8. ე.ი. 17 ლიტრიანი ბიდონები უნდა იყოს ან 8, ან 18, ან 28 და ა.შ. მაგრამ, თუ ბიდონების რაოდენობა იქნება 18, მაშინ 17 ბიდონის მოცულობა 206 ლ-ზე მეტია. ე.ი. 17 ლიტრიანი ბიდონების რაოდენობაა 8 და მათი ჯამური მოცულობაა 136 ლიტრი, მაშინ 10

ლიტრიანი ბიდონების ჯამური მოცულობაა 70 ლიტრი, ამისათვის საჭიროა 7 ცალი 10 ლიტრიანი ბიდონი. ე.ი. სულ 15 ბიდონი.

**ამოცანა 8.** იპოვეთ ნამრავლის ბოლო ციფრი: ა) ყველა მარტივი რიცხვისა, რომლებიც არ აღემატება 1234; ბ) ყველა კენტი რიცხვის ნამრავლი, რომლებიც არ აღემატება 1234; გ) ყველა ლუწი რიცხვის ნამრავლი, რომლებიც არ აღემატება 1234;

**ამოხსნა.** ა) რადგან 2 და 5 მარტივი რიცხვებია და აკმაყოფილებენ ამოცანის პირობას, ამიტომ ამ მარტივი რიცხვების ნამრავლი ბოლოვდება 0-ით.

ბ) კენტი რიცხვების ნამრავლი ბოლოვდება ციფრით 5.

გ) რადგან 10 ლუწი რიცხვია, ამიტომ ლუწი რიცხვების ნამრავლი ბოლოვდება ციფრით 0.

**ამოცანა 9.** რამდენი ნულით მთავრდება რიცხვი  
 $2023! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 2022 \cdot 2023$

**ამოხსნა.** თუ 2023! დავშლით მარტივ მამრავლებად, მაშინ ამ რიცხვის ბოლოს 0-ების რაოდენობა ტოლი იქნება ამ დაშლაში 5-ის ხარისხების, რადგან  $10 = 2 \cdot 5$ , ხოლო 2-იანი დაშლაში შევა გაცილებით მეტი, ვიდრე ხუთიანი.

რადგან  $2023 = 5 \cdot 404 + 3$ , ამიტომ 1-დან 2023 რიცხვებს შორის ზუსტად 404 რიცხვი იყოფა 5-ზე. ანალოგიურად,  $2023 = 25 \cdot 80 + 23$ ,  $2023 = 125 \cdot 16 + 23$ ,  $2023 = 625 \cdot 3 + 148$ .

ეს ნიშნავს, რომ 80 რიცხვი იყოფა  $5^2$ -ზე, 16 რიცხვი იყოფა  $5^3$ -ზე და 3 რიცხვი იყოფა  $5^4$ -ზე, ეს ნიშნავს, რომ მარტივ მამრავლებად დაშლაში 5-ის ხარისხები შედის

$$404+80+16+3=503.$$

ამიტომ 2023 ბოლოვდება 503 ნულით.

**ამოცანა 10.** იყოფა თუ არა 10-ზე რიცხვი  $47^{30} + 39^{50}$ ?

**ამოხსნა.** რიცხვი  $47^{30}$  ბოლოვდება ციფრით 9, ხოლო რიცხვი  $39^{50}$  ბოლოვდება ციფრით 1. (დაამტკიცეთ) ეს ნიშნავს, რომ მათი ჯამი ბოლოვდება 0-ით, ამიტომ ის იყოფა 10-ზე.

**ამოცანა 11.** დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი 5 ნატურალური რიცხვის კვადრატებიდან ყოველთვის შეიძლება ავარჩიოთ ორი, რომელთა ჯამი ან სხვაობა იყოფა 10-ზე.

**დამტკიცება.** ნებისმიერი ნატურალური რიცხვის კვადრატი ბოლოვდება ციფრით: 0, 1, 4, 5, 6 და 9. თუ რიცხვების ხუთეულში არის ორი კვადრატი, რომლებიც ბოლოვდება ერთნაირი ციფრებით, მაშინ მათი სხვაობა ბოლოვდება 0-ით და იყოფა 10-ზე. თუ ყველა ხუთი რიცხვის კვადრატები განსხვავებულია, მაშინ მათ შორის აუცილებლად იქნება წყვილი (4, 6) ან წყვილი (1, 9). მაშინ მათი კვადრატების შეკრებით მივიღებთ 0-ით დაბოლოებულ რიცხვს, რაც ნიშნავს, რომ იყოფა 10-ზე.

**ამოცანა 12.** დათო და ტატო რიგრიგობით წერენ დაფაზე ექვსნიშნა რიცხვის ციფრებს. ჯერ დათო წერს პირველ რიცხვს, შემდეგ ტატო წერს მეორეს და ა.შ. ტატოს სურს, რომ მიღებული რიცხვი იყოფოდეს სამზე, ხოლო დათოს სურს მას ხელი შეუშალოს. რომელი მათგანი მიაღწევს სასურველ შედეგს მოწინააღმდეგის სვლების მიუხედავად?

**ამოხსნა.** დათომ როგორც არ უნდა დაწეროს ექვსნიშნა რიცხვის პირველი, მესამე და მეხუთე ციფრები. (იგულისხმება, რომ ექვსნიშნა რიცხვის პირველი ციფრი 0 არ არის), ტატოს ყოველთვის შეუძლია მოძებნოს ისეთი რიცხვი/რიცხვები, რომ მეექვსე ციფრად დაწეროს და მიღებული ექვსნიშნა რიცხვი გაიყოფა 3-ზე. მართლაც, ექვსნიშნა რიცხვის პირველი ხუთი ციფრისაგან შედგენილი ხუთნიშნა რიცხვის ან 3-ის ჯერადი იქნება, ან ნაშთში მოგვცემს ან 1-ს, ან 2-ს. თუ ექვსნიშნა რიცხვის პირველი ხუთი ციფრისაგან შედგენილი ხუთნიშნა რიცხვი 3-ის ჯერადია, მაშინ ტატოს შეუძლია მეექვსე ციფრად დაწეროს ან 0, ან 3, ან 6, ან 9. თუ ხუთნიშნა რიცხვი 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, მაშინ ტატომ მეექვსე ციფრად უნდა დაწეროს ან 2, ან 5, ან 8. თუ ხუთნიშნა რიცხვი 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 2-ს, მაშინ ტატო მეექვსე ციფრად დაწერს ან 1, ან 4, ან 7. ე.ი. ტატო მოიგებს ყოველთვის, როგორაც არ უნდა მოიქცეს დათო.

**ამოცანა 13.** რომ გავხსნათ სეიფი უნდა შევიყვანოთ შვიდნიშნა რიცხვიანი კოდი, რომელიც შედგება მხოლოდ ორიანებისა და სამიანებისაგან. კოდში ორიანების რაოდენობა სამიანების რაოდენობაზე მეტია, ხოლო კოდი იყოფა 3-ზეც და 4-ზეც. იპოვეთ კოდი.

**ამოხსნა.** რადგან სეიფის კოდი იყოფა 4-ზე, ამიტომ მისი ბოლო ორი ციფრია 32. რადგან ორიანები მეტია სამიანებზე, ამიტომ: ორიანები შეიძლება იყოს 4 და სამიანები 3. ამ შემთხვევაში კოდის ციფრთა ჯამია  $4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 17$  არ იყოფა 3-ზე. ასევე არ გამოდგება 5

ორიანი და 2 სამიანი. გამოდგება 6 ორიანი და 1 სამიანი. ე.ი. კოდია: 222232.

**ამოცანა 14.** პაპუნამ ჩაიფიქრა ნატურალური რიცხვი, შეკრიბა ამ რიცხვის 4-ზე, 6-ზე და 12-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთების ჯამი და მიიღო 19. იპოვეთ ნაშთი, რომელიც მიიღება პაპუნას ჩაფიქრებული რიცხვის 24-ზე გაყოფის შედეგად.

**ამოხსნა.** 4-ზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთები არ აღემატება 3-ს, 6-ზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთები არ აღემატება 5-ს, ხოლო 12-ზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთები არ აღემატება 11-ს, რადგან, მათი ჯამია 19, რაც მხოლოდ მაშინ არის შესაძლებელი, როცა სრულდება ტოლობა:

$$3 + 5 + 11 = 19.$$

რაც ნიშნავს, რომ ჩაფიქრებული რიცხვის 4-ზე გაყოფისას ნაშთში მიიღება 3, 6-ზე გაყოფისას-5, ხოლო 12-ზე გაყოფისას-11. რადგან ჩაფიქრებული რიცხვი 12-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 11-ს, ამიტომ ის 24-ზე გაყოფისას ნაშთში მოგვცემს ან ისევ 11-ს, ან 23-ს. მეორეს მხრივ, რადგან ჩაფიქრებული რიცხვი 6-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 5-ს, ამიტომ ის 24-ზე გაყოფისას ნაშთში მოგვცემს ან 5-ს, ან 11-ს, ან 17-ს, ან 23-ს. ასევე, რადგან ჩაფიქრებული რიცხვი 4-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 3-ს, ამიტომ ის 24-ზე გაყოფისას ნაშთში მოგვცემს ან 3-ს, ან 7-ს, ან 11-ს, ან 15-ს, ან 19-ს, ან 23-ს. ჩაფიქრებული რიცხვის 24-ზე გაყოფისას შესაძლო ყველა ნაშთების თანაკვეთას წარმოადგენს 11 და 23, რომლებიც ამოცანის ამონახ-

სნებიცაა. ე.ი. პაპუნას ჩაფიქრებული რიცხვის 24-ზე გაყოფის შედეგად მიიღება ნაშთი ან 11, ან 23.

**ამოცანა 15.** იპოვეთ უმცირესი რიცხვი, რომელიც 3-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, 4-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, 5-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, 6-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, 7-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს, 8-ზე გაყოფისას ნაშთში იძლევა 1-ს.

**ამოხსნა.** თუ საძიებელ რიცხვს გამოვაკლებთ 1-ს, მაშინ ის უნაშთოდ გაიყოფა 3-ზე, 4-ზე, 5-ზე, 6-ზე, 7-ზე და 8-ზე. ასეთი უმცირესი რიცხვი ტოლია

$$3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 = 840.$$

ე.ი. საძიებელი რიცხვია  $840 + 1 = 841$ . მართლაც,  
 $841 = 3 \cdot 280 + 1$ ;  $841 = 4 \cdot 210 + 1$ ;  $841 = 5 \cdot 168 + 1$ ;  
 $841 = 6 \cdot 140 + 1$ ;  $841 = 7 \cdot 120 + 1$ ;  $841 = 8 \cdot 105 + 1$ ;

**ამოცანა 18.** საახალწლოდ საბითუმო მაღაზიამ 6 სხვადასხვა ზომის თოვლის ბაბუა შემოიტანა. თითოეული ზომის თოვლის ბაბუების რაოდენობაა შესაბამისად: 15, 16, 18, 19, 20 და 31 ცალი. ორმა დისტრიბუტორმა მთლიანად შეიძინა 5 სხვადასხვა ზომის თოვლის ბაბუები, ამასთან ერთმა დისტრიბუტორმა ორჯერ უფრო მეტი რაოდენობის თოვლის ბაბუა შეიძინა, ვიდრე მეორემ. რამდენი თოვლის ბაბუა იყიდა თითოეულმა დისტრიბუტორმა და რამდენი თოვლის ბაბუა დარჩა საბითუმო მაღაზიაში?

**ამოხსნა.** ერთმა დისტრიბუტორმა იყიდა 2-ჯერ მეტი თოვლის ბაბუა, ვიდრე მეორემ, ამიტომ დისტრიბუტორების მიერ შეძენილი თოვლის ბაბუების რაოდენობა 3-ის ჯერადია. საბითუმო მაღაზიაში თითო-

ეული ზომის თოვლის ბაბუების რაოდენობის 3-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთები შესაბამისად ტოლია:

$$0 + 1 + 0 + 1 + 2 + 1 = 5 = 3 + 2.$$

რაც ნიშნავს, რომ საბითუმო მაღაზიაში დარჩენილი თოვლის ბაბუების რაოდენობის 3-ზე გაყოფისას ნაშთი უნდა იყოს 2. ასეთია მხოლოდ იმ ზომის თოვლის ბაბუები რომელშიც 20 ცალია. ეს იგივეა, რომ ორივე დისტრიბუტორმა საბითუმო მაღაზიიდან იყიდა:

$$15 + 16 + 18 + 19 + 31 = 99$$

თოვლის ბაბუა. ერთმა დისტრიბუტორმა იყიდა ორი სხვადასხვა ზომის თოვლის ბაბუა, რომელთა რაოდენობებია:

$$15 + 18 = 33.$$

მეორე დისტრიბუტორმა იყიდა სამი სხვადასხვა ზომის თოვლის ბაბუები, რომელთა რაოდენობებია:

$$16 + 19 + 31 = 66.$$

საბითუმო მაღაზიაში დარჩა 20 თოვლის ბაბუა.

**ამოცანა 19.** თუ ოთხნიშნა რიცხვს გამოვაკლებთ 6-ს, მაშინ ის გაიყოფა 7-ზე. თუ გამოვაკლებთ 10-ს, გაიყოფა 11-ზე, თუ გამოვაკლებთ 12-ს, გაიყოფა 13-ზე. იპოვეთ უმცირესი ასეთი რიცხვი.

**ამოხსნა.** თუ სამიეხელ ოთხნიშნა რიცხვს მივუმატებთ 1-ს, ის გაიყოფა 7-ზეც, 11-ზეც და 13-ზეც. ის გაიყოფა  $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$ -ზეც და  $7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 7007$ -ზეც. რადგან სამიეხელია უმცირესი ასეთი ოთხნიშნა რიცხვი, ამიტომ სამიეხელი რიცხვია:

$$1001 - 1 = 1000.$$

## §2.11. ინვარიანტების მეთოდი

ინვარიანტი მომდინარეობს ლათინური სიტყვიდან *invariants*, რომელიც ქართულად უცვლელს ნიშნავს. ინვარიანტი არის სიდიდე, რომელიც არ იცვლება ზოგიერთი გარდაქმნის ან ოპერაციის შედეგად. მაგალითად, ფიგურის ნაწილებად დაჭრით და შემდეგ ამ ნაწილების ადგილების გადანაცვლებით ფიგურის ფართობი უცვლელი რჩება. ინვარიანტები გამოიყენება, რათა დაამტკიცონ, რომ განსაზღვრული მდგომარეობის დაკავება საწყისი მდგომარეობიდან მითითებული დასაშვები გარდაქმნების გამოყენებით შეუძლებელია. ზოგჯერ განიხილავენ ნახევარიანტებსაც-ეს არის ისეთი სიდიდე, რომლებიც იცვლება მონოტონურად, ან მხოლოდ იზრდება, ან მხოლოდ მცირდება ოპერაციების შესრულებისას.

ინვარიანტებს იყენებენ ისეთი ამოცანების ამოხსნისას, რომლებიც უკავშირდება რიცხვების ლუწობის (კენტობის) დადგენას, გაყოფადობისას მიღებულ ნაშთებს, გადანაცვლებებს, გეომეტრიული სხეულების შეღებვებს და სხვ.

ინვარიანტებზე ამოცანების ამოსახსნის პრინციპი მდგომარეობს შემდეგში: უნდა გავარკვიოთ ის, რაც არ იცვლება იმ გარდაქმნების დროს, ამოცანის პირობებში აღწერილი გარდაქმნების დროს.

განვიხილოთ დაწყებითი კლასების რამდენიმე მათემატიკური ამოცანა ინვარიანტების გამოყენებით.

**ამოცანა 1.** მაგიდაზე დევს 5 ცალი 1 ლარიანი გერბით ზემოთ. ერთ სვლაზე ნებადართულია ნებისმიე-

რი ორი 1 ლარიანი გადავებრუნოთ და დავდოთ საფასურით ზემოთ. შესაძლებელია თუ არა რამდენიმე სვლის შემდეგ ყველა 1 ლარიანი მაგიდაზე იდოს საფასურით ზემოთ?

**ამოხსნა.** იმისათვის, რომ მაგიდაზე ყველა 1 ლარიანი მონეტა იდოს საფასურით ზემოთ, ამისათვის ყველა 1 ლარიანი მონეტა ან ერთხელ, ან სამჯერ, ან ხუთჯერ და ა.შ. კენტ რიცხვჯერ უნდა გადავებრუნოთ. რადგან მაგიდაზე 5 მონეტა დევს. ე.ი. მაგიდაზე კენტი რაოდენობის მონეტებია და ყველა მონეტა მაგიდაზე საფასურით ზემოთ რომ იდოს უნდა შევასრულოთ მონეტების კენტი რაოდენობის გადებრუნება. თუმცა, ყოველ სვლაზე ჩვენ ნებადართული გვაქვს გადავებრუნოთ 1 ლარიანი ლუწი რაოდენობის მონეტები. ამიტომ, შეუძლებელია, რამდენიმე სვლის შემდეგ 5 მონეტა მაგიდაზე იდოს საფასურით ზემოთ.

**ამოცანა 2.** დევმა ნაცარქექია დაიჭირა და მისი შეჭმა გადაწყვიტა, ნაცარქექიამ მოითხოვა დევების სასამართლო, რომელზეც გადაწყვეტილებას ცხრა დევი მოსამართლე ხმების უმრავლესობით იღებს. მოსამართლე დევებმა ნაცარქექიას უთხრეს, თუ ის ისეთ რამეს გააკეთებს, რის გაკეთებასაც დევი მოსამართლეები ვერ შეძლებენ, მაშინ გაათავისუფლებენ, თუ არა და დევი შეგჭმსო. ნაცარქექიამ გუდიდან ფურცელი და ფანქარი ამოიღო, ფურცელზე დაწერა რიცხვი 4 და მოსამართლე დევებს უთხრა: ფურცელზე მე დავწერე რიცხვი. თითოეულმა თქვენგანმა რიგ-რიგობით უნდა გადაშალოს ფურცელზე დაწერილი რიცხვი და მის ნაცვლად დაწეროს რიცხვი, რომელიც გა-

დაშლილი რიცხვზე ან ერთით მეტი იქნება ან ერთით ნაკლები. თუ ბოლოს მიღებული რიცხვი იქნება 0, მაშინ შემჭამოს დევმა, თუ ვერ მიიღებთ 0-ს, მაშინ გამათავისუფლეთ. მოსამართლე დევები დათანხმდნენ. გადარჩება თუ არა ნაცარქექია დევების შეჭმას?

**ამოხსნა.** მას შემდეგ, რაც პირველი დევი მოსამართლე გადაშლის ფურცელზე დაწერილ რიცხვს-4 და დაწერს ერთით მეტი ან ერთით ნაკლებ რიცხვს, შეიცვლება ფურცელზე დაწერილი რიცხვი ან 5-ით ან 3-ით. ფურცელზე დაწერილი რიცხვი გახდება კენტი. შემდეგ მეორე დევი მოსამართლე გადაშლის კენტ რიცხვს და დაწერს ან 6-ს, ან 4-ს. ე.ი. ლუწ რიცხვს და ა.შ. მეცხრე მოსამართლე გადაშლის ფურცელზე დაწერილ ლუწ რიცხვს დაწერს კენტ რიცხვს. რაც ნიშნავს, რომ რიცხვი 0-ი არ შეიძლება მიღებული იქნეს. ე.ი. ნაცარქექია დევების შეჭმას გადარჩება.

**ამოცანა 3.** გაფუჭებული კალკულატორი ასრულებს მხოლოდ სამი სახის ოპერაციას: ამატებს 8-ს, აკლებს 6-ს და ამრავლებს 3-ზე. შესაძლებელია თუ არა ამ კალკულიატორით 14-დან მივიღოთ 15?

**ამოხსნა.** ყურადღება მივაქციოთ იმას, რომ თავიდან მოცემული გვაქვს ლუწი რიცხვი 14, რომელსაც შეიძლება დავუმატოთ ან გამოვაკლოთ ისევ ლუწი რიცხვი 6 ან 8, შედეგად კვლავ მივიღებთ ლუწ რიცხვს, რამდენჯერაც არ უნდა გავიმეოროთ შეკრების ან გამოკლების ოპერაციები. კალკულიატორით შესაძლებელია აგრეთვე 3-ზე გამრავლებაც, მაგრამ 3-ზე ყოველთვის მრავლდება ლუწი რიცხვი, რის შედეგადაც კვლავ მიიღება ლუწი რიცხვი. ლუწობა ამ ამოცა-

ნაში წარმოადგენს ინვარიანტს. ცხადია, რომ ლუწი რიცხვების შეკრების, გამოკლების და გამრავლების ოპერაციების შედეგად კენტი რიცხვი არ მიიღება. მაშასადამე, 15-ს ვერ მივიღებთ.

**ამოცანა 4.** დაფაზე დაწერილია 1012 ნულიანი და იმდენივე ერთიანი. ერთ სვლაზე ნებადართულია ორი ერთნაირი რიცხვის შეცვლა 0-ით ან ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული რიცხვის შეცვლა 1-ით. რა რიცხვი დარჩება დაფაზე 2023 სვლის შემდეგ?

**ამოხსნა.** დაფაზე დაწერილია 1012 ერთიანი და 1012 ნულიანი ყველა რიცხვის ჯამი არის 1012, ანუ ლუწი. იცვლება თუ არა სისტემის ლუწობა ოპერაციების შესრულებისას? არ იცვლება. მართლაც, ორი ერთნაირი რიცხვის შეცვლა შესაძლებელია 0-ით. ამ დროს შეცვლილი რიცხვების ჯამია ან 0, ან 2, ე.ი. 0-ით იცვლება ან 0 ან 2. ე.ი. დაფაზე დაწერილი რიცხვებისაგან შედგენილი სისტემა დარჩა კვლავ ლუწი. ანალოგიურად, დაფაზე დაწერილ 0 და 1-ის შეცვლა შეიძლება 1-ით. აქაც, ასეთი შეცვლის შემდეგ დაფაზე დაწერილი რიცხვების სისტემა რჩება კვლავ ლუწი. 2023 სვლის შემდეგ დაფაზე 1 ვერ დარჩება, რადგან ის კენტი რიცხვია, ე.ი. დაფაზე დარჩება 0.

ამ ამოცანაში 0-ის და 1-ის ეს რაოდენობები საკმაოდ ბევრია, რომელთა რაოდენობა და განსახორციელებელი სვლები ამ შემთხვევაში სიმბოლურ დატვირთვას ატარებს, რადგან 2023 ახალი წელია და პატივისცემა გამოვხატეთ ახალი წლის მიმართ. აქ შეიძლება 0-ების და 1-იანების ნებისმიერი რაოდენობა

ავილოთ და ვისაუბროთ მიღებული სისტემის ლუწო-  
ბაზე/კენტობაზე.

**ამოცანა 5.** საბავშვო ბაღში საკიდზე ჩამოკიდებულია 10 პალტო. შესვენებაზე 15 ბავშვი მორიგეობით მივიდა საკიდთან და თითოეულმა ან აიღო ან ჩამოკიდა ერთი პალტო. შეიძლება თუ არა ბავშვების წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩეს 6 პალტო?

**ამოხსნა.** პირველი ბავშვი საკიდზე ან დაკიდებს ან ჩამოხსნის პალტოს. თუ დაკიდა პალტო, მაშინ საკიდზე პალტოების რაოდენობა გახდება 11, ხოლო საკიდთან მისასვლელი ბავშვების რაოდენობა 14. მათი ჯამი იქნება 25. თუ ჩამოხსნა პალტო, მაშინ პალტოების რაოდენობა გახდება 9, საკიდთან მისასვლელი ბავშვების რაოდენობა 14. მათი ჯამიც კენტი-23 და ა.შ. ე.ი. სისტემის-საკიდზე პალტოების რაოდენობას დამატებული საკიდთან მისასვლელი ბავშვების რაოდენობა-კენტობა არ იცვლება. ეს ნიშნავს, რომ ბოლო მე-15 ბავშვის წასვლის შემდეგ საკიდზე დარჩენილი პალტოების რაოდენობა იქნება კენტი. რადგან 6 ლუწი რიცხვია, ამიტომ საკიდზე 6 პალტო არ დარჩება.

**ამოცანა 6.** გვაქვს ჭადრაკის დაფის მსგავსი დაფა ზომით  $100 \times 100$ -ზე და ჭადრაკის მხედარის მსგავსი ფიგურა „კენგურუ“, რომელიც აკეთებს საჭადრაკო მხედრის მსგავს სვლას: ჯერ გადაადგილდება მეზობელ უჯრაში და შემდეგ არჩეული მიმართულების მართობულად ხუთი უჯრით. საადრაკო მხედარი აკეთებს (1,2) სახის სვლას, ხოლო „კენგურუ“ (1, 5) სახის სვლას. შესაძლებელია თუ არა „კენგურუს“ სვლების

სასრული რაოდენობის შემდეგ დაფის რომელიმე უჯრიდან მოვხვდეთ მის რომელიმე მეზობელ უჯრაში?

**ამოხსნა.** განვიხილოთ  $100 \times 100$  ზომის დაფა, რომელიც საჭადრაკო დაფის მსგავსად შედგებილია შავ და თეთრ ფერებში. ადვილი შესამჩნევია, რომ „კენგურუ“ ყოველი სვლით გადადის ერთი ფერის უჯრიდან იმავე ფერის უჯრაში. ე.ი. უჯრის ფერი, რომელზეც დგას „კენგურუ“-ინვარიანტია. მაგრამ, რადგან საჭადრაკო დაფის მსგავსი დაფის ორი მეზობელი უჯრა სხვადასხვა ფერისაა, ამიტომ ერთი ფერის უჯრიდან მეორე ფერის უჯრაზე „კენგურუ“ ვერ გადავა.

**ამოცანა 7.** მერაბის მათემატიკის მასწავლებელმა დღიურში 5 ჩაუწერა. მერაბის არ უნდა ეს მისმა მშობლებმა გაიგონ და დღიური 4 ნაწილად დახია. შემდეგ ნახევებიდან რამდენიმე კიდეც 4 ნაწილად დახია, შემდეგ ნახევებიდან ზოგი კიდეც 4 ნაწილად დახია და ა.შ. დედამ იპოვა მერაბის მიერ დახეული დღიურის 20 ნაწილი. დახეული დღიურის ყველა ნახევი იპოვა დედამ?

**ამოხსნა.** გავარკვიოთ რამდენი ნახევი შეიძლება მიეღო მერაბს დღიურის დახევით. თავიდან მერაბმა დახია დღიური 4 ნაწილად. თუ მან შემდეგ დახია 4 ნაწილად ერთი დახეული ნაწილი, მაშინ მიიღებდა  $4+3=7$  ნახევს. თუ ის გააგრძელებს ნახევების დახევას კვლავ 4 ნაწილად, მიიღებს  $4+6=10$ ,  $4+9=13$ ,  $4+12=16$ ,  $4+15=19$ ,  $4+18=22$  ნახევს და ა.შ. ნახევების რაოდენობა შეიძლება იყოს: 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... ე.ი. დედამ ვერ იპოვა მერაბის დღიურის ყველა ნაწილი.

### III თავი

## საქართველოზე მათემატიკური ამოცანების სისტემები და მათი შედგენა დაწყებით კლასებში

### §3.1. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ეკოლოგიაზე, მის დაცვაზე და ასეთი ამოცანების სისტემა

მათემატიკის გაკვეთილებზე შესაძლებელია ეკოლოგიური შინაარსის სხვადასხვა სახის მათემატიკური ამოცანების გამოყენება. შეიძლება იყოს სხვადასხვა სახის ტექსტური ამოცანები, მაგალითად, მიწაზე, ჰაერში და წყალზე მოძრაობაზე, პროცენტებზე, მინარევებზე და სხვ. ამოცანების მონაცემები შეძლება შეიცავდეს ცხოველთა, ფრინველთა, თევზების და სხვა წყლის ცხოველების ცურვის სიჩქარეებს, რიგხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობათა გამოთვლას ზეპირად ან/და წერილობით და სხვ. ამოცანების სახეების ასეთნაირად შერჩევა საშუალებას აძლევს მასწავლებელს მრავალფეროვანი გახადოს მათემატიკის გაკვეთილები. ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკურ ამოცანები უნდა შეიცავდეს რეალურ მონაცემებს მცენარეთა და ცხოველთა სამყაროდან, რაც ეხმარება მოსწავლეებს გაეცნონ და შეისწავლონ ახალი ფაქტები გარე სამყაროს შესახებ, რაც თავის მხრივ მოსწავლეებში აღძრავს ინტერესს მათემატიკის შესწავლისადმი.

როცა მასწავლებელი ეკოლოგიურ ამოცანებს იხილავს მათემატიკის გაკვეთილებზე, მაშინ გაკვეთი-

ლის ჩატარების ფორმა დაწყებით კლასებში შეიძლება სხვადასხვანაირი იყოს. მაგალითისათვის, მოვიყვანოთ ისეთი მათემატიკური გაკვეთილის სცენარი, რომელზეც მასწავლებელი მოაწყობს ბლიც-ტურნირს ეკოლოგიური ამოცანებით.

მასწავლებელი კითხულობს ამოცანას, მას დაფაზე უწერია რამდენიმე სავარაუდო პასუხი, რომლებიც ტექსტური დავალების მსგავსად აღნიშნულია ასოებით: ა, ბ, გ, დ, და ა.შ. ასეთივე ასოები აწერია ყველა მოსწავლისათვის დარიგებულ ბარათებს. ამოცანის კითხვის დასმის შემდეგ მოსწავლეებისგან ამოცანის კითხვაზე პასუხის გაცემა ხდება მათ მიერ იმ ბარათის მაღლა აწევით, რომელზეც მათი აზრით სწორი პასუხი წერია. მასწავლებელმა კლასში შეიძლება განიხილოს ასეთი სახის ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანები.

**ამოცანა 1.** ნავთობის ავარიულად დაღვრით ოკეანეებში, ზღვებში და მდინარეებში წელიწადში მსოფლიოში 1000000 წყლის ფრინველის იღუპება. სულ რამდენი წყლის ფრინველი მოკვდა ნავთობის ავარიული დაღვრით ბოლო 5 წელიწადში?

**ამოცანა 2.** ყოველ წელს შავ ზღვაში ნაგვის სახით ხვდება 120 000 ტ გადამუშავებული ზეთი, 600 000 ტ გადამუშავებული ქიმიური მრეწველობის ნარჩენები და 100 ტ ვერცხლისწყალი. რამდენი ტონა მავნე ნივთიერება ხვდება შავ ზღვაში 1 წელში?

**ამოცანა 3.** 1 კგ ასკილი შეიცავს 20 გ C ვიტამინს. რამდენი გრამი C ვიტამინია 10 კგ ასკილში?

**ამოცანა 4.** ტროპიკული ტყეების ფართობი ყოველწლიურად მცირდება 14 000 000 ჰექტარით. რამდენი ჰექტარით შემცირდა ტროპიკული ტყე ბოლო 10 წელში?

**ამოცანა 5.** ბუ დღეში 13 თავგს ჭამს. რამდენ თავგს შეჭამს ბუ ერთ კვირაში?

**ამოცანა 6.** წიწკანა ზაფხულის ერთ დღეში ბუდეში 400-ჯერ მიფრინდება. რამდენჯერ მიფრინდება წიწკანა ბუდეში 5 დღეში?

**ამოცანა 7.** საქართველოს ტყეებში ღვია 2000 წელს ცოცხლობს, ფიჭვი-600 წელს. რამდენი წლით მეტი ცოცხლობს ღვია ფიჭვზე?

**ამოცანა 8.** მეგრული არყის ხე ცოცხლობს 400 წელი, ხოლო ცირცელი-100 წელი. რამდენჯერ მეტს ცოცხლობს მეგრული არყის ხე ცირცელზე?

**ამოცანა 9.** ლურჯი ვეშაპის სიგრძე 32 მეტრია. პოლარული მედუზას სიგრძე 7 მეტრით ნაკლებია. რა სიგრძისაა პოლარული მედუზა?

როცა მასწავლებელი მოსწავლეებთან განიხილავს ყველა ამოცანის ამოხსნას, შემდეგ თხოვს მოსწავლეებს უპასუხონ შემდეგ კითხვებს:

რა ტიპის ამოცანები შეგხვდათ? (ორი ან მეტი რიცხვის ჯამის პოვნა; ორი რიცხვის ნამრავლის პოვნა; რიცხვის რამდენიმე ერთეულით გადიდება/შემცირება. ორი რიცხვის განაყოფის პოვნა და სხვ.)

შეადგინეთ განხილულის მსგავსი სხვადასხვა სახის ეკოლოგიური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანები რიცხვების ჯამის/სხვაობის პოვნაზე, რიცხვების ნამრავლის/განაყოფის პოვნაზე და სხვ.

## ზეპირი ანგარიში

**ამოცანა 10.** მიწის ხოჭო დღეში 30-მდე მავნებელს ანადგურებს. რამდენი მავნებლის განადგურება შეუძლია მას ორ დღეში? 5 დღეში?

მიწის ხოჭო იცავს მცენარეებს მავნებლებისაგან და სარგებლობა მოაქვს სოფლის მეურნეობისთვის. მიწის ხოჭოების ზოგიერთი სახეობა დაცვის მიზნით შეყვანილია წითელ წიგნში.

საქართველო ეგზოტიკური ცხოველებით, ფრინველებით, მცენარეებით, თევზებით არც თუ ისე მდიდარია. მოსწავლეები დაინტერესებული არიან და იძიებენ ასეთი ცხოველების, ფრინველების, მცენარეების, თევზების და სხვ. შესახებ ინფორმაციებს. მასწავლებელმა ხელი არ უნდა შეუშალოს მოსწავლეებს, პირიქით, მოსწავლეთა ასეთი დაინტერესების შემთხვევაში უნდა შეთავაზოს ისეთი ამოცანები, რომლებიც ამ თემასთან მჭიდრო კავშირშია. განვიხილოთ ასეთი შინაარსის რამდენიმე ამოცანა.

**ამოცანა 11.** შეასრულეთ მითითებული მოქმედება, მიღებული რიცხვები დაალაგეთ კლებადობით და გამოიცნობთ თევზის სახელს, რომელსაც ინდოელები მცოცავს ეძახიან:

$$6 + 5 = \dots \text{ (ა)}$$

$$7 + 8 = \dots \text{ (ბ)}$$

$$12 - 6 = \dots \text{ (გ)}$$

$$29 - 5 = \dots \text{ (დ)}$$

$$23 - 19 = \dots \text{ (ე)}$$

$$8 + 9 = \dots \text{ (ვ)}$$

$$24 - 8 = \dots \text{ (ზ)}$$

თუ მიღებულ რიცხვებს დავალაგებთ კლებადობით, გვექნება: 24, 17, 16, 15, 11, 6, 4. მისი შესაბამისი სიტყვაა-ანაბასი.

შემდეგ, როცა მოსწავლეები გაერკვნენ თუ რომელ თევზს ეძახიან ინდოელები მცოცავს, მასწავლებელი აწვდის ამ თევზის შესახებ ინფორმაციას მოსწავლეებს. კერძოდ:

მცოცავი თევზი ინდოეთის ტბებში ბინადრობს. წვიმის დროს ის ხშირად წყლიდან გადმოდის ხმელეთზე საკვების სამიებლად. თევზი ცოცვით გადის ასობით მეტრს. როცა მდინარეებში წყალი მცირდება ან წყალი შრება, მცოცავი თევზი ძვრება სილაში და იქ იზამთრებს. კარგი იქნება, მასწავლებელი 1-2 წუთიან ვიდეოსაც თუ აჩვენებს მოსწავლეებს მცოცავი თევზის შესახებ.

**ამოცანა 12.** გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობები, დაალაგე ზრდადობის მიხედვით რიცხვები და გაიგებთ რომელი თევზების ეშინიათ ნიანგებსაც კი?

$$2 + 7 + 6 = \dots \text{ (ა)}$$

$$13 - 5 + 9 = \dots \text{ (რ)}$$

$$7 + 8 + 6 = \dots \text{ (პ)}$$

$$15 + 8 - 4 = \dots \text{ (ო)}$$

$$16 - 9 + 6 = \dots \text{ (ნ)}$$

$$5 + 8 - 7 = \dots \text{ (ი)}$$

$$21 - (19 - 2) = \dots \text{ (ა)}$$

თუ მიღებულ რიცხვებს დავალაგებთ ზრის მიხედვით, გვექნება: 21, 19, 17, 15, 13, 6, 4. მისი შესაბამისი სიტყვაა: პირანია.

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა აუხსნას, რომ ამ თევზებს სახელი პირანია პორტუგალიელებმა შეარქეს და პორტუგალიურად პირანია ნიშნავს პირატს, მეკობრეს. ერთი შეხედვით პირანია უწყინარ თევზს გავს, მაგრამ მას ძლიერი, ბუდდოგის მსგავსი ყბები და ბასრი კბილები აქვს. პირანიას შეუძლია მყისიერად კბილებით გადაჭრას ცერა თითის სიმსხო ჯოხი. პირანიები არც ადამიანის თითზე ამბობენ უარს, ისინი ადამიანებსაც ესხმიან თავს. თუ პირანიების ქარავანი თავს დაესხა მოცურავე ღორს ან ხარს, მისგან რამდენიმე წუთში მხოლოდ ძვლების გროვა რჩება. ნიანგებიც კი უფრთხიან და ეშინიათ მათი. პირანიების ხორცი გემრიელია და საკვებად ვარგისია, მაგრამ მათი დაჭერისას სიფრთხილეა საჭირო. მოსწავლეებს შესაძლოა პირანიები უნახავთ აკვარიუმებში, სადაც ისინი აგრესიულები აღარ არიან, მაგრამ მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ უმჯობესია იმ აკვარიუმში, რომელშიც პირანია ან პირანიებია, ხელი არ ჩაყოფ.

**ამოცანა 13.** გამოთვალეთ

$$20-6-10+8-9+18+10=...(31.)$$

გამოსახულების მნიშვნელობა და გაიგებთ რომელი თევზი ბინადრობს ბრაზილიის მდინარეებში?

ზვიგენი - 17;

კობრი - 28;

სამხრეთ ამერიკული თევზი ფოთოლი -31.

გამოსახულების რიცხვითი მნიშვნელობაა 31, ე.ი. ეს თევზია სამხრეთ ამერიკული თევზი ფოთოლი.

ეს უცნაური სამხრეთამერიკული თევზი ფოთოლი ბინადრობს ბრაზილიის მდინარეებში. მისი სხეული

ფოთოლივით ბრტყელია, ცხვირი ფოთლის ყუნწს მიუგავს, გვერდებზე კი ფოთლის მსგავსად ნაჭდევეები აქვს. ის როგორც ხმელი ფოთოლი, ისე ცურავს-მიყვება მდინარის დინებას. ეს თევზი მტაცებლებს ერევათ ფოთოლში და არ ეხებიან. ფოთლის ფორმა თევზს თვითგადარჩენის ინსტიქტის გამო აქვს მიღებული თუ სხვა რაიმე მიზეზია, ცნობილი არ არის.

**ამოცანა 14.** გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობები, დაალაგე ზრდადობის მიხედვით რიცხვები და გაიგებთ რომელია მსოფლიოში ყველაზე პატარა თევზი?

$$40 + (5 + 4) = \dots \text{ (დ)}$$

$$60 - (11 - 9) = \dots \text{ (ა)}$$

$$(58 - 8) - 3 = \dots \text{ (ნ)}$$

$$(80 + 9) + 1 = \dots \text{ (ო)}$$

$$28 - (12 - 6) = \dots \text{ (ბ)}$$

$$(70 - 1) - 9 = \dots \text{ (კ)}$$

$$19 - (8 + 7) = \dots \text{ (პ)}$$

თუ მიღებულ რიცხვებს დავალაგებთ ზრდადობით, გვექნება: 4, 22, 47, 49, 58, 60, 90. მისი შესაბამისი სიტყვაა: პანდაკი.

ეს თევზი ჭიანჭველას ზომისაა. იყო დრო, როდესაც ამერიკაში მოდად შემოვიდა და მისი მიმდევრები ატარებდნენ ბროლის მიკროაკვარიუმის საყურეებს, რომლებშიც პანდაკის თევზები ცურავდნენ. ალბათ არც თუ ისე სასიამოვნო სანახავი იქნება ბროლის მიკროაკვარიუმები ყურებზე, რომელშიც რამდენიმე პანდაკის თევზია, მაგრამ მოდა ზოგჯერ მსხვერპლსაც მოითხოვს.

**ამოცანა 15.** გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობები. მიღებული პასუხებიდან აირჩიეთ უმცირესი რიცხვი და გაარკვევთ, რომელ თევზს უმახიან წყლის მელას.

ლოქო:  $84 + 2 - 40$ ;

ქარიელაპია:  $16 + 34 - 7$ ;

კობრი:  $75 - 5 - 30$ .

კობრი საქართველოშიც ფართოდაა გავრცელებული და ქართველი მეთევზეებიც კარგად იცნობენ ამ თევზის ფსიქიკას. ის მელასავით ცბიერი თევზია. მას მეთევზეები წყლის მელასაც ემახიან. გამოცდილ მეთევზეებს ხშირად უნახავთ, როგორ იპარება ბადეში დაჭერილი კობრი, ვიდრე მეთევზე მას ამოიყვანდეს ბადიდან-კობრი გონებამახვილურად ახდენს ბადის ქვედა კიდის აწევას და გამოძვრება ბადედან. აღწერილია შემთხვევები, როცა კობრი მოხვდა მეთევზის ბადეში, მან თავისი ბასრი კბილებით გაჭრა ბადე და გაიქცა.

**ამოცანა 6.** გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულებების მნიშვნელობები. მიღებულ პასუხებს შორის რომელიც დაემთხვევა თევზის სახეობის გასწვრივ დაწერილ რიცხვს, ის იქნება თევზის ჯიში, რომელიც იცვლის ფერს.

ქარიელაპია - 15;

ლოქო - 29;

კამბალა - 18.

$$1 + 9 + 5 + 46 - 15 + 5 - 50 + 17 + 11 - 20 = \dots(9);$$

$$68 + 2 + 27 - 7 - 15 - 20 - 6 - 19 + 7 - 11 + 4 = \dots(40);$$

$$70 + 14 + 6 - 30 - 15 - 30 - 8 + 6 + 9 - 12 + 8 = \dots(18)$$

რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა დაემთხვა კამბალას გასწვრივ დაწერილ რიცხვს. ე.ი, ეს თევზი კამბალაა.

კამბალას შეუძლია სწრაფად შეცვალოს ფერი. მეცნიერებმა ჩაატარეს ექსპერიმენტი: მათ ჭადრაკის დაფა ჩადეს აკვარიუმში, რომელშიც კამბალა იყო. ცოტა ხანში თევზი გახდა შავ-თეთრი. ფერის ცვალების გამო კამბალას ზოგჯერ ზღვის ქამელეონსაც უწოდებენ. კამბალას თევზი ძალიან გემრიელია. კამბალა განეკუთვნება ზღვის თევზების კატეგორიას, ის შავ ზღვაში არა მარტო ბინადრობს, არამედ მისი ერთი სახეობა შავი ზღვის კამბალას სახელითაა ცნობილი.

**ამოცანა 17.** იცით, როგორი ნივთებია ნაპოვნი ქარიყლაპიას მუცელში?

ქარიყლაპია ფანტასტიკურად ხარბია. მის მუცელში თევზების გარდა ნაპოვნია თაგვები, ვირთხები, მცირე და საშუალო ზომის ფრინველები, ასევე საათები, მონეტები და სხვ. როგორც ჩანს, მტაცებელი სიჩქარეში ბრჭყვიალა ნივთებს თევზის მზინავ ქერცლებს ამსგავსებს და ყლაპავს.

### **ეკოლოგიური შინაარსის ტექსტურ ამოცანათა სისტემა**

1. დაზიანებული მიწის ფენის ბუნებრივი აღდგენა ძალიან ნელა მიმდინარეობს. მაგალითად, ბუნებრივად რომ აღდგეს დაზიანებული 1 სმ მიწის ფენა, საჭიროა ერთი საუკუნე. მოვარდნილმა ღვარცოფმა მინდვრის 13 სმ-იანი ფენა ჩამორეცხა. რამდენ წელში აღდგება დაზიანებული მიწის საფარი ბუნებრივად?

მიწის ფენის აღდგენის კიდევ სხვა რა საშუალებებს იცნობთ? გაგვიზიარეთ თქვენი აზრი.

2. ტყეებში ზაფხული-შემოდგომის პერიოდში ტარდება შერჩევითი სანიტარული ხეების ჭრა. რეინჯერები მონიშნავენ, ზეზეულად ხმელ ხეებს, რომლებსაც შემდგომ ჭრიან, ხერხავენ სამასალედ ან საშემედ და სპეციალურ საქმიან ეზოებში ასაწყობებენ. რის შემდეგაც ხდება მათი მოსახლეობისათვის მიყიდვა, თუ ჩუქება. ტყისმცველმა ტყეში მონიშნა მოსაჭრელი ზეზეულად გამხმარი 120 ხე. ამ ხეებიდან 49 ძირი ხე მოჭრეს. რამდენი ძირი ხე დარჩა მოსაჭრელი?

3. ციყვმა საზამთროდ 109 ცალი გირჩი მოიმარაგა. დეკემბერში მან 23 გირჩი შეჭამა. კიდევ რამდენი გირჩი დარჩა ციყვს ზამთრისათვის? რა იცი ციყვების შესახებ? მოგვიყევი ჩვენც.

4. 120 გ ასკილი შეიცავს იმდენ C ვიტამინს, რაც საკმარისია ადამიანისათვის ერთი თვის მანძილზე. C ვიტამინის დღიურ ნორმას შეიცავს 30 გრამი შავი მოცხარიც. დღეში რამდენი გრამით მეტი შავი მოცხარია საჭირო, ვიდრე ასკილი, რომ ადამიანმა მიიღოს C ვიტამინის დღიური ნორმა? რატომ უნდა მიიღოს ადამიანმა C ვიტამინი? რის პრევენციას ახდენს? თქვენ იღებთ? ასკილისა და შავი მოცხარის გარდა კიდევ რომელი მცენარეების ნაყოფი შეიცავს დიდი რაოდენობით C ვიტამინს?

5. იმისათვის, რომ კედრის კაკალი დამწიფდეს 2 წელი და 3 თვეა საჭირო. კედრის კაკლის რამდენი მოსავლის აღება შეიძლება 108 თვეში? რისთვის იყე-

ნებენ კედრის კაკალს? თქვენს ოჯახში აწუხებს ვინ-მეს რადიკულიტი? რით მკურნალობს?

6. 1 კილოგრამი ბამბის ზეთის გამოსახდელად საჭიროა 4 კილოგრამი ბამბა. რამდენი ბამბის ზეთს გამოწურავენ 72 კილოგრამი ბამბიდან? რაში გამოიყენება ბამბის ზეთი? კიდევ რა იცით ბამბის შესახებ?

7. სარელიზაციოდ გადამუშავებული ბამბის მისაღებად საჭიროა 2-ჯერ მეტი გადასამუშავებელი ბამბის ბოჭკო. რამდენი გადასამუშავებელი ბამბის ბოჭკოა საჭირო 85 სარელიზაციოდ გამზადებული ბამბის მისაღებად?

8. ბაკურიანში ერთ წელში ერთი ჰა ტყიდან მიწაზე 2 ტონა წიწვი, ტოტი, გირჩები და ხის ქერქი ცვივა. რამდენი ტონა წიწვი, ტოტი, გირჩები და ხის ქერქი ცვივა 3 ჰა ტყიდან მიწაზე 18 თვეში?

9. ხეები გამოყოფენ არომატულ ნივთიერებას, რომელსაც ფიტნოციდს უწოდებენ. ფიტნოციდი ანადგურებს ბაქტერიებს. მეგრული არყის ხე დღე-ღამეში გამოყოფს 3 კგ ფიტნოციდს, ხოლო ქართული ფიჭვი ერთ დღე-ღამეში არყის ხეზე 10-ჯერ მეტ ფიტნოციდს. რამდენი კგ-ით მეტ ფიტნოციდს გამოყოფს ქართული ფიჭვი დღე-ღამეში, ვიდრე მეგრული არყის ხე? მოძიე ფიტნოციდის შესახებ ინფორმაცია და ჩაატარე პრეზენტაცია.

10. წიწვოვანი ტყე ერთ წელში 35 ტონა მტვერს ფილტრავს, ხოლო იმავე ფართობის ფოთლოვანი ტყე-2-ჯერ მეტს. რამდენი ტონით მეტ მტვრს ფილტრავს ფოთლოვანი ტყე ერთი წელში წიწვოვან ტყესთან შედარებით? ქალაქის პირობებში ფოთლოვანი

ხეების გაშენებით მიიღწევა უფრო სუფთა ჰაერი, თუ წიწვოვანი ხეების გაშენებით?

11. ორი სკიდან სულ 104 კგ თაფლი გამოხადეს. ერთი სკიდან გამოხადეს 16 კგ-ით მეტი თაფლი, ვიდრე მეორე სკიდან. რამდენი კილოგრამი თაფლი გამოხადეს თითოეული სკიდან? რა სასარგებლო თვისებები აქვს თაფლს? თქვენ გიყვართ თაფლი? რამდენი თაფლის მიღებაა რეკომენდებული?

12. მდელოზე ამოვიდა 18 ცხვარიო და 14 ქამა სოკო. წვიმის შემდეგ კიდევ 10 ქამა და 8 წერეწო სოკო ამოვიდა. სულ რამდენი სოკო ამოვიდა მდელოზე? თქვენ მშობლებთან ერთად დადიხართ სოკოზე? სოკოს დამოუკიდებლად აყვანა რეკომენდირებული არ არის, რადგან ყველა სოკოს ყავს თავისი შხამიანი ორეული და გამოუცდელმა მესოკოვემ შეცდომით შხამიანი სოკოც აიყვანოს. შხამიანი სოკოს მიღება ადამიანს წამლავს და შეიძლება მოკლას კიდევ. სოკოს აყვანისას იყავით ძალიან ყურადღებით და რჩევები კითხეთ მათ ვინც სოკოს ცნობა კარგად იცის.

13. შაქრო პაპას სამი ძირი კაკლის ხე უდგას. ერთმა ხემ 45 კგ კაკალი მოისხა, მეორემ-43 კგ, მესამემ-31 კგ. ციყვებმა შაქრო პაპას 17 კგ კაკალი მოჰარეს და ზამთრისათვის ფუღუროში შეინახეს. რამდენი კგ კაკალი მოკრიფა შაქრო პაპამ სამივე კაკლიდან? კაკალი გიყვართ? რაში გამოიყენებენ კიდევ კაკალს და მის მერქანს?

14. სკვერში სამი სახეობის ყვავილის: ჟასმინის, მაგნოლიას და ჰორტენზიას 159 ბუჩქი დარგეს. მაგნოლია ბუჩქები 30-ით მეტია, ვიდრე ჟასმინის, ხოლო

ჰორტენზიას და მაგნოლიას ბუჩქები ერთად იმდენივეა, რამდენიც ჟასმინის და ჰორტენზიას ბუჩქები ერთად. ჟასმინის, მაგნოლიას და ჰორტენზიას რამდენი ბუჩქი დარგეს სკვერში? შენ რომელ სკვერში გიყვარს სეირნობა/დასვენება/თამაში? კეთილმოწყობილია? შენ გაქვს მიღებული მონაწილეობა მის კეთილმოწყობაში? შემდგომში აპირებ?

15. კოლხეთის დაბლობზე 150 000 წაბლის ხეა. ბორჯომი-ხარაგაულის ტყე-პარკში 5-ჯერ მეტი. რამდენი ძირი წაბლის ხეა ერთად კოლხეთის დაბლობზე და ბორჯომ-ხარაგაულის ტყე-პარკში? ყოფილხარ კოლხეთის დაბლობზე ნაკრძალში? ბორჯომ-ხარაგაულის ტყე პარკში? გიყვართ წაბლი? წაბლის თაფლი თუ მიგირთმევიათ? შეიძლება თაფლის დიდი რაოდენობით მიღება? რატომ?

16. 2022 წლის მონაცემებით საქართველოში 43 ნაკრძალია. 2000 წელს კი საქართველოში მხოლოდ 15 ნაკრძალი იყო. რამდენი ახალი ნაკრძალი შეიქმნა საქართველოში 2000 წლის შემდეგ? გააკეთეთ 1 ან 2 წუთიანი პრეზენტაცია რომელიმე თქვენი ცნობილი ნაკრძალის შესახებ.

17. წელიწადში 1 ჰა ტყე გამოყოფს 30 ტონა ჟანგბადს. ყოველწლიურად დედამიწაზე 30 მილიონი ჰა ტყე იჩეხება. რამდენი ტონა დამატებითი ჟანგბადის გამოყოფა შეიძლებოდა ყოველწლიურად ტყეები რომ არ იჩეხებოდეს? შენ რას აკეთებ იმისათვის, რომ ტყე დაიცვა?

18. ერთი ძირი თხმელის ხე წელიწადში გამოყოფს 14 კგ ჟანგბადს. ერთი ძირი ნეკეჩხალი თხმელაზე 7-

ჯერ ნაკლებს. რამდენ ჟანგბადს გამოყოფს 1 ძირი ნეკერჩხალი და 1 ძირი თხმელა ერთი წლის მანძილზე? რომელი ქვეყნის დროშაზეა ნეკერჩხლის ფოთოლი? რა იცით ნეკერჩხლის/თხმელას შესახებ? გაგვიზიარეთ ჩვენც მოკლე პრეზენტაციის სახით.

19. ჭიანჭველების ბუდეში 400000 ჭიანჭველა, ხოლო ტერმიტების გუნდში 700000 ტერმიტი. რომელია მეტი, ჭიანჭველების რაოდენობა ჭიანჭველების 5 ბუდეში, თუ ტერმიტების რაოდენობა 3 გუნდში? რამდენით? რა იცით ჭიანჭველების შესახებ? გააკეთეთ მოკლე პრეზენტაცია.

20. დედამიწის ერთი მაცხოვრებელი ყოველ წელს სხვადასხვა საჭიროებისათვის მოიხმარს იმდენ ქაღალდს, რომლის დასამზადებლად საჭიროა 3 ძირი ზრდასრული წიწვოვანი ხე. რამდენი ძირი წიწვოვანი ხე დაჭირდება თქვენ კლასს, ყველა მოსწავლის ქაღალდის მოთხოვნის დასაკმაყოფილებლად? რამდენი ძირი და რა ჯიშის ხე დარგეთ შარშან? რამდენი ძირი ხის დარგვას აპირებთ წელს? გაისად?

21. ადამიანთა უყურადღებობის და დაუდევრობის გამო დედამიწაზე არსებული მცენარეთა და ცხოველთა სახეობები ყოველწლიურად მცირდება, ზოგიერთი სახეობები საერთოდ ქრება, ზოგი განადგურების პირასაა. გაერთიანებული ერების ორგანიზაციის მონაცემებით, განადგურების პირასაა დედამიწაზე არსებული მცენარეთა სახეობების 1/10. ამჟამად, სულ დედამიწაზე მცენარეთა 250 ათასი სახეობაა. დედამიწის მცენარეთა რამდენი სახეობაა განადგურების საშიშროების წინაშე? შენ გიყვარს მცენარე-

ბი/ცხოველები? რომელი? გაქვს/გყავს რომელიმე მცენარე/ცხოველი სახლში? ზრუნავ მათზე? გააკეთე მოკლე პრეზენტაცია.

22. გაზაფხული-ზაფხულის პერიოდში ზრდასრული თხმელის ხე ჰაერიდან შეიწოვს 160 კგ ადამიანისათვის მომწამვლელ გაზებს და დაბინძურებულ ჰაერს. თხმელა სიცოცხლის ხანგრძლივობა 350 წელია. რამდენ კილოგრამ მომწამვლელ გაზს და დაბინძურებულ ჰაერს შეიწოვს თხმელა თავისი სიცოცხლის მანძილზე? 50 წელში?

23. აჯამეთ ის აღკვეთილში მუხის ერთი კორომი წელიწადში გამოყოფს 678 კგ ჟანგბადს, ხოლო ისეთივე ფართობის ფიჭვის კორომი ბორჯომი ხარაგაულის პარკში-450 კგ-ს. რამდენ კგ ჟანგბადს გამოყოფს მუხის და ფიჭვის კორომები ერთად ერთ წელიწადში? იცით, რისთვის გაშენდა მუხის კორომები აჯამეთსა და მის მიმდებარე ტერიტორიებზე? მოიძიეთ ინფორმაციები და გააცანით კლასელებს.

24. საქართველოს ტყეებში უამრავი სასარგებლო მცენარე იზრდება, რომელთა ნაყოფს მოსახლეობა მოიხმარს. ნებისმიერ ადამიანს შეუძლია ყოველგვარი სასყიდლის გარეშე საქართველოს ტყეებში მოაგროვოს წაბლის, ვაშლის, მსხლის, ბლის ნაყოფი, მოკრიფოს სხვადასხვა სახეობის კენკრა, მაყვალი, მოცვი, ჟოლო, ასკილი, კუნელი, რკო, შეაგროვოს თხილი, კაკალი, აიყვანოს სოკო, მოკრიფოს სხვადასხვა სახის მცენარეთა ფოთლები ჩაის დასაყენებლად, შეაგროვოს ფიჭვის მტვერი, გირჩები, ფისი და სხვ. საკმაოდ გამოცდილებმა შეიძლება ველური ფუტკრის თაფლ-

საც მიაგნონ. ტყეში სიარულით ადამიანები ჯანმრთელობასაც იკაჟებენ, სუფთა ჰაერს სუნთქავენ და საკვებ პროდუქტებსაც აგროვებენ, ზამთრისთვის იმარაგებენ. გასულ წელს საქართველოს მოსახლეობამ ტყეებში შეაგროვა 12 ათასი ტონა კენკროვანი ნაყოფი, 6 ათასი ტონა კაკალი და თხილი, 3 ათასი კილოგრამი სოკო, 12 ათასი ტონა წაბლი, 2 ათასი ტონა წიფელის კაკალი. სულ რამდენი ტონა ბუნებისგან ბოძებული საჩუქარი შეაგროვეს საქართველოს ტყეებში ჩვენმა თანამემამულეებმა შარშან? შენ თუ დადიხარ ტყეში კენკრის ან სოკოს შესაგოვებლად? ხშირად? რა შეაგროვე გასულ არდადეგებზე ტყეში? გააკეთეთ მოკლე პრეზენტაცია.

25. ფუტკარი სასარგებლო მწერია. ისინი ახდენენ მცენარეთა დამტვერვას, იძლევიან თაფლს, ცვილს, დინდგელს, ფუტკრის რძეს. ფუტკრის შხამი გამოიყენება მედიცინაში სხვადასხვა პრეპარატების დასამზადებლად. ქართული ფუტკრის ჯიში მსოფლიოში ცნობილია თავისი გრძელი ხორთუმით, რასაც ის იყენებს ნექტარის ამოწოვისათვის, სხვა ჯიშის ფუტკრებისგან განსხვავებით ის ყვავილებიდან ამოწოვს უფრო მეტ ნექტარს და ნექტარს იღებს სხვა ფუტკრებისათვის მიუწვდომელი ყვავილებიდანაც. შენ რას ფიქრობ, რამდენი თვალი აქვს ფუტკარს? თუ ამოხსნი ამ ამოცანას მისი პასუხით გაიგებ ფუტკრის თვალების რაოდენობას. ფუტკარს იმდენი თვალი აქვს, რამდენიც შენ, კიდევ იმდენი და იმის ნახევარი. რამდენი თვალი აქვს ფუტკარს?

26. საქართველოში ერთ-ერთ უძველეს ბორჯომი-ხარაგაულის ტყეპარკში უნიკალური წიწვოვანი ხის კორომებია. მასში ზრდასრული ფიჭვის სიმაღლე 30 მეტრს აღწევს. რა სიმაღლისაა ნორჩი ფიჭვი, თუ მისი სიმაღლე ზრდასრული ფიჭვის სიმაღლეზე 10-ჯერ ნაკლებია? მოაგროვეთ ინფორმაცია ბორჯომ-ხარაგაულის ტყე-პარკზე და შემდეგ გაუზიარეთ მეგობრებს შთაბეჭდილებები.

27. მსოფლიოს ზღვებსა და ოკეანეებში 19030 სხვადასხვა სახეობის თევზი დაცურავს, 9013 სხვადასხვა სახეობის ფრინველი და 4039 სხვადასხვა სახეობის ცხოველი. თევზების, ფრინველების და ცხოველების სახეობების გამომსახველი რიცხვები დაალაგეთ და ჩაწერეთ კლებადობის/ზრდადობის მიხედვით. გამოყავით და დაასახელეთ თითოეული რიცხვის თანრიგი. მოიძიეთ ინფორმაცია თევზების, ფრინველების, ცხოველების რომელმე სახეობის შესახებ და გააკეთეთ მოკლე პრეზენტაცია.

28. ერთი ზრდასრული ფიჭვის მოჭრის და გადამუშავების შემდეგ მიიღება იმდენი ქაღალდი, რამდენიც მიიღება 12 კილოგრამი შეგროვებული მაკულატურის გადამუშავებისას. რამდენი კგ მაკულატურა მოაგროვა თქვენმა კლასმა? რამდენი ძირი ზრდასრული ფიჭვის ხე გადარჩინეთ მოჭრას?

29. მთელ მსოფლიოში საწარმოები წლის განმავლობაში ატმოსფეროში უშვებენ 58 მილიონი ტონა ტოქსიკურ, დაბინძურებული აირებს. ყველა სახის შიგა წვის ძრავიანი სატრანსპორტო საშუალებები კი 36 მილიონ ტონა ტოქსიკურ და დაბინძურებულ აი-

რებს. სულ რამდენი მილიონი ტონა ტოქსიკურ და დაბინძურებულ აირები ხვდება ატმოსფეროში წლის განმავლობაში? გაეცანით რა ღონისძიებებს იღებს გერო და მსოფლიოს დიდი შვიდეულის ქვეყნები გარემოს დაბინძურების წინააღმდეგ. გააკეთეთ პრეზენტაცია და მოუთხრეთ თანატოლებს. თქვენი პირადად რა წვლილი შეგაქვთ ატმოსფეროს დაბინძურების წინააღმდეგ?

30. საქართველოს წყალსატევებში მდინარეებს ყოველწლიურად ჩააქვთ 25 000 ტონა ნაგავი და სხვადასხვა სახის დაბინძურებული ნივთიერებები. რამდენი ტონა ნაგავი და დაბინძურებული ნივთიერებები მოხვდება საქართველოს წყალსატევებში 5 წლის მანძილზე, თუ დაბინძურების მასშტაბები არ შეიცვლება? როგორ უნდა ვებრძოლოთ წყალსატევების, მდინარეების, საპიკნიკო ადგილების დანაგვიანებას და დაბინძურებას? მოგეწონათ იაპონელი ფეხბურთის გულშემატკივრების მიერ სტადიონის ტრიბუნების დასუფთავება ფეხბურთის მსოფლიო ჩემპიონატზე ყატარში? თქვენ რას აკეთებთ იმისათვის, რომ გარემო დაიცვათ დანაგვიანებისგან?

31. მსოფლიოში 2019 წელს 53 მილიონი ტონა საყოფაცხოვრებო ნაგავი დაგროვდა, 2021 წელს 56 მილიონი ტონა, 2022 წელს 57 მილიონი ტონა. რამდენი ნაგავი დაგროვდა ბოლო სამი წლის მანძილზე მსოფლიოში? გაეცანით ნაგვის გადამუშავების პროცესს, რომელიც ევროპის წამყვან ქვეყნებშია დანერგილი და გააკეთეთ პრეზენტაცია.

32. ბოლო წლების მონაცემებით ერთ დღეში მსოფლიოში გადაშენდება 1 სახეობის ცხოველი და 1 სახეობის მცენარე. რამდენი სახეობის მცენარე და ცხოველი გადაშენდა 2016 წლის შემდეგ? გადაშენებული რომელიმე სახეობის შესახებ მოაგროვეთ მასალები და შექმენით ვიდეო კლიპი. წარმოადგინეთ პრეზენტაცია.

33. მსოფლიოს წითელ წიგნში შეტანილია ყველა ის ცოცხალი არსება, რომელთა არსებობასაც საფრთხე ემუქრება: გადაშენების პირას მყოფი ცხოველები, ფრინველები, თევზები, მცენარეები, მწერები და სხვ. წითელ წიგნში შეტანილია ძუძუმწოვრების 95 სახეობა, ფრინველთა 81 სახეობა, მწერების 201 სახეობა. ძუძუმწოვრების, ფრინველების და მწერების რამდენი სახეობაა გადაშენების პირას?

34. ერთ წუთში მსოფლიოს სხვადასხვა კონტინენტებზე 2 ჰა ტყეს ჩეხენ. რამდენი ჰექტარი ტყე გაჩეხეს მსოფლიოში შენი მათემატიკის გაკვეთილის მსვლელობისას? ტყის საფარის შემცირებას შეიძლება დავუპირისპიროთ ახალი ნარგავების გაშენება. რამდენი ძირი ხე გაქვთ დარგული? რამდენი ხის დარგვას აპირებ გაზაფხულზე ან შემოდგომაზე?

35. მთლიანად დედამიწაზე აღწერილია ფრინველთა 8567 სახეობა. მათგან საქართველოში არ ბინადრობს ფრინველების 7912 სახეობა. რამდენი სახეობის ფრინველი ბინადრობს საქართველოში? მოიძიე ფრინველის რომელიმე სახეობის შესახებ ინფორმაცია და გააცანით კლასელებს 2-3 წუთიანი პრეზენტაციით.

36. თბილისის ზოოპარკში ლოსს ზაფხულში დღეში აჭმევენ 35 კგ ბალახს და ფოთლებს. რამდენი კგ საკვები დაჭირდება ლოსს 15 დღეში?

37. თბილისის ზოოპარკში სპილო დღეში ჭამს 30 კგ თივას, 7 კგ შავ პურს, 2 კგ თეთრ პურს, 70 კგ ბოსტნეულს და 1 კგ შაქარს. სულ რამდენ კილოგრამ საკვებს ჭამს სპილო დღეში?

დასკვნის სახით შეიძლება ვთქვათ, რომ მოსწავლეთა ეკოლოგიური აღზრდა უნდა განხორციელდეს ადგილობრივი ეკოლოგიური საკითხების გარე სამყაროს გლობალურ ეკოლოგიურ საკითხებთან კავშირში, რომლის გადაჭრაზე ზრუნვა მასწავლებელმა პირველივე კლასიდან უნდა დაიწყოს. ადგილობრივი და გარე სამყაროს გლობალური ეკოლოგიური პრობლემების ერთმანეთთან დაკავშირება და ერთიან კონტექსტში განხილვა ეხმარება მოსწავლეებს სწორად განსაზღვრონ ეკოლოგიური პრობლემების გადაჭრის გზები. ასე წარმართული ეკოლოგიური პრობლემების სწავლება დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს უქმნის იმის განცდას, რომ მართალია ისინი ჩართული არიან ადგილობრივი ბუნებრივი რესურსების მოვლასა და დაცვაში, მაგრამ ამ ქმედებით ისინი აქტიურად მონაწილეობენ გარე სამყაროს გლობალური ეკოლოგიური საკითხების გადაწყვეტაში.

დაწყებითი კლასის მოსწავლეებს დამოუკიდებლად შეუძლიათ გადაჭრან და ამავე დროს შეაგროვონ მრავალი მონაცემი ეკოლოგიიდან, რომლებიც შემდგომში მათ დაეხმარება ეკოლოგიური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების შედგენაში. მოსწავლეებს

შეუძლიათ გაამწვანონ სკოლის შიგა და გარე ტერიტორია, მოაწყონ სკოლაში ან მის გარეთ სკვერი, გაალამაზონ და გაამრავალფეროვნონ სკოლის გარემო. რისთვისაც გამოიყენონ სხვადასხვა სახის მცენარეთა ნერგები, ბუჩქები, ყვავილები და დეკორატიული მცენარეები. ჩაიწერონ მათ შესახებ მონაცემები, მათი მოვლის წესები და სხვ. რაც შემდგომში საშუალებას მიცემს მათ შეადგინონ მათემატიკური ამოცანები. შესაძლებელია მოსწავლეებმა შეფოზა აიღონ თავიანთ სკოლასთან ახლოს მდებარე ტყეზე ან მის ნაწილში, ქარსაცავ ზოლზე, შეაგროვონ ხილი, კენკრა, დაიცვან ფრინველები და მათ გაუკეთონ პატარა სახლები, ზამთარში დააპურონ ჩიტები, უპატრონო ცხოველებიათვის შეაგროვონ საკვები, უზრუნველყონ ქუჩის უპატრონო ცხოველებისათვის აუცილებელი და გადაუდებლად საჭირო სამედიცინო მომსახურება ვეტერინართან, დაეხმარონ მათ მკურნალობაში, შეაგროვონ საჭირო მედიკამენტები და სხვ.

დაწყებით კლასებში ასე წარმართული ეკოლოგიური აღზრდა მჭიდროდ არის დაკავშირებული ბუნებასთან, იმ ეკოლოგიურ გარემოსთან, რომელშიც მოსწავლეებს თვითონ უხდებათ ცხოვრება, რითაც მოსწავლეებს აცნობიერებენ თავიანთ ქმედებებს და გამოიმუშავონ ბუნებაში ქცევის წესები.

მასწავლებელმა განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიაქციოს ადგილობრივი ეკოლოგიური გარემოს შესწავლას და გაჯანსაღებას, რადგან ამისათვის საჭირო არ რის ფინანსური ხარჯები, ადგილობრივი

გარემოს შესახებ მოსწავლეებმა ძალიან ბევრი რამ ხომ ისედაც იციან.

ადგილობრივი/საქართველოს ეკოსისტემის შესახებ მათემატიკური ამოცანების შესადგენად მასწავლებელმა უნდა შექმნას მონაცემთა ბაზა, რომელშიც შეიტანს მეცნიერულად დადასტურებულ ინფორმაციას, რასაც შემდგომში გამოიყენებს მათემატიკური ამოცანების შესადგენად. მეთოდურად დაუშვებელია გადაუმოწმებელი ინფორმაციის შეტანა ამოცანის პირობაში, რადგან მოსწავლეები ამოცანის პირობაში განთავსებულ მონაცემებს ადვილად იმახსოვრებენ და შემდეგში თუ დადასტურდა, რომ ისინი შეცდომაში არიან შეყვანილი, ეს იმედგაცრუებას იწვევს და მოსწავლეებს მათემატიკის შესწავლის მოტივაციას თუ სრულად არ უკარგავს, საგრძნობლად უმცირებს.

სწავლების პროცესში მასწავლებელმა უნდა გამოიყენოს თვალსაჩინოება, თანამედროვე ტექნოლოგიები, ეკოლოგიური ექსკურსიები, როლური თამაშები და სხვ. ყოველივე ეს ქმნის წანამძღვარს იმისათვის, რომ მომავალში კაცობრიობამ უკეთეს ეკოლოგიურ გარემოში იცხოვროს.

### **§3.2. მათემატიკური ამოცანები საქართველოში ვაზზე და მეღვინეობაზე. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებითი კლასებისათვის**

ქართველი ერის ისტორიის უძველეს და და კულტურის ძალზედ მნიშვნელოვან ნაწილს შეადგენს ქართული ვაზის და ღვინის ისტორია. შეიძლება ითქვას, რომ საქართველოს ისტორია მჭიდროდ უკავშირდება ქართულ ვაზს და ღვინოს, ხოლო ვაზის და ღვინის წარმოშობა დაკავშირებულია საქართველოსთან. ეს აღიარება ახალი არ არის და მარტო ქართველი ისტორიკოსების და მეღვინეების პოზიციას არ გამოხატავს, ის საყოველთაოდ აღიარებული ჭეშმარიტებაა მსოფლიო ისტორიაში. ქართველი ხალხის ვაზისა და ღვინისადმი სიყვარულის მრავალი უკვდავი ნიმუშია ქართულ კულტურაში, ქართველი ერის წეს-ჩვეულებებში და ტრადიციებში, ხელოვნების სხვადასხვა დარგში, არქიტექტურაში, ლიტერატურაში, მხატვრობაში, პოეზიაში, სიმღერაში და სხვ. უცხო დამპყრობლები საქართველოსთან ბრძოლას ხშირად ვაზთან და ღვინოსთან ბრძოლასთან აიგივებდნენ და ვაზის გაკაფვით ცდილობდნენ არა მარტო ქვეყნის ეკონომიკურად დასუსტებას, არამედ ქართველი ხალხის იდენტობის შეცვლას.

ისტორიულად საქართველოში დაირწა პირველად მევენახეობა-მეღვინეობის აკვანი, რაც დასტურდება ქართული აზორიგენული ყურძნის ჯიშების სიმრავლით, ასევე ქართველი და უცხოელი მეცნიერების ისტორიული, არქეოლოგიური, ეთნოგრაფიული და სხვ.

სახის კვლევებით. მარტო ის რად ღირს, რომ მოციქულთა სწორი, ქართველთა განმანათლებელ წმინდანინოს საქართველოში შემობრძანებისას ხელში ეჭირა ჯვარი, რომელიც საკუთარი თმით შეკრული ვაზის რტოებისგან იყო გაკეთებული. საქართველოში ოდითგანვე რომ ღვინის სმის კულტურა არსებობდა, ამას მოწმობს ჩვენს წელთაღრიცხვამდე VIII-VI საუკუნის ბრინჯაოს ქანდაკება, რომელსაც თამადა უწოდეს-მამაკაცს ხელში უჭირავს ყანწი, რომელიც არქეოლოგიური გათხრების დროს აღმოჩნდა ვანში. საქართველოში არქეოლოგიური გათხრებით აღმოჩენილი მარნების, ქვევრების, თიხის სასმისების ასაკი ათეულობით საუკუნეს ითვლის.

მეცნიერები სხვადასხვა რიცხვს ასახელებენ, მაგრამ ითვლება, რომ საქართველოში ვაზის 450-ზე მეტი, 500-მდე აბორიგენული ჯიშია მსოფლიოში არსებული ვაზის 4000-მდე ჯიშიდან. ქართული ვაზის ჯიშებიდან გამოყოფენ საღვინე, სუფრის, საჩამიჩე და სხვ. ჯიშებს. საქართველოში 30-მდე გამორჩეული ადგილობრივი ვაზის ჯიშია, რომლებიდანაც მაღალხარისხოვანი ღვინო მზადდება. ეს ჯიშები მოიცავს საქართველოს თითქმის მთელ ტერიტორიას. ზოგიერთი ვაზის ჯიში კი შეიძლება საქართველოს რეგიონის სავიზიტო ბარათადაც ჩაითვალოს. განსაკუთრებით საინტერესო და საამაყოა, რომ მსოფლიოში ღვინის დაყენების სამი წესიდან 2 ქართულია: კახური და იმერული, მესამე ევროპულია.

მაღალხარისხოვანი ქართული ღვინოების დასამზადებლად გამოიყენება ვაზის ჯიშები: ციცქა, კრა-

ხუნა, ცოლიკოური, ალადასტური, საფერავი, ოცხანურის საფერე, ოჯალეში, ჩხა-ბერძული, ჩხავერი, უსახელოური, თავკვერი, ალექსანდროული, მუჯურეთული, შავკაპიტო, გორული მწვანე, ჩინური, ქისი, ხიხვი, რქაწითელი, ძველშავი და სხვ.

საქართველოში გარდა აბორიგენული ვაზის ჯიშებისა შემოტანილი ვაზის სახეობებიც მრავლადაა, რომლებმაც ქართულ მიწაზე კარგად იხარეს და თითქმის ყველა რეგიონშია გავრცელებული. ასეთებია: პინო, კაბერნე, ალიგოტე, შარდონე და სხვ.

ვაზის გამოყენება საქართველოში მარტო ღვინის დაყენებით არ შემიფარგლება. დიდი გამოყენება აქვს ყურძნის წვენს, რომლისგანაც მზადდება ბადაგი, ადუღებენ თათარას და ფელამუშს, ავლებენ ჩურჩხელებსა და ჯანჯუხებს, იყენებენ სამკურნალოდ გულსისხლძარღვთა და სისხლნაკლებობისას და სხვ.

საქართველოში ისტორიულად გავრცელებულია მაღლარი-ხეზე მზარდი ვაზი, რასაც ბაბილოსაც უწოდებენ, ტალავერი და დაბლარი-მავთულზე ან სარზე მზარდი ვაზი.

მოგვყავს მათემატიკური ამოცანების ნიმუშები, რომელებიც მასწავლებელმა შეიძლება ამოხსნას მათემატიკის საკლასო მეცადინეობაზე და ეხება ვაზს, მის ჯიშებს და მოსავლიანობას, ბადაგს, ღვინოს, არაყს, ქვევრებს, ჩურჩხელებს წარმოებული პროდუქციის რეალიზაციიდან მიღებულ ფინანსურ შემოსავლებს და სხვ.

1. ბებომ 60 კაკლის ჩურჩხელის გაკეთება გადაწყვიტა და თამროს თხოვა ჩურჩხელებისათვის კაკალი

ეყიდა. 1 კილოგრამი დამტვრეული და გარჩეული კაკალი ღირს 35 ლარი, ხოლო 1 კილოგრამი დაუმტვრეველი კაკალი 10 ლარი. 1 კილოგრამი დაუმტვრეველი კაკლისგან ბებო ამზადებს 8 ჩურჩხელას, ხოლო 1 კილოგრამი დამტვრეული და გარჩეული კაკლიდან-20 ჩურჩხელას. როგორი კაკალის ყიდვას ფინანსურად მომგებიანი თამროსთვის? რამდენი ლარის შეუძლია დაზოგოს თამრომ?

(კომენტარი: ჩურჩხელის დასამზადებლად დამტვრეული კაკალის მთელ ნებლებს მჭიდროდ ასხამენ ძაფზე. ჩურჩხელა მზადდება და თათარაში ივლება კენტად-ერთი ცალი. თათარაში ამოვლების შემდეგ ჩურჩხელას გაკიდებენ ხის ჯოხზე და აშრობენ 10-15 დღის განმავლობაში. გაშრობის შემდეგ აწყობენ სუფთა ტილოს ჩანთაში ან ახვევენ მარლაში და ისე ინახავენ).

გინახავთ როგორ იწურება ყურძენი? გიყვართ ყურძნის წვენი/ზადაგი? მიგიღიათ მონაწილეობა ჩურჩხელის გაკეთებაში? დახმარებიხართ ბებოს, ან დედას?

2. ბებომ 40 წყვილი ჯანჯუხას გაკეთება გადაწყვიტა და ბაზარში თხილის საყიდლად წავიდა. ბებო 1 კილოგრამი დაუმტვრეველი თხილიდან ამზადებს ფელამუშში ამოსავლებ 5 წყვილ ჯანჯუხას. ჯანჯუხასთვის საუკეთესო ბერძული ჯიშის დაუმტვრეველი 1 კილოგრამი თხილი 9 ლარი ღირს. ბებომ 40 ჯანჯუხისთვის საკმარისი ბერძული ჯიშის თხილი იყიდა. რა დაუჯდება ბებოს 1 წყვილი ჯანჯუხისათვის საჭირო თხილის შეძენა?

(კომენტარი: ჯანჯუხა ჩურჩხელისაგან განსხვავებით მზადდება თხილისაგან. დიდი ზომის თხილებს (ბერძული თხილი) ამტვრევენ, თხილის კაკლებს კანს აცლიან, მთელად აცვამენ ძაფზე. ჯანჯუხა წყვილად ისხმება ძაფზე-ძაფზე დაუღლული ორი ჯანჯუხაა ასხმული, რომელსაც შემდეგ ფელამუშში ორჯერ ამოავლებენ და ისევე როგორც, ჩურჩხელას ხის ჯოხზე კიდებენ და დაახლოებით ორი კვირა აშრობენ. შემდეგ სუფთა ნაჭერში ახვევენ და ინახავენ).

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა მიაწოდოს ინფორმაცია, რომ ჩურჩხელა და ჯანჯუხა მარტო ტკბილეული არ არის, ის ძირძველი ქართული ცივილიზაციის და კულტურის ნაწილია და სისხლხორცეულად არის დაკავშირებული ვაზთან, საქართველოსთან და ქართველი ერის სულიერებასთან.

3. რამდენი ლიტრი ბადაგი მიიღება 30 ლიტრი რქაწითელის ყურძნის წვენისაგან, თუ ბადაგი არის  $1/3$ -ზე დადუღებული ყურძნის წვენი. იცით როგორ უნდა დაადუღოთ ბადაგი?

4. 12 ლიტრი ყურძნის წვენი დაადუღეს ბადაგად. რა წონის ხორბლის ფქვილი დაგვჭირდება მიღებული ბადაგისგან თათარას მოსადუღებლად? გაითვალისწინეთ, რომ თათარას მოსადუღებლად 1 ლიტრი ბადაგისათვის საჭიროა საშუალოდ 250 გრამი ხორბლის ფქვილი, ხოლო ბადაგი არის  $1/3$ -ზე დადუღებული ყურძნის წვენი.

5. თათარას მოსადუღებლად 1 ლიტრი ბადაგისათვის საჭიროა საშუალოდ 250 გრამი ხორბლის ფქვილი. თებრო ბაბოს აქვს 10 ლიტრი ბადაგი და 2 კილო-

გრამი და 250 გრამი ხორბლის ფქვილი. ეყოფა თუ არა თებრო ბაბოს ხორბლის ფქვილი, რათა სრულად მოადუღოს 10 ლიტრი ბადაგი? დახმარებიხართ ბებოს ან დედას თათარას მოდუღებაში?

6. საშუალოდ 1 ლიტრი ბადაგისათვის თათარას მოსადუღებლად საჭიროა 250 გრ ხორბლის ფქვილი. სუპერმარკეტში იყიდება 1 კგ წონის დაფასოებული ხორბლის ფქვილი, რომელიც 3 ლარი ღირს. რამდენი პაკეტი დაფასოებული 1 კგ-იანი ხორბლის ფქვილი უნდა იყიდოს თეკლამ სუპერმარკეტში, რომ საკმარისი იყოს 10 ლიტრი ბადაგით თათარას მოსადუღებლად? რა თანხა დაჭირდება ხორბლის ფქვილის საყიდლად თეკლას?

7. თათარას მოსადუღებლად 1 ლიტრი ბადაგისათვის საშუალოდ საჭიროა 250 გრ ხორბლის ფქვილი. თებრო ბაბოს აქვს 2 კგ ხორბლის ფქვილი. ეყოფა თუ არა თებრო ბაბოს ხორბლის ფქვილი, რომ მან სრულად მოადუღოს ბადაგი, რომლითაც 10 ლიტრიანი ბიდონი აქვს სავსე?

8. ფელამუშის მოსადუღებლად 1 ლ ყურძნის წვეწვან საშუალოდ ჭირდება 200 გრ სიმინდის ფქვილი. რა წონის სიმინდის ფქვილია საჭირო 12 ლ ყურძნის წვეწვანგან ფელამუშის მოსადუღებლად?

9. ფელამუშის მოსადუღებლად 1 ლიტრი ყურძნის წვეწვანისათვის საშუალოდ საჭიროა 200 გრ სიმინდის ფქვილი. ცაცო ბებოს აქვს 1,5 კგ სიმინდის ფქვილი. რამდენი სიმინდის ფქვილის დამატება დაჭირდება ცაცო ბებოს, თუ ის ფელამუშს მოადუღებს 8 ლიტრი ყურძნის წვეწვანგან?

10. დათუნას მსხმოიარე ვენახში 2500 ძირი ციცქის და ცოლიკაურის ჯიშის ვაზია. ციცქის ჯიშის ვაზის რაოდენობა ისე შეეფარდება ცოლიკაურის ჯიშის ვაზის რაოდენობას, როგორც 4:1. რამდენი ძირი ცოლიკაურის და ციცქის ჯიშის ვაზი აქვს ცალ-ცალკე დათუნას? შეგიძლიათ განასხვავოთ ერთმანეთისაგან ციცქის და ცოლიკაურის ჯიშის ვაზები? რა განმასხვავებელი თვისებები აქვს ამ ჯიშებს?

11. გამოიყენეთ წინა ამოცანა და გამოთვალეთ რამდენ ყურძენს მოკრეფს დათუნა თავისი ვენახიდან, თუ ერთი ძირი ცოლიკაურის ჯიშის ვაზი საშუალოდ ისხამს 2 კილოგრამ ყურძენს, ხოლო 1 ძირი ციცქის ჯიშის ვაზი კი-საშუალოდ 2,5 კილოგრამს?

12. ლუხუმმა რქაწითელის ჯიშის ერთ ძირ ვაზს გასხვლის შემდეგ ორი სამამულე რქა და სამი ნეკი დაუტოვა. თითო ნეკზე 3-3 კვირტია, სამამულე რქაზე 9-9 კვირტი. ოცხანურის მაღლარი ვაზის ერთ ძირზე ლუხუმს არცერთი სამამულე რქა არ დაუტოვებია, ყველა ნეკი დაუტოვა. სამაგიეროდ ოცხანურის ვაზის ერთ ძირზე დატოვებული კვირტების რაოდენობა 4-ჯერ მეტია რქაწითელის ერთ ძირზე დატოვებული კვირტებზე. რამდენი ნეკი დაუტოვა ლუხუმმა ოცხანურს? გინახავთ როგორ სხლავენ ვაზს? გინახავთ როგორ ტირის გასხლული ვაზი? რომელი ვაზის ჯიშის ყურჯენი გიყვართ? მოიძიეთ ინფორმაცია ვენახის სხვლის შესახებ, დააზუსტეთ რა არის ნეკი, სამამულე რქა, რატომ ახვევენ სამამულე რქას? გააკეთეთ პრეზენტაცია.

13. გასხლეს საფერავის და ციცქის ჯიშის თითო ძირი ვაზი. საფერავის ვაზი მაღლარზეა დაყენებული და მასზე გოგიმ 24 ნეკი და სამი სამამულე რქა დატოვა, ხოლო ციცქას 2 სამამულე რქა და 3 ნეკი დაუტოვა. რამდენით მეტი კვირტი დარჩა საფერავზე, ვიდრე ციცქაზე, თუ საფერავის ერთ ნეკზე 2 კვირტია, სამამულე რქაზე 10 კვირტია, ხოლო ციცქის ერთ ნეკზე 3 კვირტია და სამამულე რქაზე 8 კვირტი.

14. ალექსანდროულის და მუჯურეთული ყურძნის ჯიშებისგან მზადდება უნიკალური, უმაღლესი ხარისხის ნახევრად ტკბილი წითელი ღვინო-ხვანჭკარა. ალექსანდროულის ჯიშის ყურძენი რაჭაში მოდის. მისი შაქრიანობა 26-28%-ს აღწევს. საჭექტარო მოსავლიანობა საშუალოდ 5-5,5 ტონაა. 1 კილოგრამი ყურძნის ფასი საშუალოდ 9 ლარია. მუჯურეთული ყურძენი რაჭა-ლეჩხუმში მოდის. მისი შაქრიანობა 25-30%-ს აღწევს. საშუალო საჭექტარო მოსავლიანობაა 6-8 ტონა. 1 კილოგრამი ყურძნის ფასი საშუალოდ 8 ლარია. რაჭიკოს ალექსანდროულის ჯიშის ვაზი გაშენებული აქვს 3000 მ<sup>2</sup>-ზე, ხოლო ტრიფონს მუჯურეთული ვაზი 2500 მ<sup>2</sup>-აქვს ჩაყრილი. ორივე ვენახი სრულად მსხმოიარეა. მაქსიმუმ, რამდენი ლარით მეტს მიიღებს ტრიფონი თავისი მოწეული ყურძნის სრულად რეალიზაციით, ვიდრე რაჭიკო თავისი მოწეული ყურძნის სრულად რეალიზაციით? ყოფილხართ რაჭაში? რომელი ისტორიული ძეგლები მონახულეთ? გინახავთ ალექსანდროულისა და მუჯურეთულის ჯიშის ვაზი? რას ფიქრობთ, რა მიზეზის გამო აქვს ამ ჯიშის ვაზს გავრცელებას ასეთი მცირე არელი?

15. ოჯალემის ჯიშის ვაზი ძირითადად სამეგრელოში მოდის. ოჯალეში-მალღაროზის გამომხატველი მეგრული ტერმინია და ხეზე ასაშვებ ვაზს ანუ სახეივნოს ნიშნავს. ოჯალემის დაბლარი ვაზის ერთი ძირის საშუალო მოსავალი 1,3 კგ-ია, საშუალო საჰექტარო მოსავალი 4,1-4,7 ტონა. ერთი ძირი მალღარი ოჯალემის საშუალო მოსავლიანობა 30 კგ-ია. შაქრიანონა 24-25%-ს აღწევს. პაჭოს 2000 ძირი დაბლარი ოჯალეში აქვს, ხოლო კაჭოს 400 ძირი მალღარი ოჯალეში. ორივე ვენახი მსხმოიარეა. ერთი კილოგრამი ოჯალემის ფასი 8 ლარია. რამდენით მეტ შემოსავალს მიიღებს კაჭო თავისი მოწეული ოჯალემის სრული რეალიზაციით, ვიდრე პაჭო?

16. შავმა გივიამ თავის ვენახში 2 700 კგ ჯვარისას ჯიშის შავი ყურძენი მოკრიფა. მას მარანში 6 ფუთიანი, 12 ფუთიანი, 20 ფუთიანი, 40 ფუთიანი, 50 ფუთიანი და 70 ფუთიანი ქვევრები აქვს ცარიელი, რომლებშიც შეუძლია მან ღვინო დააყენოს. რომელი ქვევრები უნდა გარეცხოს შავმა გივიამ, რომელშიც ღვინოს დააყენებს, თუ ჯვარისას დაწურვისას ტკბილის გამოსავლიანობა არის 75%, ერთი ფუთი 16 ლიტრია და იგულისხმება, რომ 1 ლიტრი ტკბილი 1 კგ-ია.

17. იოსებს აქვს 55 ჩაფიანი, 25 ჩაფიანი, 40 ჩაფიანი და 15 ჩაფიანი ქვევრები. იოსებმა თავის ვენახში დაკრიფა 3600 კგ ციცქის და ცოლიკაურის ჯიშის ყურძენი. ციცქის და ცოლიკაურის ყურძნის დაწურვისას ტკბილის გამოსავლიანობა არის 70%. რომელი ქვევრები უნდა გარეცხოს იოსებმა ღვინის დასაყენებ-

ლად, თუ 1 ჩაფი 18 ლიტრის ტოლიადა იგულისხმება, რომ 1 ლიტრი ტკბილი 1 კილოგრამია..

18.არჩილი ჭაჭიდან არაყს ხდის. არყის გამოსახდელი აპარატის ერთხელ დადგმით არჩილი 11 ლიტრ არაყს იღებს. არჩილმა არყის გამოსახდელი არაყი კიდევ 5-ჯერ დადგა. გამოხდილი არაყი მეორედ გამოხადა. რამდენი ორნახადი არაყი აქვს არჩილს, თუ მეორედ გამოხდის დროს რჩება პირველად გამოხდილი არაყის 60%.

19. ელგუჯამ ხილის არაყი გამოხადა. არყის გამოსახდელი აპარატი მან 5 ჯერ დადგა და ყოველ გამოხდაზე ერთნაირი რაოდენობის არაყი აიღო. გამოხდილი არაყი მან მეორედაც გამოხადა. არაყის მეორედ გამოხდის შემდეგ ელგუჯა იღებს პირველად გამოხდილი არყის 62%. რამდენი ლიტრი არაყი აიღო ელგუჯამ აპარატის ერთხელ დადგმისას როცა არაყს პირველად ხდიდა, თუ მას არყის გამოხდის დამთავრების შემდეგ სულ დარჩა 37,2 ლიტრი ორნახადი არაყი?

20, რეზოს ალადასტურის ჯიშის 1,5 ჰექტარი ვაზი აქვს, ალადასტურის საშუალო საჰექტარო მოსავალი 9-10,5 ტონაა. რეზოს ძმას, შოთას 2,2 ჰექტარი კრახუნას ჯიშის ვაზი აქვს, რომლის საშუალო საჰექტარო მოსავალი 8-10 ტონაა. ალადასტურის 1 კგ ყურძენი საშუალოდ 6,5 ლარი ღირს, კრახუნას 1 კგ ყურძენი კი 3,5 ლარია. რომელმაც ძმამ შეიძლება მიიღოს მეტი ფინანსური შემოსავალი მოწეული ყურძნის სრული რეალიზაციის შემდეგ? რამდენით?

21. კომპანიას 20 ჰექტარზე აქვს გაშენებული ჩხა-ვერი და ჩხა-ბერძული, რომლის საშუალო საექტარო მოსავლიანობაა 6,5-7 ტ. იმავე მეურნეონას 15 ჰა-ზე გაშენებული აქვს ოცხანურის საფერე, რომლის საშუალო საექტარო მოსავალი 10-12 ტ. რომელი ჯიშის ვაზის რეალიზაციით მიიღებს კომპანია მეტ ფინანსურ შემოსავალს, თუ 1 კგ ჩხავერი და ჩხა-ბერძული 6 ლარი ღირს, ხოლო 1 კგ ოცხანურის საფერე 3,5 ლარი?

22. 2021 წელს, როგორც ექსპორტირებული ღვინის რაოდენობა, ისე ექსპორტით მიღებული შემოსავალი, 2020 წელთან შედარებით, 16%-ით არის გაზრდილი. 2021 წელს საქართველოდან ექსპორტირებული ღვინით მიღებული შემოსავალი 250 მლნ აშშ დოლარია. რა რაოდენობის შემოსავალი მიიღო საქართველომ ღვინის ექსპორტირებით 2020 წელს?

23. საქართველოდან 2021 წელს ექსპორტირებულია 1 მილიონი ბოთლი (0,5 ლ) ჭაჭა. ექსპორტის ზრდამ, 2020 წელთან შედარებით, 145% შეადგინა. 2021 წელს ჭაჭის ექსპორტით მიღებული შემოსავალი 2,6 მლნ აშშ დოლარია. რა შემოსავალი მიიღო საქართველომ ჭაჭის რეალიზაციით 2020 წელს?

24. საქართველომ ღვინის, ბრენდის, ჭაჭის, საბრენდე სპირტისა და ჩამოსასხმელი ბრენდის ექსპორტის შედეგად მიღებულია 400 მლნ აშშ დოლარი შემოსავალი, რაც 18%-ით მეტია 2020 წელთან შედარებით. რამდენი მილიონი აშშ დოლარი შემოსავალი მიიღო საქართველოს 2020 წელს ღვინის, ბრენდის, ჭაჭის, საბრენდე სპირტისა და ჩამოსასხმელი ბრენდის ექსპორტის შედეგად?

25. გელამ ვაზის გასხვლისას ერთ ვაზზე დატოვა 4 ნეკი და 3 სამამულე რქა, მეორე ვაზზე დატოვა 2 სამამულე რქა და 3 ნეკი. თითოეულ ნეკზე ერთნაირი რაოდენობის კვირტებია, ასევე ერთნაირი რაოდენობის ნეკის კვირტებისგან განსხვავებული კვირტებია თითოეულ სამამულე რქაზეც. რამდენი კვირტი დატოვა გელამ ნეკზე და რამდენი სამამულე რქაზე, თუ პირველ ვაზზე 36 კვირტია, ხოლო მეორე ვაზზე-25 კვირტი.

26. კახური წესით ღვინის დაყენებისას ყურძნიდან, რომლის შაქრიანობა 23-26%-ია გამოწურული მთელი წვენის დადუღება და დავარგება ხდება სრულ ჭაჭაზე. ქვევრს, რომელშიც ღვინოს აყენებენ მისი მოცულობის 15%-ს არ ავსებენ-ღვინის ნორმალურად დადუღებისათვის. მიხომ საკუთარ ვენახში 2,2 ტ რქაწითელი დაკრიფა. საწნახელში დაწურა. რქაწითელიდან ყურძნის ტკბილის გამოსავლიანობა 65% იყო. ყურძნის წვენი მიხომ სამ ქვევრში ჩაასხა: 60 ფუტიან ქვევრში ჩაასხა 50 ფუტი ტკბილი, 40 ფუტიან ქვევრში 30 ფუტი, 20 ფუტიან ქვევრში-დანარჩენი ტკბილი, ღვინის კახური წესით დაყენებისათვის რამდენი კგ ჭაჭა უნდა ჩაყაროს თითოეულ ქვევრში მიხომ? 1 ფუტი 16 ლიტრია, ჩათვალეთ, რომ 1 ლიტრი ყურძნის წვენი 1 კგ-ია.

27. იმერული წესით ღვინის დაყენებისას ყურძნიდან გამოწურული მთელი წვენის დადუღება და დავარგება ხდება მთლიანი ყურძნის წონის 17-22% ჭაჭაზე, ხოლო ევროპული წესით ღვინის დადუღება ხდება ჭაჭის გარეშე. იმერეთში ცნობილი მევენახის

სევარა ბაბუას ვენახებში 3400 კგ ციცქის და ცოლი-  
კოურის ჯიშის ყურძენი დაიკრიფა. ხის საწნახელში  
დაიწურა და 4 ქვევრში ჩაისხა იმერული წესით დასა-  
ყენებლად. ციცქა-ცოლიკაურის ჯიშებიდან ყურძნის  
ტკბილის გამოსავლიანობა 60% იყო. სევარა ბაბუას  
60 ჩაფიან ქვევრში 50 ჩაფი ყურძნის წვენი ჩაისხა, 40  
ჩაფიან ქვევრში 35 ჩაფი, 25 ჩაფიანში-20 ჩაფი, ხოლო  
15 ჩაფიან ქვევრში-დანარჩენი. რამდენი კგ ჭაჭა უნდა  
ჩაყაროს თითოეულ ქვევრში სევარა ბაბუამ, თუ ის  
ქვევრში ყრის დაწურული ყურძნის ჭაჭის 20%-ს? 1  
ჩაფი 18 ლიტრია, ჩათვალეთ, რომ 1 ლიტრი ყურძნის  
წვენი 1 კგ-ია.

### **§3.3. მათემატიკური ამოცანები საქართველოში ტურიზმზე, ტურისტულ მარშრუტებსა და ტურებზე. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის**

ტურიზმი ერთ-ერთ პრიორიტეტულ დარგად არის მიჩნეული საქართველოს ეკონომიკაში. ტურიზმის მიმართულებით მრავალი წამახალისებელი ღონისძიება გატარდა მთავრობის მიერ, იქნება ეს ტურისტული ობიექტების ინფრასტრუქტურის მოწყობა, თუ კერძო სასტუმროების მშენებლობები, გიდების, ტურისტების მომსახურე პერსონალის მომზადება, გადამზადება და მრავალი სხვ. ტურიზმში ჩადებულმა ინვესტიციებმა საქართველოს ლამაზ ბუნებასთან, შავ ზღვასთან და სუბტროპიკულ ზონასთან, უნიკალურ მინერალურ წყლებთან, მის წარსულთან და ისტორიულ ძეგლებთან, მთის მდინარეებთან და ჩანჩქერებთან, კლდეში ნაკვეთ ქალაქებთან, უნიკალურ ქართულ სამზარეულოსთან, ქვეყნის მრავალფეროვან ლანდშაფტთან, თბილ, მოსიყვარულე და სტუმართმოყვარე ხალხთან ერთად შექმნა წინაპირობები იმისა, რომ ყოველწლიურად გაიზარდოს ქვეყნის ეკონომიკაში ტურიზმის შემოსავლების წილი, რასაც ხელს უწყობს საქართველოში განვითარებული ტურიზმის სხვადასხვა სახეობების სიმრავლე. იქნება ეს ეკო, სალაშქრო, თუ კულტურული ტურები, სამთო ზამთრის სათხილამურო სპორტის სახეობები, თოვლზე სრიალი, ფოტო-ტურები თუ სხვ.

საქართველოში განვითარებულია როგორც საერთაშორისო, ისე ადგილობრივი ტურიზმი. საერთაშორისო ტურიზმით ქვეყანაში შემოსული ვალუტა ხელს უწყობს გამყარდეს ქართული ლარი, მაგრამ ქვეყნისთვის არანაკლებ მნიშვნელოვანია ადგილობრივი, შიდა ტურიზმიც.

ჩვენი აზრით დაწყებით კლასებში სწავლის პერიოდი არის ის დრო, როცა მოსწავლეები უნდა დაინტერესდნენ თავისი ქვეყნის ღირსშესანიშნაობების გაცნობით, რაშიც მათ უნდა დაეხმაროს მასწავლებელი, რომელმაც მოსწავლეებს საგნების სასწავლო პროგრამების შესაბამისად რაც შეიძლება ხშირად უნდა შესთავაზოს ჯერ დაუსწრებელი ექსკურსიები, რაც გამოიხატება ვიდეო, აუდიო, ფოტო მასალების ჩართვით საგაკვეთილო პროცესში და იმიტირებული ექსკურსიების მოწყობით, ხოლო შემდეგ დაგეგმოს და მოაწყოს ექსკურსია, სადაც მაქსიმალურად იქნება გათვალისწინებული მოსწავლეთა ინტერესები და მათი შეხედულებით მოხდება საექსკურსიო ობიექტების არჩევა. დაუსწრებელი, იმიტირებული ექსკურსიების მოწყობის საფუძვლები დამუშავებულია [16] მონოგრაფიაში. მაგრამ აქვე გვინდა შევნიშნოთ, რომ ექსკურსიაზე წასვლისას მასწავლებელმა ზედმიწევნით მკაცრად უნდა დაიცვას განათლების სამინისტროს მიერ შემუშავებული წესები სასწავლო ექსკურსიების ჩატარების შესახებ.

ვიდრე მასწავლებელი მოაწყობს საქართველოს რომელიმე ღირსშესანიშნავ ობიექტზე/ობიექტებზე ექსკურსიას, მანამ უნდა მოახდინოს ამ ობიექტის/ობი-

ექტების შესახებ მოსწავლეთა ინფორმირება, რისი კარგი საშუალებაც არის შესაბამისი შინაარსის მათემატიკური ამოცანების ამოხსნა. ამ დროს მოსწავლეები იღებენ არა მარტო მათემატიკურ ცოდნას, არამედ ინფორმაციასაც იმ ობიექტის მიმართ, სადაც მომავალში მათ მოუწევთ ექსკურსიით მისვლა. ამიტომ ამოცანის პირობებში მასწავლებელის მიერ შეტანილი მონაცემები უნდა იყოს მეცნიერულად დადასტურებული და ზუსტი.

განვიხილოთ სხვადასხვა სახის მათემატიკური ამოცანები დაწყებითი კლასებისათვის საქართველოში ტურიზმზე, ტურისტულ მარშრუტებზე და ტურებზე. მსგავსი ამოცანების შედგენა მასწავლებელს შეუძლია ტურისტული ობიექტის შესახებ სათანადოდ დამტკიცებული და დადასტურებული ინფორმაციების მოძიების შემდეგ. შევნიშნოთ, რომ ასეთი სახის ამოცანების განხილვა ხელს უწყობს მოსწავლეთა მიერ ბუნებისმცოდნეობაში მიღებული ცოდნის განმტკიცებას და ეწევა ჯანსაღი ცხოვრების წესის პროპაგანდას, აღძრავს მათ ინტერესს საქართველოს ისტორიული ადგილების შესწავლისადმი და განაწყობს მათ აქტიური დასვენებისადმი, რომლის დროსაც მოსწავლეები იღებენ კონკრეტულ ცოდნას ტურისტული მარშრუტის გეოგრაფიის, ბუნებრივი პირობების, ადგილობრივი მოსახლეობის საქმიანობის და სხვ. ფაქტების შესახებ, რაც აფართოებს მოსწავლეთა ზოგადი განათლების დონეს და ხელს უწყობს მათ დაინტერესებას, კმნის ცოდნის დამოუკიდებლად მიღების მზაობას.

**ამოცანა 1.** ნიკოლოზი და ნუცა სათაფლიის ტურისტულ მარშრუტში წავიდნენ. სადაც მათ სამი დღე დაჰყვეს და სულ 62 კილომეტრი გაიარეს. პირველ დღეს ისინი მოძრაობდნენ 3 სთ-ს 4 კმ/სთ სიჩქარით. მეორე დღეს 4 სთ-ს 5 კმ/სთ სიჩქარით. მესამე დღეს ისინი 6 სთ-ს მოძრაობდნენ. რისი ტოლი იყო ნიკოლოზის და ნუცას სიჩქარე მესამე დღეს? რა იცით ზოგადად ტურისტული მარშრუტების შესახებ? რა დანიშნულება და ფუნქცია აქვს ტურისტულ მარშრუტებს? როგორი სახის ტურისტული მარშრუტები იცით? თქვენ თუ ყოფილხართ ტურისტულ მარშრუტში? როგორი სახის ტურისტული მარშრუტები მოგწონთ? (ისტორიული ადგილების, ეკლესია-მონასტრების, მთის, ზღვის, კრუიზი გემით, ეკო-ტური, ავტო-ტური, ფოტო-ტური თუ სხვა?). საქართველოს რომელ მხარეში მდებარეობს სათაფლია? ამ მხარის კიდევ რომელი ტურისტული მარშრუტები იცით? რა იცით პრომეთეს მღვიმის შესახებ? რით არის გამორჩეული სათაფლია? მსოფლიო მასშტაბით, სათაფლიის გარდა კიდევ სად არის დინოზავრის ნაკვალევი შემორჩენილი? რა იცით დინოზავრების შესახებ? რით იკვებებოდნენ დინოზავრები? რა სხვაობაა ბალახისმჭამელ და ხორცისმჭამელ დინოზავრებს შორის? რა იყო დინოზავრების გადაშენების მიზეზი?

ასეთი შინაარსის მქონე კითხვების დასმით და მათზე პასუხების გაცემის შემდეგ მასწავლებელმა შესაძლებელია მოსწავლეებს მისცეს დავალება დამოუკიდებლად მოიძიონ მასალები იმ ტურისტული მარშრუტების შესახებ, რომელიც თითოეულ მოსწავ-

ლეს აინტერესებს და მომდევნო გაკვეთილზე შეიძლება მივცეთ მოსწავლეს მის მიერ შერჩეული ტურისტული მარშრუტის შესახებ გააკეთოს 2-3 წუთიანი პრეზენტაცია, რატომ დაინტერესდა ამ ტურისტული მარშრუტით, რით არის განსაკუთრებული მის მიერ შერჩეული ესა თუ ის ტურისტული მარშრუტი, მოსწავლე არის თუ არა თვითონ ნამყოფი ამ მარშრუტში. თუ ნამყოფია, შესაძლოა მოსწავლემ პრეზენტაციაზე წარმოადგინოს გადაღებული სურათები, ვიდეო მასალა, შეგროვილი ნითვები, სუვენირები და სხვ. თუ მოსწავლეების მიერ პრეზენტაციაზე წარმოდგენილმა რომელიმე ტურისტულმა მარშრუტმა გამოიწვია კლასის, ან მოსწავლეთა უმრავლესობის დაინტერესება, მაშინ შესაძლოა მოეწყოს სასწავლო ექსკურსია, რომლის დროსაც მოსწავლეები საკუთარი თვალთ ნახავენ და ახლოს გაეცნობიან მარშრუტის ღირსშესანიშნაობებს.

**ამოცანა 2.** ასპინძიდან ვარძიისაკენ, რომელთა შორის მანძილი 30 კოლომეტრია, გაემართა ქვეითი, რომლის სიჩქარე 3 კმ/სთ-ია. 1 საათის შემდეგ. ვარძიიდან ასპინძისკენ გაემართა მეორე ქვეითი, რომლის სიჩქარე 6 კმ/სთ-ია. რამდენი საათის შემდეგ შეხვდება ვარძიიდან გამოსული ქვეითი ასპინძიდან გამოსულ ქვეითს? საქართველოს რომელ კუთხეში მდებარეობს ასპინძა და ვარძია? სამხრეთ საქართველოს კიდევ რომელი ისტორიული ძეგლები იცით? რა ინფორმაციას ფლობთ ასპინძის შესახებ? იცით თუ არა ლეგენდა რატომ დაერქვა ვარძია? მოიძიეთ ინფორ-

მაცია კლდეში ნაკვეთი ქალაქის შესახებ და გააკეთეთ პრეზენტაცია.

თუ მოსწავლეებმა ვარძიის ეტიმოლოგიის შესახებ არ იციან, მაშინ მასწავლებელი მოსწავლეებს გააცნობს პატარა თამართან დაკავშირებულ ლეგენდას.

პატარა თამარი შემდგომში გაერთიანებული საქართველოს მეფედ აკურთხეს, მისი მეფობის პერიოდს ოქროს ხანა უწოდეს და საქართველოს მართლმადიდებელმა ეკლესიამ წმინდანად შერაცხა.

ბათუმიდან მოსწავლეები მცხეთაში-სვეტიცხოვლის ტაძრის და სხვა ღირსშესანიშნაობების დასათვალიერებლად ექსკურსიაზე გაემგზავრნენ. მოსწავლეებმა დაათვალიერეს სვეტიცხოვლის მთავარი საკათედრო ტაძარი, პატივი მიაგეს ქართველ მეფეთა და სასულიერო პირთა ხსოვნას, მოინახულეს მცხეთის დედათა მონასტერი, ღირსი მამა გაბრიელის საფლავი, დაათვალიერეს ჯვრის მონასტერი, ზედაზენი, წიწამური.

**ამოცანა 3.** გოგი, პაპუნა და თამრიკო მონაწილეობენ გარბენში სვეტიცხოველი-მცხეთის ჯვარი, რომლის სიგრძე 2000 მეტრია. მათ ერთდროულად აიღეს სტარტი სვეტიცხოვლის ტაძრიდან და გაემართნენ ჯვრის მონასტრისკენ. როცა გოგი ფინიშთან მივიდა, პაპუნას ფინიშამდე დარჩენილი ჰქონდა 200 მეტრი. როცა ფინიშთან მივიდა პაპუნა, თამრიკოს ფინიშამდე დარჩენილი ჰქონდა 200 მეტრი. რა მანძილი იყო გოგისა და თამრიკოს შორის მაშინ, როცა ფინიშთან მივიდა გოგი? ჩათვალეთ, რომ ყველა მორბენალი ფინიშიდან სტარტამდე ერთნაირი სიჩქარით მირბოდა.

**ამოხსნა.** გოგის ფინიშთან მისვლის დროს პაპუნას გავლილი ჰქონდა 1800 მეტრი. პაპუნას სიჩქარე გოგის სიჩქარის 0,9-ია. ანალოგიურად, როცა ფინიშთან მივიდა პაპუნა, თამრიკოს გავლილი ჰქონდა 1800 მ. ე.ი. თამრიკოს სიჩქარე პაპუნას სიჩქარის 0,9-ია. აქედან დავასკვნით, რომ თამრიკოს სიჩქარე გოგის სიჩქარის 0,81-ია.

$$0,9 \cdot 0,9 = 0,81.$$

ამიტომ, როცა გოგი მივიდა ფინიშთან თამრიკოს გავლილი ექნებოდა

$$2000 \cdot 0,81 = 1620$$

მეტრი. მასასადამე, გოგისა და თამრიკოს შორის მანძილი გოგის ფინიშთან მისვლის დროს იყო

$$2000 - 1620 = 380$$

მეტრი.

რომელი საუკუნის ძეგლია მცხეთის ჯვარი? ვის სახელს უკავშირდება მცხეთის ჯვრის აგება? რომელი საუკუნის ძეგლია სვეტიცხოველი? რომელ ლეგენდას უკავშირდება სვეტიცხოვლის აგება? რასთან ერთად დაკრძალეს სიდონია? რატომ უწოდებენ სვეტიცხოველს მთავარ საკათედრო ტაძარს? ვინ აღაშენა სვეტიცხოვლის ტაძარი? წაგიკითხავთ კონსტანტინე გამსახურდიას „დიდოსტატის კონსტანტინეს მარჯვენა“? რატომ მოჭრეს არსუკისძეს მარჯვენა? რომელ ტაძარში აკურთხებენ გაერთიანებული საქართველოს კათოლიკოს-პატრიარქებს? რომელ წელს აკურთხეს საქართველოს კათოლიკოს პატრიარქად ილია II? რამდენი წელი გავიდა სრულიად საქართველოს კათოლიკოს პატრიარქის, მცხეთა-თბილისის მთა-

ვარეპისკოპოსის, ცხუმ-აფხაზეთის მიტროპოლიტის, უწმინდესის და უნეტარესის ილია II-ს პატრიარქად აღსაყდრებიდან? რომელია ყველაზე მაღალი ტამარი საქართველოში? რომელ წელს დასრულდა მისი მშენებლობა? ვინ არის არქიტექტორი? რამდენია ტამარის მთლიანი სიმაღლე? ვისი ფინანსური ხელშეწყობით აშენდა სამების საკათედრო ტამარი? იცით რომელ ეპარქიაში ცხოვრობთ?

**ამოცანა 4.** კაკი თხილამურებზე ბევრს სრიალებს, გუშინ მან 3 კმ-ით ნაკლები ისრიალა, ვიდრე გუშინწინ და 40 კმ-ით ნაკლები, ვიდრე გუშინწინ და დღეს ერთად. რამდენი კილომეტრი ისრიალა მან თხილამურებით დღეს?

**ამოხსნა.** ამოცანის პირობიდან გამომდინარეობს, რომ კაკიმ დღეს ისრიალა:

$$40 - 3 = 37 \text{ კმ.}$$

მართლაც, კაკის მიერ გუშინ და გუშინწინ ნასრიალებ მანძილებს შორის სხვაობა 3 კმ-ია, ხოლო გუშინწინ და დღეს ნასრიალები მანძილებისა და გუშინ ნასრიალები მანძილის სხვაობა 40 კმ-ია. ორივე შემთხვევაში მოქმედებათა შესრულების დროს მაკლები ერთი და იგივეა (გუშინ ნასრიალები მანძილი), ხოლო საკლებში ორივეჯერ ერთი და იგივე სიდიდეა (გუშინწინ ნასრიალები მანძილი, რომელიც მაკლებზე 3 კმ-ით მეტია), ამიტომ, რადგან გუშინწინ და დღეს ნასრიალები მანძილებისა და გუშინ ნასრიალები მანძილის სხვაობა 40 კმ-ია, ხოლო გუშინწინ კაკიმ 3 კმ-ით მეტი ისრიალა, ვიდრე გუშინ, ამიტომ დღეს კაკიმ ისრიალა 37 კმ.

ბავშვების უმრავლესობას მოსწონს ლიჟებით, სკე-  
იტბორდით, ციგით სრიალი და კარგია თუ მასწავ-  
ლებელი მოსწავლეებს გააცნობს საქართველოს რამ-  
დენიმე სამთო კურორტს და ესაუბრება მათ შესახებ,  
რაც ამაღლებს მოსწავლეთა ცნობიერებას და აცნობს  
მათ საქართველოს და მის ტურისტულ პოტენციალს.  
ბევრი ქვეყანა არ არის მსოფლიოში, სადაც შესაძლე-  
ბელია თოვლზე სრილის შემდეგ რამდენიმე საათში  
ზღვაზე, პლაჟზე გაირუჯო. საქართველოში შეგიძ-  
ლია ჯერ გოდერძის კურორტზე ან სვანეთში თოვლ-  
ზე ისრიალო და მალე შავი ზღვის პლაჟზე გაირუჯო,  
ან პირიქით. ეს ზღაპარივითაა, მაგრამ ფაქტია, რომ  
ამის შესაძლებლობები არის და ამას აკეთებენ.

ბაკურიანი საქართველოში პირველი ცნობილი სამ-  
თო-სათხილამურო კურორტია, სადაც 1932 წელს გაი-  
ხსნა პირველი სათხილამურო ბაზა. ბაკურიანიდან  
კობტა გორის მთაზე და ცხრაწყაროს უღელტეხილზე  
გაყვანილია სათხილამურო ტრასები, რომელთა სიგ-  
რძეებია შესაბამისად 1300 და 3500 მ. დღეისათვის  
ბაკურიანი საერთაშორისო მნიშვნელობის სამთო-სა-  
თხილამურო ცენტრია. აგებულია სათხილამურო  
ტრამპლინები. ბაკურიანი ზღვის დონიდან 1700 მ-ზე  
მდებარეობს. 2005 წელს ბაკურიანი წარდგენილი იყო  
2014 წლის ზამთრის ოლიმპიადის მასპინძლობის  
ერთ-ერთ კანდიდატად. დიდველის სათხილამურო  
ტრასაზე მოქმედებს ხელოვნური გათოვლიანება.

2023 წელს ბაკურიანმა უნდა უმასპინძლოს ფრის-  
ტაილია, სნოუბორდის და ფრისკის მსოფლიო ჩემპი-  
ონატს. ჩემპიონატს წარადგენს კომპანია სილქნეტი.

ბაკურიანში უკვე ფუნქციონირებს 29 კმ ხელოვნური გათვლიანების სისტემა, რამდენიმე ახალი საბაგირო და 6 საშეჯიბრო სათხილამურო ტრასა.

საქართველოს სამთო სათხილამურო კურორტია გუდაური, რომლის ტრასების საერთო სიგრძე 16 კმ-ია. სამთო-სათხილამურო სეზონი დეკემბერში იწყება და აპრილამდე გრძელდება. საბაგირო გზები გუდაურში ავსტრიული კომპანიის მიერ აშენდა, რომელსაც მოთხილამურეები ზღვის დონიდან 2000 მეტრიდან აყავს თითქმის 3300 მეტრამდე, მთა კუდებზე და მთა სამელეზე. თვითონ გუდაური ზღვის დონიდან 2196 მეტრზე მდებარეობს. გუდაურის პოპულარობას ხელი შეუწყო საქართველოს სამხედრო გზასთან სიახლოვემ. გუდაურის დასახლება მეოცე საუკუნის სამოციან წლებში გაჩნდა და იქ ამჟამად 60-მდე ადამიანი ცხოვრობს.

აჭარა მარტო საზღვაო კურორტებით კი არ არის ცნობილი. არამედ სამთო-სათხილამურო კურორტი გოდერძი აჭარის ტერიტორიაზეა. კურორტი ზღვის დონიდან 2027 მეტრზე მდებარეობს. თბილისიდან საკმაოდ შორია 250 კმ-ზე მეტი, ბათუმიდან 100 კმ-ზე ოდნავ მეტია. ზღვასთან ახლოს მდებარეობის გამო კურორტზე უხვი თოვლი მოდის და გაუკვალავ თოვლში სრიალის მოყვარულთათვის ერთ-ერთი საუკეთესოა მსოფლიოში. სრიალი შესაძლებელია არა მარტო ალპურ ზონაში, არამედ ტყეში და სოფელშიც კი. კურორტზე მუშაობს ორი საბაგირო. სათხილამურო ტრასების საერთო სიგრძე შეადგენს 8 კმ-ს, რომელთა სიმაღლე ზღვის დონიდან 2400 მ-მდე აღწევს.

ტრასის სიგრძე 4.5 კმ-ზე მეტია. კურორტზე მარტივი, საშუალო და რთული ტრასებია. გოდერძის სათხილამურო კურორტი სულ რამდენიმე წელია (2015 წ. დეკემბრიდან) რაც გაიხსნა და ფუნქციონირებს. ინფრასტრუქტურა ვითარდება. ზამთრის სეზონი დეკემბრიდან აპრილამდე გრძელდება. გოდერძის სამთო სათხილამურო კურორტი მთელი წლის მანძილზე მასპინძლობს დამსვენებლებს.

**ამოცანა 5.** სპორტსმენთა გუნდი შეკრებას გადის ბაკურიანში. სპორტსმენების მესამედი სნოუბორდისტები არიან და დაეშვნენ კოხტა გორადან, ზოგიერთი მათგანი წამოვიდა საბაგიროთი, რომელზეც 10 ადგილზე მეტი თავისუფალი არ იყო, ხოლო ყველა დანარჩენი დაბრუნდა დამოუკიდებლად, ამასთან სნოუბორდისტებისა და დამოუკიდებლად დაბრუნებულთა რაოდენობა მთელი გუნდის 45%-ზე მეტია და 50%-ზე ნაკლებია. რამდენი სნოუბორდისტი იყო გუნდში?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, სპორტსმენთა გუნდში  $x$  სნოუბორდისტი იყო, ხოლო საბაგიროთი წამოვიდა  $y$  სპორტსმენი, მაშინ სულ სპორტსმენთა რაოდენობა იქნება  $3x$  და ადგილი აქვს დამოკიდებულებებს:

$$\begin{cases} \frac{45}{100} < \frac{3x-y}{3x} < \frac{50}{100} \\ y \leq 10 \end{cases}$$

სისტემის ორმაგი უტოლობა გარდავეყმნათ ასე:

$$\frac{9}{20} < \frac{3x-y}{3x} < \frac{10}{20},$$

ეს უტოლობები გავამრავლოთ  $60x$ -ზე, მივიღებთ:

$$27x < 60x - 20y < 30x,$$

ამ უტოლობებს დავუმატოთ  $-60x$  და გავამრავლოთ  $(-1)$ -ზე, გვექნება:  $30x < 20y < 33x$ ,

უტოლობები გავყოთ  $20$ -ზე:  $\frac{30}{20}x < y < \frac{33}{20}x$ . საიდანაც:

$$y \in \left( \frac{30}{20}x; \frac{33}{20}x \right).$$

მეორეს მხრივ, მიღებული ორმაგი უტოლობიდან და უტოლობათა სისტემის მეორე უტოლობიდან შეგვიძლია დავწეროთ:

$$x < \frac{20}{30}y \leq \frac{20}{30} \cdot 10 = \frac{20}{3} < 7.$$

$x$ -ის დასაშვები მნიშვნელობებია:  $x=1,2,3,4,5$  და  $6$ . ჩავსვათ  $x$ -ის დასაშვები მნიშვნელობები და განვსაზღვროთ როდის შეიცავს შუალედები  $y \in \left( \frac{30}{20}x; \frac{33}{20}x \right)$   $y$ -

ის ნატურალურ მნიშვნელობას.

ყველა შემთხვევიდან მხოლოდ ერთი, როცა  $x=5$ , გვამღევს შუალედს, რომელიც შეიცავს მხოლოდ ერთ მთელ რიცხვს  $y=8$ . მართლაც, როცა  $x=5$ , მაშინ მივიღებთ შუალედს  $y \in \left( \frac{15}{2}, \frac{33}{4} \right)$ . ამ შუალედს ეკუთვნის

$y=8$ . სპორტსმენთა ჯგუფში 5 სნოუბორდისტია.

**ამოცანა 6.** გიორგი და თეკლა შავი ზღვის სანაპიროს მიუყვებიან მანქანით. მანქანაში ჩართულია რადიო. დიქტორი: დღეს 13 აგვისტოა, დილის 12 სთ და 48 წუთია. გიორგი ითვლის რამდენი ბავშვი და ზრდასრული ირუჯება პლაჟზე. მან პლაჟზე 3 ბავშვი და 9-ჯერ მეტი ზრდასრული ადამიანი დათვალა. რამდენი ზრდასრული ადამიანია პლაჟზე? შეიძლება ვთქვათ თუ არა, რომ ბავშვები და ზრდასრული ადამიანები ირუჯებიან პლაჟზე? პლაჟზე მზეზე გარუჯვის წესები იცით? იცავთ ამ წესებს?

**ამოცანა 7.** ორი ტურისტი პლაჟზე ირუჯება. პირველი მზეზე ირუჯებოდა 34 წუთი, მეორე კი პირველზე

1 საათი და 13 წუთით მეტი. რამდენი წუთი ირუჯებოდა მზეზე მეორე ტურისტი? რამდენი წუთი შეიძლება ირუჯებოდეს ადამიანი პლაჟზე? მზისგან მიღებული დამწვრობას როდის იღებს ადამიანი? თქვენ მიგიღიათ მზისგან დამწვრობა? როგორ უნდა იმპურნალოთ? გიცდიათ ხალხური მედიცინის გამოყენება რძის პროდუქტებით მკურნალობა? შედეგიანი იყო?

ამის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა გააცნოს ზღვის კურორტები, უნდა უთხრას, რომ საქართველო მარტო სამთო კურორტებით არ არის განთქმული. საქართველო შედის შავი ზღვის აკვატორიაში, საზღვაო ქვეყანაა და ზღვაზე დასასვენებელი კურორტებიც მრავლადაა. 2008 წლის რუსეთის შემოჭრის შემდეგ ანექსირებულია საქართველოს ტერიტორიის 20%-ზე მეტი. რუსეთმა მთლიანად მიიტაცა აფხაზეთი თავისი ზღვისპირეთით და საზღვაო კურორტებით, მაგრამ იმედია, რომ მალე რუსეთის მიერ მიტაცებულ ტერიტორიებზე ქართული სახელმწიფოს იურისდიქცია აღდგება, დაუბრუნდება აფხაზეთი მშობლიურ წიაღს და კვლავ ექნება ამ კურორტებზე დასვენების შესაძლებლობა.

საზღვაო კურორტების გაცნობისას მასწავლებელმა გვერდი არ უნდა აუაროს ანექსირებულ ტერიტორიებზე არსებულ საზღვაო კურორტებსაც და კარგი იქნება, თუ მოკლე ვიდეო კლიპით მოსწავლეებს ამოგზაურებს სოხუმში, გაგრაში, გუდაუთაში, ... ამასთან ერთად, უნდა გააცნოს ბათუმი და მისი ღირსშესანიშნაობები, ქობულეთი, სარფი, შეკვეთილი, კვარიათი, გრიგოლეთი, ციხისძირი, ანაკლია, გონიო, ჩაქვი, განმუხური, ბობოყვათი, მწვანე კონცხი და სხვ.

მონოგრაფიის ფორმატში შეუძლებელია საქართველოში არსებული ყველა კურორტის და საკურორტო მარშრუტების განხილვა, ამას მასწავლებლები გაცილებით უკეთ მოახერხებენ პრაქტიკულად. სასურველია თუ მასწავლებელი მოსწავლეებს გააცნობს ბორჯომის ღირსშესანიშნაობებს, ყურადღებას გაამახვილებს ბორჯომის მინერალური წყლის სამკურნალო თვისებებზე, ბორჯომი-ხარაგაულის ეროვნულ პარკზე, ახალციხეზე, რაბათის ციხეზე, აბასთუმანზე, აბასთუმნის ობსერვატორიის მნიშვნელობაზე, აბასთუმნის სამკურნალო ჰავაზე, მის ინფრასტრუქტურაზე და სხვ. ასევე, რაჭის, სვანეთის, კახეთის ტურისტულ შესაძლებლობებსა და მის რეალიზებაზე. სიღნაღზე-როგორც სიყვარულის ქალაქზე. წყალტუბოში მშენებარე ტურისტულ კომპლექსებზე, გურიაში ტურიზმის განვითარების პერსპექტივაზე, კერძოდ, ბახმაროს ტურისტულ პოტენციალზე და სხვ. 2022 წელს ბათუმი გახდა გამარჯვებული ნომინაციაში „ყველაზე სწრაფად მზარდი ტურისტული ადგილი ევროპაში“, რისთვისაც მიიღო ტურისტული ჯილდო-World Travel Awards.

საქართველოში ტურიზმზე, ტურისტულ მარშრუტებსა და ტურებზე საკითხების განხილვისას მასწავლებელმა პირველ რიგში მოსწავლეებს უნდა გააცნოს ადგილობრივი ტურისტული ობიექტები და ტურები, შემდეგ მხარის, შემდეგ ქვეყნის ტურისტული შესაძლებლობები და მასთან დაკავშირებული მათემატიკური ამოცანები.

### **§3.4. მათემატიკური ამოცანები საქართველოში გავრცელებულ ფლორაზე, ფაუნაზე და მათ დაცვაზე. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის**

საქართველოს გაცნობა მოიცავს სხვადასხვა სახის ინფორმაციის მიღებას და გადამუშავებას სხვადასხვა დარგიდან, მათ შორის საქართველოში გავრცელებულ ფლორასა და ფაუნაზე. იმისათვის, რომ მასწავლებელმა შეადგინოს მათემატიკური ამოცანები, პირველ რიგში საჭიროა მეცნიერულად დადასტურებული მონაცემების შეგროვება საქართველოში არსებულ ფლორასა და ფაუნაზე. ასეთი ამოცანების ჩართვა მასწავლებელმა უნდა მოახდინოს მაშინ, როცა კლასში გადიან შესაბამისი შინაარსის მქონე მათემატიკურ ამოცანებს. თუ სასწავლო პროცესი წარიმართება ამ ფორმით, მაშინ საჭირო არ არის სასწავლო დროის დამატება, ხოლო მოსწავლეებისათვის ასეთი ამოცანები ხასიათდება მაღალი განმავითარებელი ეფექტით, რომელსაც დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესი მოყავს ერთიან სისტემაში, სადაც ნათლად ჩანს ყველა სასწავლო საგნის საჭიროება. საქართველოში გავრცელებულ ფლორაზე/ფაუნაზე მათემატიკური ამოცანების შედგენისას ვისარგებლებთ ჩვენი შემუშავებული, პრაქტიკაში აპრობირებული სქემით:

***„საქართველოში გავრცელებული ფლორის/ფაუნის შესახებ არსებული თეორიული ცოდნის მიწოდება → მათემატიკური ამოცანა, რომლის პირობა კავშირშია გადაცემულ ცოდნასთან → დასმული მათემატიკური***

*ამოცანის ამოხსნა და პასუხის ჩაწერა → მოსწავლე-  
თათვის წინასწარ შედგენილი კითხვებით საკითხის  
გარშემო გადაცემული ცოდნის გაღრმავება“.*

ასეთი სახის მათემატიკურ ამოცანებს დაწყებითი კლასების სახელმძღვანელოები არ შეიცავენ, ამიტომ მათი შედგენა მასწავლებლებს უხდებათ. ვიდრე მოვიყვანდეთ ასეთ ამოცანებს, მიზანშეწონილია მოსწავლეები მოკლედ გაეცნონ საქართველოში არსებულ ტყე-პარკებს, მათი შექმნის ისტორიას, არსებულ მცენარეულ საფარს და ცხოველთა სამყაროს. ამისათვის მასწავლებელმა მოსწავლეებს პირველ რიგში უნდა გააცნოს მათ საცხოვრებელ ადგილთან ყველაზე ახლოს მდებარე ნაკრძალების ფლორა და ფაუნა და შემდეგ ეტაპობრივად მოახდინოს სხვების გაცნობაც, რისთვისაც მის მონაცემთა ბაზაში უნდა იყოს რიჩის, გუმისთის, ბაწარის, ბიჭვინთა-მიუსერას, ბორჯომის, ფსხუს, ვაშლოვანის, დუშეთის, კინტრიშის, ლაგოდეხის, ლიახვის, სათაფლიის, ქობულეთის სახელმწიფო ნაკრძალების და სხვათა შესახებ. მართალია, ამ ნაკრძალებიდან ზოგიერთზე დღეისათვის საქართველოს იურისდიქცია არ ვრცელდება, მათი ტერიტორიები ოკუპირებულია რუსეთის მიერ, მაგრამ მოსწავლეებისათვის მათი გაცნობა აუცილებელია ეროვნული ინტერესებიდან გამომდინარე.

მასწავლებელს მონაცემთა ბაზაში ასევე უნდა ჰქონდეს ინფორმაციები ალგეთის, ბორჯომ-ხარაგაულის, ვაშლოვანის, თბილისის, თუშეთის, კოლხეთის, მტირალას, ყაზბეგის, ჯავახეთის, მაჭახელას, ფშავ-ხევსურეთის ეროვნული პარკების, ბუნების ძეგლე-

ბის, აღკვეთილი ტერიტორიების, დაცული ლანდშაფტების, საქართველოში არსებული ტბებისა და წყალსატევების და სხვ. როცა ინფორმაციას გაეცნობიან, მერე შესაძლებელია განხილული იქნეს სათანადო ამოცანები. ყველაზე ახლოს ქუთაისთან აჯამეთის აღკვეთილი მდებარეობს და მასწავლებელმა შეიძლება განიხილოს ასეთი

**ამოცანა 1.** აჯამეთის ნაკრძალში სხვადასხვა ჯიშის ჩიტი ბუდობს. თავისი ბარტყებისთვის შაშვებს დღეში 60 მუხლუხო მიაქვთ, ნიბლიებს 2-ჯერ მეტი, ხოლო ბოლოწითელებს 3-ჯერ მეტი, ვიდრე ნიბლიებს. რამდენით მეტი მუხლუხო მიაქვთ ბოლოწითელებს თავიანთი ბარტყებისათვის, ვიდრე შაშვებს?

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მიზანშეწონილია მასწავლებელმა მოსწავლეებს დაავალოს მოიძიონ მონაცემები აჯამეთის ნაკრძალის შესახებ, როგორი ტყის მასივებია ნაკრძალში, რომელი ცხოველები და ფრინველებია გავრცელებული ნაკრძალის ტერიტორიაზე, რამდენია ნაკრძალის ფართობი, როდის დაარსდა და სხვ. და ჩაატარონ მოძიებული ინფორმაციის პრეზენტაცია. ასეთი მიდგომა აღძრავს მოსწავლეებში ახალი ცოდნის შეძენის წყურვილს, რომელსაც დროთა განმავლობაში ისინი მიყავს ინფორმაციის დამოუკიდებლად მოძიებამდე.

ასევე, კარგ ეფექტს იძლევა მასწავლებლის მიერ ადგილობრივი გარემო პირობებისათვის დამახასიათებელ მცენარეებზე მათემატიკური ამოცანების შედგენა. მაგალითად, დასავლეთ საქართველოში, განსაკუთრებით კი შავი ზღვის სანაპიროზე, აჭარაში, სა-

მეგრელოში, გურიაში, აფხაზეთში, კოლხეთის დაბლობზე, იმერეთში იზრდება ბამბუკი. მოსწავლეებმა მცენარის შესახებ იციან, რომ ის სხვა მცენარეებთან შედარებით ძალიან სწრაფად იზრდება. შესაძლებელია მასწავლებელმა კლასში განიხილოს ასეთი

**ამოცანა 2.** ბამბუკი დღეში იზრდება 90 სმ-ით. რამდენი სმ-ით მოიმატებს მისი სიმაღლე 12 სთ-ში?

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეებს შეიძლება ვკითხოთ, თუ რა გამოყენება აქვს ბამბუკს. მოსწავლეებმა იციან, ბამბუკის სპინინგად (სათევზაო ჯოხად) გამოყენების შესახებ, მაგრამ მისი სხვა გამოყენება მოსწავლეებმა შეიძლება არც იცოდნენ. მასწავლებელი მოსწავლეებს აცნობს, რომ ბამბუკს იყენებენ ავეჯის, კიბეების, სათხილამურო ჯოხების, წყალსადენი მილების, საყრდენების და სხვ. დასამზადებლად. მოსწავლეებს ავალეbs, მოიძიონ ინფორმაცია ბამბუკის შესახებ და გააკეთონ 2-3 წუთიანი პრეზენტაცია.

საქართველოს ფლორისა და ფაუნის შესახებ ყველა სახის მათემატიკური ამოცანას რა თქმა უნდა აქვერ განვიხილავთ, მაგრამ შევიძუშაოთ პრინციპი, რომლის მიხედვითაც შეიძლება ასეთი ამოცანების განხილვა მოხდეს კლასში. ჩვენი აზრით უმჯობესია, რომ მასწავლებელმა ამოცანა შეარჩიოს ისე, რომ ამოცანის პირობაში ყურადღება გამახვილებული იყოს იმ მცენარეებზე, ფრინველებზე/ცხოველებზე, რომლებსაც მეტი სარგებლობა მოაქვთ ადამიანებისათვის, ან/და აუმჯობესებენ გარემო პირობებს, ან/და შეტანილი არიან წითელ წიგნში და საჭიროებენ დაც-

ვას. მაგალითად, ბუს შესახებ მოსახლეობაში გავრცელებულია წარმოდგენა, რომ ის მავნებელია, სინამდვილეში მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ ბუ მეტად სასარგებლო ფრინველია, რომელიც ანადგურებს მღრნელებს, განსაკუთრებით კი მინდვრის თაგვებს, რომლებიც დიდ ზიანს აყენებენ ფერმერებს, აფუჭებენ მარცვლეული კულტურების მოსავალს-ხორბალს, სიმინდს, ჭვავს, შვრიას და სხვ. მოსწავლეებს ბუს სარგებლიანობაზე წარმოდგენას შეუქმნის ასეთი

**ამოცანა 3.** ერთი მინდვრის თაგვი წელში ანადგურებს 1 კგ-ზე მეტ ხორბალს, ხოლო ბუს ოჯახი წელიწადში ანადგურებს 1000-ზე მეტ მინდვრის თაგვს. რამდენი კილოგრამი ხორბლის ეკონომიას უკეთებს ბუს ოჯახი ფერმერებს?

მოსწავლეებისათვის ნაცნობი მწერებია ჭიანჭველები, რომლებიც ყველაზე შრომისმოყვარე არსებები არიან. მიზანშეწონილია მოსწავლეებს მივაწოდოთ ინფორმაცია ჭიანჭველების ბუდეების შესახებ, რა სარგებლობა და რა ზიანის მოტანა შეუძლიათ მათ მოსახლეობისათვის.

**ამოცანა 3.** ტყის ყველაზე შრომისმოყვარე არსებები ჭიანჭველებია. საშუალოდ ჭიანჭველებს 1 წთ-ში ბუდეში მიაქვთ 2 ათეული მწერი. რამდენ მწერი მიაქვთ ჭიანჭველებს თავიანთ ბუდეში 1 სთ-ში?

ამოცანა მოსწავლეებს ნათელ წარმოდგენას უქმნის ჭიანჭველებზე, რომლებიც ანადგურებენ მწერებს, რითაც ხელს უწყობენ ბევრი სასარგებლო პროცესის ნორმალურად წარმართვას ბუნებაში.

მასწავლებელმა მოსწავლეებს ბუნებისმცოდნეობის გაკვეთილზე შეიძლება გააცნოს საქართველოს მდინარეები და მათი სიგრძეები. განიხილოს ასეთი

**ამოცანა 4.** საქართველოში 26 060 მდინარეა, მათი საერთო სიგრძე დაახლოებით 60 ათასი კმ-ა. საქართველოს ტერიტორიაზე გამავალი მდინარეების სიგრძეებია: მტკვარი-351 კმ, რიონი-327 კმ, ტეხური-101 კმ, ენგური-213 კმ, კოდორი-117 კმ, ალაზანი-391 კმ, ბზიფი-110 კმ, ყვირილა-140 კმ, ცხენისწყალი-176 კმ, ქციახრამი-187 კმ, არაგვი-112 კმ, ხობისწყალი-150 კმ, ლიახვი-115 კმ, სუფსა-109 კმ, იორი-183 კმ, ალგეთი-116 კმ, ფარავანი-74 კმ, ჭოროხი-28 კმ. ჩამოთვლილი მდინარეების სიგრძეთა ჯამი საქართველოს მდინარეების საერთო სიგრძის რამდენი პროცენტია.

საქართველოში გავრცელებულია როგორც მარადმწვანე, ფოთლოვანი, ისე წიწვოვანი ხეები. მარადმწვანე ხეები გაცილებით მეტ ჟანგბადს გამოყოფენ, ვიდრე ფოთლოვანი ხეები, ფოთლოვანი ხეები გამოყოფენ გაცილებით მეტ ჟანგბადს, ვიდრე წიწვოვანი ხეები. ქართულ სინამდვილეში ქალაქებში განაშენიანებულია ჭადრის ხეები. ქალაქის გარეუბნებში კი როგორც ფოთლოვანი, ისე წიწვოვანი ხეები. მასწავლებელს შეუძლია კლასში ამოხსნას ასეთი

**ამოცანა 5.** ერთი ზრდასრული ფოთლოვანი ხე გამოყოფს იმდენ ჟანგბადს, რამდენის საჭიროა ერთი ადამიანისათვის ერთი დღის განმავლობაში. ქალაქის პირობებში, ეკოლოგიური დაბინძურების მაღალი ხარისხის გამო ჟანგბადის გამოყოფა შემცირებულია 10-ჯერ. რამდენი ზრდასრული ფოთლოვანი ხეა საჭირო,

რომ ქალაქი, რომელშიც 1 მილიონი ადამიანი ცხოვრობს უზრუნველყოფილი იყოს ჟანგბადით?

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელს შეუძლია დასვას ასეთი კითხვები: ქალაქის პირობებში ჟანგბადის სისუფთავის თვალსაზრისით, როგორი ხეების გაშენებაა სასარგებლო-წიწვოვანის, თუ ფოთლოვანის? რატომ? თქვენ მონაწილეობა გაქვთ მიღებული ხეების დარგვაში? შემდეგშიც აპირებთ ანალოგიურ პროექტში მონაწილეობას? პროპაგანდას უწევთ თქვენ კლასელებთან, მეგობრებთან, ახლობლებთან ქალაქის/სოფლის გამწვანების ოპერაციაში მონაწილეობის მიღებას?

**ამოცანა 6.** საქართველოს წითელ წიგნში შეტანილ ცხოველებზე და ფრინველებზე ნადირობა სასტიკად აკრძალულია. წითელ წიგნში შეტანილ ცხოველებზე და ფრინველებზე ნადირობა ისჯება სისხლის სამართლის კანონით. საქართველოს წითელ წიგნში შეტანილია 18 სახეობის მტაცებელი ცხოველი, 14 სახეობის ბალახის მჭამელი ცხოველი და 29 სახეობის ფრინველი. სულ რამდენი სახეობის ცხოველზე და ფრინველზე ნადირობა ისჯება სასხლის სამართლის კანონით? გაეცანით საქართველოს წითელ წიგნში შეტანილ სახეობებს, მოაგროვეთ მათ შესახებ საჭირო ინფორმაცია და გააკეთეთ მოკლე პრეზენტაცია.

მთელ მსოფლიოში, განსაკუთრებით კი საქართველოში მეტად აქტუალურია წითელ წიგნში შეტანილი სახეობების მოვლა-პატრონობა და მათ გადარჩენაზე ზრუნვა. თუ მოსწავლეები დაწყებით კლასებში გაეცნობიან გადაშენების პირას მიყვანილ სახეობებს, იქ-

ნება ეს მცენარეები, თევზები, ფრინველები, თუ ცხოველები, გაცილებით დიდია ალბათობა იმისა, რომ შემდგომში ისინი მოგვევლინებიან მათ აქტიურ დამცველებად. ამიტომ მასწავლებელს როცა კი ამის შესაძლებლობა ექნება მოსწავლეებს უნდა გააცნოს ვიდეო და ფოტო მასალა წითელ წიგნში შეტანილ სახეობებზე.

საქართველოში გავრცელებულ ფლორაზე, ფაუნაზე და მათ დაცვაზე ამოცანები მათემატიკის მასწავლებლებს ეხმარება სასწავლო პროცესი წარმართონ შემოქმედებითად. ასეთი მათემატიკური ამოცანებით მოსწავლეები იძენენ ახალ ცოდნას, ამყარებენ ლოგიკურ კავშირებს არსებულ და ახლად შეძენილ ცოდნას შორის, რითაც სასწავლო პროცესი ხდება შინაარსიანი და მიმზიდველი.

### **§3.5. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ეკონომიკაზე, ფინანსებზე, ვაჭრობაზე. ასეთი ამოცანების სისტემები**

მსოფლიოში მიმდინარე გლობალურმა ცვლილებებმა, პანდემიამ, რუსეთ-უკრაინის ომმა, ეკონომიკურმა ვარდნებმა და კრიზისებმა, ვალუტის კურსის სისტემატიურმა რყევებმა და სხვა პრობლემებმა ძალიან დიდი გავლენა მოახდინა საქართველოს ეკონომიკაზე. ეს ცვლილებები ავტომატურად შეეხო მოქალაქეთა ცხოვრებას, მოსახლეობის საშუალო ფენაში დაეცა ცხოვრების დონე. ამიტომ საჭირო გახდა რიგითი მოქალაქის მიერ საბაზრო ეკონომიკის საკითხების საფუძვლიანი ცოდნა, რაც დაეხმარება ადამიანებს პრაქტიკული, ცხოვრებისეული პრობლემების ეფექტურად გადაწყვეტაში.

თანამედროვე სამყაროში ყველა ადამიანს ხშირად შექმნია ეკონომიკური სახის პრობლემები, რომლებიც დაკავშირებულია როგორც პროფესიულ საქმიანობასთან, ასევე ყოველდღიურ ცხოვრებაში წამოჭრილ საკითხებთან. ასეთი სახის პრობლემებთან შეხება აქვთ ბავშვებსაც, იქნებიან ისინი სკოლის მოსწავლეები, თუ დადიან სკოლამდელ დაწესებულებებში. ამიტომ, ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლის ერთ-ერთი მთავარი ამოცანაა აღზარდოს მოსწავლე, რომელსაც შეუძლია დამოუკიდებლად გაკეთოს არჩევანი და აიღოს ცხოვრებისეულ სიტუაციებში მიღებულ გადაწყვეტილებებზე პასუხისმგებლობა.

ცხოვრებაში წამოჭრილი პრობლემების ეფექტური გადაჭრა მოითხოვს საკითხის საკმაოდ გონივრულ განსჯას და ემყარება პროფესიულ ცოდნას. ეკონომიკური განათლება ყველა ადამიანს არ აქვს და არც არის საჭირო, რომ მოსახლეობის დიდი ნაწილი იყოს ეკონომისტი, ან ფინანსისტი, ან ბუღალტერი, თუ აუდიტორი, მაგრამ გარკვეული ეკონომიკური განათლების ქონა რომ აუცილებელია ყველა ადამიანისათვის, ეს ცხადია.

მიზანშეწონილია, რომ თანამედროვე სკოლამ აღზარდოს საქმიანი ადამიანი, რომელსაც ჩამოყალიბებული ექნება ეკონომიკური აზროვნება და მზად იქნება საბაზრო ურთიერთობების პირობებში დამოუკიდებლად წარმართოს ეკონომიკური საქმიანობა. ეს ნიშნავს, რომ საგრძნობლად იზრდება ეკონომიკური ცოდნის საჭიროება. ამის პარალელურად ისმის კითხვა: როდის უნდა დავიწყოთ მოსწავლეებისათვის ეკონომიკური ცოდნის სწავლება? ჩვენი მოსაზრებით, იმისათვის, რომ მოსწავლეებს გადავცეთ ეკონომიკური შინაარსის ცოდნა, მისი სწავლება არაცნობიერად უნდა დავიწყოთ საბავშვო ბაღიდან, ხოლო სისტემატიური სახით, სკოლაში სწავლების პირველივე დღიდან. ყველა ადამიანი ერთხელ მაინც შესწრებია ისეთ სიტუაციას მაღაზიაში, თუ როგორ ითხოვენ ბავშვები რაღაცის ყიდვას, ეს შეიძლება იყოს ტკბილეული ან სათამაშო. მაგრამ მშობლები უარს ეუბნებიან სასურველი ნივთის, თუ პროდუქტის შეძენაზე, რაც უმრავლეს შემთხვევაში იწვევს ბავშვის ემოციების ნეგატიურ გამოვლენას, ტირილს, გაჯიუტებას, ფე-

ხების ბაკუნს და სხვ. ეს ხდება მაღაზიაში, სადაც უცხო ადამიანებია და მშობლები ამის გამო უხერხულ სიტუაციაში ვარდებიან. ასეთი სიტუაციები განპირობებულია იმით, რომ ბავშვები ვერ აცნობიერებენ, რამდენად რთულია ფულის შოვნა ზოგადად და რა ფინანსური შესაძლებლობები აქვთ მის მშობლებს. შესაბამისად, არ ესმით როგორ მართონ მათ ხელთ არსებული თანხები რაციონალურად. რა დასკვნა შეიძლება გამოვიტანოთ აქედან? იმისათვის, რომ მივაღწიოთ ამ საკითხების ინფორმირებულობას, აუცილებელია ეკონომიკური კონცეფციების ჩართვა სასწავლო პროცესში სწავლის დაწყებისთანავე, პირველივე კლასიდან, რაც საშუალებას მიცემს ბავშვებს გაიგონ რა არის რეალური მიზეზი იმისა, თუ რატომ ეუბნებიან მშობლები უარს მათთვის სასურველ ნივთზე, თუ პროდუქტზე.

დაწყებითი კლასების მასწავლებელმა მოსწავლეებში ეკონომიკური ცოდნის ჩამოყალიბება უნდა დაიწყოს ეკონომიკური ცნებების და ტერმინების შესწავლით, რომლის საფუძვლიანად გაცნობის შემდეგ მოსწავლეებს გააცნობს ეკონომიკური კანონებს. ეს აუცილებელია იმისათვის, რომ მოსწავლეებს ნათელი წარმოდგენა ქონდეთ ოჯახის ბიუჯეტზე, ყოველთვიურ ფულად შემოსავლებზე, საქონლის ფასზე, საქონლის ფასწარმოქმნაზე, ფულის რაციონალურ გამოყენებაზე და ა.შ.

სწავლების პირველივე გაკვეთილებიდან ასეთნაირად წარმართული სასწავლო პროცესი დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს აძლევს ეკონომიკის საფუძვ-

ლების შესახებ ცოდნის იმ მინიმუმს, რითაც მათ შეუძლიათ შეგნებულად მიიღონ მონაწილეობა ოჯახების ეკონომიკურ ცხოვრებაში. აღსანიშნავია, რომ სწორედ ადრეულ სასკოლო ასაკში ხდება ბავშვის პიროვნების ჩამოყალიბება. ამ დროს აქტიურად ვითარდება სხვადასხვა შემეცნებითი პროცესები: მეხსიერება, აღქმა, აზროვნება, მეტყველება, წარმოსახვა, ყურადღება. ამიტომ ამ ასაკში ბავშვებს უადვილდებათ ეკონომიკური საკითხების ათვისება.

მოსწავლეთა ეკონომიკური ცოდნის და განათლების საკითხების სწავლება ახალი არ არის. ასეთი საკითხები ჩართული იყო ჯერ კიდევ მეცხრამეტე საუკუნეში ქართულ ენაზე გამოცემულ დაწყებითი კლასების არითმეტიკის სახელმძღვანელოებში.

სად უნდა მიიღოს ეს ცოდნა ადამიანმა? როდის უნდა დაიწყოს ეკონომიკური საკითხების შესწავლა და რა მოცულობით? აი კითხვები, რომელზეც პასუხის გაცემა საშუალებას მოგვცემს ეფექტურად გადაწყვიტოთ იმ ეკონომიკური პრობლემების ნაწილი მაინც რაც ჩვენს წინაშე წარმოიშვება ყოველდღიურად.

საქართველოს კანონმდებლობით დაწყებით სკოლაში არ ისწავლება ეკონომიკა. ეკონომიკური საკითხების შესწავლა უნდა მოხდეს სხვადასხვა დისციპლინების თემების შესწავლისას. ყველა საგანზე უკეთესად ამ პრობლემების გადაჭრა შესაძლებელია მათემატიკის გაკვეთილებზე. მათემატიკა საუკეთესო დისციპლინაა ეკონომიკის საფუძვლების გასაგებად. მათემატიკური მიდგომებით ხდება სხვადასხვა ეკო-

ნომიკური საკითხების, ამოცანებისა და პრობლემების გადასაჭრა.

სად უნდა მიიღოს ეკონომიკური ცოდნა ადამიანმა?-ალბათ საუკეთესო პასუხი იქნება-ეკონომიკის ფაკულტეტზე უნივერსიტეტში, მაგრამ ასეთი კატეგორიის ადამიანები მთელი მოსახლეობის მცირე ნაწილია, ხოლო ეკონომიკური პრობლემები ყველა ადამიანის წინაშე დგება. კითხვაზე-როდის უნდა დაიწყოს ეკონომიკური საკითხების შესწავლა-პასუხი ცალსახაა-რაც შეიძლება ადრეულ ასაკში და გაგრძელდეს სკოლაში სწავლების ყველა საფეხურზე, რათა სკოლის დამთავრების შემდეგ საკმარისი ცოდნა ექნეთ ცხოვრებისეული ეკონომიკური საკითხების გადასაჭრელად.

ეკონომიკური საკითხების სკოლაში სწავლებისათვის აუცილებლობას წარმოადგენს მისი სწავლების მეთოდოლოგიის შექმნა, რომელსაც ცხადია მარტო ეკონომისტები, ფინანსისტები, ბუღალტრები და აუდიტორები ვერ შეძლებენ, საჭიროა საქმეში აქტიურად ჩაერთონ მათემატიკის მასწავლებლები და ფსიქოლოგები. უნდა დამუშავდეს სწავლების თითოეულ საფეხურზე ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების სწავლების მიზნები, ამოცანები და სწავლების მეთოდოლოგია. უნდა გამოიყოს ამოცანათა სახეები, რომელთა განხილვა შესაძლებელია კონკრეტულ კლასებში, სწავლების ამა თუ იმ საფეხურზე და სათანადოდ მომზადებული ამოცანათა სისტემების ჩართვა უნდა მოხდეს მათემატიკის სწავლების პროცესში. ამოცანები შეიძლება ეხებოდეს პი-

როვნების ეკონომიკურ ქცევას, საოჯახო ეკონომიკის ან საწარმოო-ეკონომიკურ პროცესებს, რომლებიც უკავშირდება საკუთრების ფორმებს, შრომის ორგანიზაციის სხვადასხვა სახეს, საბაზრო ეკონომიკის პირობებში ახალგაზრდების სოციალურ-ეკონომიკური დაცვის საფუძვლებს და სხვ.

კარგი იქნება, თუ განათლების სამინისტრო შემოიღებს ახალ სასწავლო დისციპლინას, რომელიც მოსწავლეებს შეასწავლის ფინანსური და ეკონომიკური ხასიათის საკითხებს და მათი გადაჭრის ოპტიმალურ მეთოდებს. მაგრამ ჩვენი აზრით აქამდე შორია, ხოლო დრო არ იძლევა იმის საშუალებას, რომ საკითხის გადაწყვეტა შორეული მომავლისათვის გადავდოთ. ამიტომ სადღეისოდ მიგვაჩნია, რომ ფინანსური და ეკონომიკური ხასიათის მასალის საჯარო და კერძო სკოლებში სწავლისათვის კარგი იქნება თუ განხორციელდება მეთოდური მიდგომები:

- ფინანსური და ეკონომიკური ხასიათის საკითხების სწავლება უნდა მოხდეს მათემატიკის გაკვეთილებზე ფინანსური და ეკონომიკური საკითხების შემცველი ამოცანების ჩართვით;
- ფინანსური და ეკონომიკური საკითხების სწავლებისას პირველ რიგში ყურადღება უნდა გამახვილდეს ყოველდღიური პრაქტიკული ფინანსური და ეკონომიკური საკითხების სწავლების მიმართ, რისთვისაც გამოყენებული უნდა იქნეს განმავითარებელი და საძიებო ფინანსური და ეკონომიკური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანები.

- მათემატიკის გაკვეთილებზე ფინანსური და ეკონომიკური შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვა დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში უნდა მოხდეს იმ დროს, როცა გაკვეთილზე მასწავლებელი ან ხსნის, ან განამტკიცებს, ან იმეორებს კონკრეტულ საკითხს, რომელსაც მჭიდრო კავშირი აქვს ფინანსურ ან/და ეკონომიკური შინაარსის მქონე მათემატიკურ ამოცანასთან და მისი ამოხსნა შესაძლებელია იმავე კონკრეტული მეთოდის/ხერხით ან მიდგომით;
- თუ ფინანსური და ეკონომიკური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების მიმართ გამოყენებული იქნება სწავლების ასეთი ფორმა, მაშინ ცხადია, გაფართოვდება განსახილავი ფინანსური და ეკონომიკური შინაარსის საკითხების სწავლება, საჭირო არ გახდება ახალი სასწავლო საგნის დამატება (რისი იმედი არც გვქონდა), არამედ საჭირო არ არის მათემატიკის კვირეული დატვირთვის გაზრდა.
- ჩამოყალიბებული სახით ფინანსური და ეკონომიკური საკითხების სწავლება დაწყებით კლასებში დაეხმარება ყველა საფეხურის სკოლის მოსწავლეებს შეისწავლონ ფინანსური და ეკონომიკური საკითხების ფართო სპექტრი, რომელზე დაყრდნობითაც ისინი შემდგომ ცხოვრებაში წამოიწიონ ფინანსური და ეკონომიკური პრობლემების ისეთ გადაწყვეტას, რომელიც მათ თავიდან აარიდებს ეკონომიკურ და ფინანსურ ზარალს.

ფინანსური და ეკონომიკური ამოცანების ამოხსნისას საჭიროა მათემატიკური მოდელის აგება, ანუ ფინანსური ან/და ეკონომიკური შინაარსის ამოცანების მათემატიკურ ენაზე გადათარგმნის შემდეგ ასეთი ამოცანების ჩვეულებრივი მათემატიკური ამოცანებია, რომელთა ამოხსნები ხშირად საჭიროებს არითმეტიკული გამოთვლების ჩატარებას და სხვა მათემატიკური მოდელების გამოყენებას.

### ამოცანები

1. ფოთის სუპერმარკეტში 1 კგ კეფალის ჯიშის თევზი ღირს 15 ლარი და 40 თეთრი. 1 კგ კარტოფილი 1 ლარი და 80 თეთრი. მარიმ იყიდა 1,5 კგ კეფალი და 2,5 კილოგრამი კარტოფილი. რა თანხა უნდა დაუბრუნონ მარის სალაროდან, თუ ნაყიდი პროდუქტების თანხის გადასახდელად მოლარეს მან 50 ლარიანი მიაწოდა?

2. საკონდიტრო ფაბრიკას „ტკბილი ქვეყანა“ საახალწლო აქცია აქვს: შოკოლადის კანფეტების თითოეულ პაკეტში მოთავსებულია სასაჩუქრე ტალონი. ყოველ მოგროვებულ 6 სასაჩუქრე ტალონზე მომხმარებელს უფასოდ გადაეცემა შოკოლადის ერთი პაკეტი. შოკოლადის პაკეტის ღირებულების რა ნაწილს წარმოადგენს სასაჩუქრე ტალონის ღირებულება?

3. საზაფხულო არდადეგებზე მამუკა მცხეთის საცხენოსნო კლუბში ვარჯიშობს. კლუბში მამუკა თბილისიდან და უკან საგარეუბნეო ელექტრომატარებლით დადის. ელექტრომატარებლის ბილეთის ღირებულება ერთ მხარეს 1 ლარი და 20 თეთრია, ხოლო ელექტრომატარებლის ერთთვიანი აბონემენტი ფას-

დაკლებით 36 ლარი ღირს, რომლის მფლობელსაც შეუძლია ელექტრომატარებლით შეუზღუდავად იმგზავროს თბილისიდან მცხეთამდე და უკან ერთი თვის განმავლობაში. რა შემთხვევაშია მომგებიანი მამუკას მიერ ერთთვიანი აბონემენტის შეძენა?

4. სალომე მეექვსე კლასში სწავლობს და ყოველდღიურად სკოლაში სამარშრუტო ავტობუსით დადის. სამარშრუტო ავტობუსის ბილეთი 80 თეთრი ღირს. სალომეს სურვილის მიხედვით შეუძლია შეიძინოს მოსწავლეებისათვის განკუთვნილი სამგზავრო ერთთვიანი ტალონი, რომელიც 18 ლარი ღირს. რა თანხას დაზოგვა შეუძლია სალომეს ნოემბერში ერთთვიან სამგზავრო ტალონის შეძენით, თუ ნოემბერში 22 სასწავლო დღეა? მომგებიანია თუ არა სალომესათვის წლის ყოველ თვეში იყიდოს ერთთვიანი სამგზავრო ტალონი? რატომ?

5. ცხრილში მოცემულია ერთნაირი პროდუქტების ფასები ქალაქის სამ სხვადასხვა მარკეტში:

| მაღაზიები | პროდუქტის ფასები |                      |                    |
|-----------|------------------|----------------------|--------------------|
|           | შაქარი<br>(1 კგ) | შოკოლადი<br>(1 ფილა) | წიწიბურა<br>(1 კგ) |
| დეილი     | 3,1 ლარი         | 4,5 ლარი             | 3,5 ლარი           |
| 2 ნაბიჯი  | 3,3 ლარი         | 3,7 ლარი             | 3,9 ლარი           |
| მაგნიტი   | 3,4 ლარი         | 3,85 ლარი            | 3,7 ლარი           |

პაპუნამ უნდა შეიძინოს 2 კგ შაქარი, 6 ფილა შოკოლადი და 1,5 კგ წიწიბურა.

ა) ყველაზე ცოტა, რამდენს გადაიხდის პაპუნამ საჭირო პროდუქტების შესაძენად?

ბ) რომელ მაღაზიაშია უმჯობესი შეიძინოს პაპუნამ პროდუქტები, თუ დეილში ასაწონ პროდუქტებზე 20%-იანი ფასდაკლებაა, 2 ნაბიჯში ყველა პროდუქტზე 10%-იანი ფასდაკლება, ხოლო მაგნიტში შოკოლადებზე 25%-იანი ფასდაკლება?

6. მარკეტში შეცდომით ერთმანეთში აერიათ ბარამბოს ფირმის სამი სხვადასხვა ხარისხის შოკოლადის კანფეტები. მესამე ხარისხის შოკოლადის წონა იყო 14 კგ და 1 კგ ღირდა 10 ლ, მეორე ხარისხის შოკოლადის წონა იყო 16 კგ და 1 კგ ღირდა 14,5 ლ, პირველი ხარისხის შოკოლადის წონა იყო 18 კგ და 1კგ ღირდა 16 ლ. რა ფასში უნდა გაყიდოს მარკეტმა 1 კგ შერეული შოკოლადი რომ ზარალი არ ნახოს?

7. სამმა თანამშრომელმა გოგიმ, ბაკურიმ და თამრიკომ იყიდა 500 ლარის ღირებულების საქართველოს ლატარიის ბილეთები. გოგიმ გადაიხადა ლატარიის ბილეთების ღირებულების 24%, ბაკურიმ ბილეთების ღირებულების 0,21, ხოლო დანარჩენი თანხა დაფარა თამრიკომ. თანამშრომლები შეთანხმდნენ, რომ მოგებას გაიყოფენ თითოეულის გადახდილი თანხის პროპორციულად. ლატარიაში თანამშრომლებმა 20000 ლარი მოიგეს. მოგებულიდან რა რაოდენობის თანხა ეკუთვნის თითოეულს?

8. წალენჯიხაში ორი მარკეტი ერთნაირი დასახელების პროდუქტებით ვაჭრობს. პირველ მარკეტში პროდუქტებზე ფასი 10%-ით დაბალია, ვიდრე მეორე მარკეტში, ხოლო ერთ დღეში გაყიდული საქონელი 20%-ით მეტი. რომელ მაღაზიას აქვს მეტი მოგება?

9. ვეფხვაძეების ოჯახში ხუთი წევრია, რომელთა თვიური ბიუჯეტი 1266 ლარია.

- რამდენია ვეფხვაძეების ოჯახის თითოეული წევრის საშუალო შემოსავალი თვეში?

- მცირეშემოსავლიანად ითვლება ოჯახი, თუ მისი წევრთა თვიური შემოსავალი ნაკლებია თვეში ერთი ადამიანის საარსებო მინიმუმზე, რომელიც ამ ეტაპზე 253 ლარია. ითვლება თუ არა ვეფხვაძეების ოჯახი მცირეშემოსავლიანად?

10. კვანტრეს ოჯახის შემოსავალი პირველ კვარტალში გაიზარდა 7%-ით, მეორე კვარტალში 10%-ით. რამდენი პროცენტით გაიზარდა კვანტრეს ოჯახის საშუალო თვიური შემოსავალი ორ კვარტალში. (აქ კვარტალი არის დროის შუალედი, რომელიც მოიცავს სამ თვეს).

11. რა თანხა დაერიცხა ხელფასზე RMG ფირმის თანამშრომელს, თუ მან გადაიხადა ერთიანი სოციალური გადასახადი, რომელიც ხელფასის 13%-ს შეადგენს და ხელზე აიღო 2479,5 ლარი?

12. RMG ფირმის თანამშრომელმა ავანსის სახით აიღო 1584 ლარი, რაც შეადგენს მისი ხელფასის 45%-ს. რამდენი ლარია RMG ფირმის თანამშრომელის თვიური ხელფასი?

13. საქართველოში საზღვარგარეთიდან შემოყვანილი ავტოსატრანსპორტო საშუალებები ექვემდებარებიან განბაჟებას. ერთი და იმავე წელს გამოშვებული ავტოსატრანსპორტო საშუალებების განბაჟების თანხა დამოკიდებულია მისი მოტორის მოცულობაზე, რაც მეტია ავტოსატრანსპორტო საშუალე-

ბის მოტორის მოცულობა, მით მეტია მისი განბაჟების თანხა. ნინოს და მარინეს ერთნაირი შემოსავლები აქვთ. მათ შეიძინეს ერთი და იმავე წელში გამოშვებული ავტომობილები, რომლებსაც სხვადასხვა მოცულობის მოტორები აქვთ. განბაჟებისას ნინოს ავტომანქანას დაჭირდა მისი წლიური ბიუჯეტის 13,9%, ხოლო მარინას-მისი წლიური ბიუჯეტის 19,3%. რომლის ავტომანქანას აქვს მეტი მოცულობის მოტორი?

14. საქართველოს ბანკში ანაბარზე შეტანილ ლარს ერიცხება 11,2% წლიურად. ეს ნიშნავს, რომ ბანკში ანაბარზე შეტანილი თანხა იზრდება 11,2%-ით. რამდენი ლარით გაიზრდება 1 წელში ანაბარზე შეტანილი 25000 ლარი?

15. საქართველოს ბანკში თანხის გადარიცხვაზე ბანკი იღებს გადასარიცხი თანხის 3%-ს. რა რაოდენობის თანხა უნდა შევიტანოთ ბანკში, რომ გადავრიცხოთ 2000 ლარი?

16. თიბისი ბანკის ვადიან ანაბარზე განათავსეს 30000 ლ. შეტანილ თანხას ერიცხება 11% წლიურად. თუ კლიენტი ვადის გასვლის შემდეგ ანგარიშიდან არ გაიტანს თანხას, მაშინ ანაბარზე დარიცხული პროცენტი ემატება ანაბრის თანხას. რა თანხა ერიცხება კლიენტს ბანკში, რომელმაც არ მოხსნა თანხა ანაბრიდან: ა) 1 წელი; ბ) 2 წელი; გ) 3 წელი?

17. ბიბლუსის წიგნების ინტერნეტ-მაღაზიაში ყველა წიგნს ერთნაირი გასაყიდი ფასი აქვს. ინტერნეტ-მაღაზიაში აქციაა: „ყოველი მესამე წიგნი-საჩუქრად“. მყიდველმა 7 წიგნი შეუკვეთა. შეკვეთილი წიგნები-

დან რამდენ წიგნს მიიღებს მყიდველი აქციის ფარგლებში უფასოდ?

**კომენტარი:** აქ შეგნებულად არ განვიხილეთ ისეთი სიტუაცია, როცა წიგნების ფასი სხვადასხვაა, რადგან ამ დროს წარმოიშვება წინააღმდეგობა გამყიდველსა და მყიდველს შორის. სხვადასხვა ფასიანი წიგნების შემთხვევაში მყიდველი მოითხოვს საჩუქრად მიცენ ყველაზე ძვირი წიგნი, ხოლო თვითონ გადაიხადოს იმ წიგნების ღირებულება, რომლებიც ყველაზე იაფია, ხოლო გამყიდველი პირიქით-მოითხოვს იმ წიგნების ღირებულების გადახდას, რომელებიც ყველაზე ძვირი ღირს, ხოლო ყველაზე იაფი წაიღოს მყიდველმა საჩუქრად. თქვენ როგორ მოიქცევით?

18. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტმა ივნისში დახარჯული წყლის საფასურად გადაიხადა 2500 ლარი, ხოლო ივლისში 40%-ით ნაკლები. რამდენი ლარით ნაკლები წყლის გადასახადი გადაიხადა უნივერსიტეტმა ივლისში ივნისთან შედარებით?

**კომეტარი:** მოსწავლეებმა შეიძლება იფიქრონ, რომ რეალურია თუ არა, რომ დაწესებულებას ზაფხულში წყლის გადასახადი შეუმცირდა? ამის საფუძველი არსებობს, მაგრამ ამოცანის პირობა სრულ შესაბამისობაშია რეალობასთან. ამიტომ მოსწავლეებს ამ ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელმა უნდა შეავსოს ამოცანის სიუჟეტი. კერძოდ, რომ ამოცანის სიუჟეტში საუბარია უნივერსიტეტზე, რომელიც საგანმანათლებლო და სამეცნიერო დაწესებულებაა. უნივერსიტეტში ივლისის თვეში დაახლოებით 10 რიცხვიდან სტუდენტების უმრავლესობას საზაფხულო არ-

დადეგები აქვს, ხოლო თანამრომელთა დიდი ნაწილი თვის შუა რიცხვებიდან შვებულებაში გადის, რაც განაპირობებს იმას, რომ საგრძნობლად მცირდება უნივერსიტეტში წყლის ხარჯი.

19. ნავენახევის მღვიმის დათვალიერება ზრდასრულთათვის 10 ლარია, მოსწავლეებისათვის იმის ნახევარი, რაც ზრდასრულთათვის, ხოლო სკოლამდელი ასაკის ბავშვებისათვის იმის მეოთხედი, რაც ზრდასრულთათვის. რამდენი ლარი უნდა გადაიხადოს ოჯახმა ნავენახევის მღვიმის დასავალიერებლად, თუ ოჯახში დედა, მამა, ორი მოსწავლე და ერთი 3 წლის ბავშვია?

20. თორნიკე, გოგლიკა, ანდრო და პაპუნა ქუთაისში იაკობ ნიკოლაძის ლიცეუმში სწავლობენ. ისინი 12:30 სთ-ზე სკოლიდან „შატალოზე“ გაიპარნენ და იქვე ახლოს მდებარე კონოთეატრ „სულიკოში“ მივიდნენ კინოს სანახავად. ოთხივეს ერთად 37 ლარი და 80 თეთრი აქვს. ისარგებლეთ ცხრილით და განსაზღვრეთ, რა ღირს ბილეთი იმ უახლოეს სეანსზე, რომელზეც ოთხივე ბიჭს შეუძლია ბილეთის ყიდვა.

| ფილმის დასახელება    | სეანის დასაწყისი | ბილეთის ფასი |
|----------------------|------------------|--------------|
| მაიმუნების პლანეტა   | 11:55            | 9 ლარი       |
| ტომი და ჯერი         | 12:20            | 9,5 ლარი     |
| კუ-ნინძები           | 12:40            | 10 ლარი      |
| ადამიანი-ობობა       | 13:15            | 8,5 ლარი     |
| რობოტა და რობოტუნები | 16:00            | 7 ლარი       |

21. თბილისი ბათუმის სწრაფი მატარებლით მგზავრობა ზრდასრულთათვის 40 ლარი ღირს, სტუდენტების და მოსწავლეებისათვის გათვალისწინებულია

50%-ის ფასდაკლება. რა დაუჯდება ბათუმში ჩასვლა და უკან დაბრუნება ჯგუფს, რომელშიც მეექვსე კლასის 18 მოსწავლეა და სამი მასწავლებელიდან ერთი სტუდენტია.

22. ჰიპერმარკეტ გორგიაში მადულარაზე ფასი შემცირეს ჯერ 15%-ით, ხოლო შემდეგ შავი პარასკევის გამო ყველა პროდუქტზე ფასები კიდევ შემცირდა 20%-ით. რა ღირს მადულარა, თუ ფასების შემცირებამდე ის 75 ლარი ღირდა?

**კომენტარი:** ამოცანის ამოხსნისათვის მოსწავლეებს მასწავლებელმა უნდა გააცნობიერებინოს, რომ მართალია გაიაფდა ერთი და იგივე საქონელი, მაგრამ მისი გაიაფება მოხდა სხვადასხვა ღირებულების დროს (პირველად, როცა ღირდა 75 ლარი, მეორედ, როცა მისი ღირებულება შემცირებული იყო 15%-ით და ამის შემდეგ კიდევ გაიაფდა 20%-ით) დაუშვებელია, რომ მოსწავლეებმა მადულარას საბოლოო ღირებულების გამოთვლისას ჩათვალონ, რომ მადულარა გაიაფდა საწყისი ღირებულების (15+20)%-ით.

23. მარკეტში იყიდება რამდენიმე სახის ხაჭოდა სხვადასხვა ფასად. როგორია ხაჭოს უმცირესი ფასი, ცხრილში მოცემული სახეების მიხედვით?

| შეფუთვის წონა           | ფასი      |
|-------------------------|-----------|
| სოფლის ნობათი 200 გრამი | 4 ლარი    |
| რძისამე 250 გრამი       | 4,5 ლარი. |
| რასტიშკა 500 გრამი      | 11 ლარი   |
| დანონი 200 გრამი        | 5 ლარი    |

24. მარკეტში ერთი კგ ვაშლი 5 ლარი ღირს, ხოლო 1 კგ ბალი 7 ლარი. მარკეტში აქციაა: თუ ჯამში შეი-

მენტ 5 კილოგრამზე მეტი პროდუქტს, მაშინ მთლიანად ნაყიდ პროდუქტებზე გავრცელდება 15% ფასდაკლება. რა თანხა გადაიხადა მყიდველმა 3 კილოგრამ ვაშლსა და 4 კილოგრამ ბალში? რამდენი ლარი დაეზოგა მყიდველს ფასდაკლებით?

25. ერთი კილოგრამი სტაფილო 1 ლ და 80 თ ღირს. ირინემ იყიდა 1,5 კგ სტაფილო. რამდენი უნდა დაუბრუნონ ირინეს ხურდაში, თუ მან სტაფილოს გამყიდველს 10 ლარიანი მიცა?

26. ქუთაისში ტურისტს შეუძლია აირჩიოს ქალაქის და მისი შემოგარენის ღირსშესანიშნაობების დასათვალიერებლად ექსკურსიები. ცხრილში მოცემულია ინფორმაცია ექსკურსიების შესახებ.

| # | დასათვალიერებელი ობიექტი               | ექსკურსიის ღირებულება |
|---|----------------------------------------|-----------------------|
| 1 | გეგუთის სასახლე და გელათის მონასტერი   | 35 ლარი               |
| 2 | ხელოვნების მუზეუმი და ბაგრატიის ტაძარი | 20 ლარი               |
| 3 | ბოტანიკური ბაღი                        | 15 ლარი               |
| 4 | გაბაშვილის პარკი და ხელოვნების მუზეუმი | 30 ლარი               |
| 5 | ხელოვნების მუზეუმი                     | 15 ლარი               |
| 6 | გაბაშვილის პარკი, გელათის მონასტერი    | 25 ლარი               |
| 7 | გეგუთის სასახლე                        | 10 ლარი               |
| 8 | ბაგრატიის ტაძარი                       | 15 ლარი               |

დაიხმარეთ ცხრილში მოცემული ინფორმაცია და დაგეგმეთ ექსკურსიები ისე, რომ ტურისტმა დაათვალიეროს ოთხი ობიექტი მაინც და ექსკურსიების საერთო ღირებულება არ აღემატებოდეს 60 ლარს.

27. 300 გრამიანი დასაღები იოგურტი ალპენლადი ქილით 3,5 ლარი ღირს. მაქსიმუმ რამდენი ქილა დასაღები იოგურტის ყიდვა შეიძლება 50 ლარად?

28. რიკოთის უღელტეხილზე ჩქაროსნული ავტოსტრადის მშენებლობისათვის სამშენებლო კომპანიას ესაჭიროება 7000 მ<sup>3</sup> ბეტონი, რომელიც მას შეუძლია შეიძინოს სამი სხვადასხვა მომწოდებელი ფირმისგან: ალავერდი, ბორანი და ტოდინი. ბეტონის ფასები და მიწოდების პირობები მოცემულია ცხრილში.

| მომწოდებელი | 1 მ <sup>3</sup> ბეტონის ღირებულება | მიწოდების ფასი | დამატებითი მომსახურება                                        |
|-------------|-------------------------------------|----------------|---------------------------------------------------------------|
| ალავერდი    | 120 ლარი                            | 200 000 ლ      | არა                                                           |
| ბორანი      | 150 ლარი                            | 100 000 ლ      | თუ შეკვეთის ღირებულება აღემატება 500 000 ლ-ს, მიწოდება უფასოა |
| ტოდინი      | 160 ლარი                            | 80 000 ლ       | თუ შეკვეთის ღირებულება აღემატება 700 000 ლ-ს, მიწოდება უფასოა |

მინიმუმ რა თანხის გადახდა მოუწევს კომპანიას რომ შეიძინოს 7000 მ<sup>3</sup> ბეტონი ადგილზე ტრანსპორტირებით?

29. მშობლებმა სადღესასწაულო დღეების აღსანიშნავად გაჩუქეს 50 ლარი. თქვენ კიდევ გაქვთ 80 ლარი. უნდა მიიღოთ გადაწყვეტილება, როგორ გაატაროთ სადღესასწაულო დღეები. აირჩიეთ ერთ-ერთი შემოთავაზებული ვარიანტი ან შემოგვთავაზეთ თქვენი საკუთარი მოსაზრება. თითოეული ვარიანტისათვის

დაიანგარიშეთ რამდენ ლარს დახარჯავთ და რამდენი დაგრჩებათ.

| ღონისძიება                             | მოსალოდნელი ხარჯები |         |
|----------------------------------------|---------------------|---------|
| წვეალ მეგობრის დაბადების დღეზე         | მგზავრობა           | 5 ლარი  |
|                                        | საჩუქარი            | 40 ლარი |
|                                        | ჯამი                |         |
| წვეალ კლასთან ერთად ლამპრობაზე         | მგზავრობა           | 20 ლარი |
|                                        | ახალი ზურგჩანთა     | 50 ლარი |
|                                        | პროდუქტები          | 20 ლარი |
|                                        | ჯამი                |         |
| წვეალ წრის წევრებთან ერთად ექსკურსიაზე | მგზავრობა           | 30 ლარი |
|                                        | კვება               | 20 ლარი |
|                                        | მუზეუმის ბილეთები   | 20 ლარი |
|                                        | სუვენირები          | 35 ლარი |
|                                        | ჯამი                |         |
| თქვენი ვარიანტი                        |                     |         |

31. ქოლგის ღირებულება 45 ლარია. ფასდაკლებისას მყიდველმა ქოლგაში გადაიხადა მისი ღირებულების 40%. რამდენი ლარი დაზოგა მყიდველმა?

**კომენტარი.** მოსწავლეთა უმრავლესობა პოულობს ქოლგის ახალ ფასს, შემდეგ თავდაპირველ ღირებულებას აკლებს საბოლოო ფასს, რაც იწვევს დროის დანაკარგს და ზედმეტი გამოთვლების ჩატარებას. უმჯობესია მასწავლებელმა მოსწავლეთა ყურადღება მიაქციოს იმ ფაქტს, რომ ჯერ მოსწავლეებს ზეპირად შეუძლიათ იპოვონ ქოლგის ფასდაკლების პროცენტი (60%), რაც არის ღირებულების დანაზოგი. ე.ი. მყიდველმა დაზოგა 45 ლარის 60%, ანუ 27 ლარი.

31. ადრე ისტორიულ პერიოდში საქართველოში ერთი საბრძოლო ხმლის გაცვლა შესაძლებელი იყო ორ მშვილდში, ხოლო ერთი მშვილდი იცვლებოდა 4 თი-

ხის ქოთანში. ორი თიხის ქოთნის გაცვლა შესაძლებელი იყო სამკურნალო წამლების დასამზადებელ 5 შეკვრა ბალახში. რამდენი შეკვრა სამკურნალო წამლების დასამზადებელი ბალახი უნდა შეეგროვებინათ საბრძოლო ხმალზე გადასაცვლელად? თქვენი აზრით, მოსახერხებელი იყო ასეთი გაცვლები? რა გამოიგონეს უფრო მოსახერხებელი გაცვლებისთვის?

32. ვალუტის გადამცვლელმა პუნქტმა შეისყიდა 1 დოლარიანი, 1 ევროიანი და 1 ფუნტი სტერლინგის 10 მონეტა. თითოეული 1 დოლარიანი მონეტა იყიდა 2 ლარად და 70 თეთრად, თითოეული 1 ევროიანი მონეტა - 2 ლარად და 80 თეთრად, ხოლო თითოეული 1 ფუნტიანი სტერლინგის მონეტა 3 ლარად და 10 თეთრად. ვალუტის გადამცვლელმა პუნქტმა მონეტების შესყიდვაზე სულ დახარჯა 28 ლარი და 30 თეთრი. ყველაზე ბევრი, რამდენი ცალი 1 ევროიანი მონეტა შეიძინა იმ დღეს ბანკმა?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, სავალუტო ჯიხურმა შეიძინა  $x$  ცალი 1 დოლარიანი მონეტა,  $y$  ცალი 1 ევროიანი მონეტა და  $z$  ცალი 1 გირვანქიანი მონეტა. მაშინ შეგვიძლია დავწეროთ განოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} x + y + z = 10, \\ 2,7x + 2,8y + 3,1z = 28,3. \end{cases}$$

სისტემა გადავწეროთ ასე:

$$\begin{cases} x + y + z = 10, \\ 27x + 28y + 31z = 283. \end{cases}$$

განტოლებათა სისტემა შეიცავს სამ უცნობს ორი განტოლებით. აქ შეგვიძლია გამოვიყენოთ დამატე-

ბითი პირობა. კერძოდ, განტოლებათა სისტემაში შემავალი ცვლადებისათვის ჩვენ ვეძებთ ისეთ ნატურალურ ამონახსნებს, რომელთა ჯამია 10.

განტოლებათა სისტემა გადავწეროთ ასე:

$$\begin{cases} x + y + z = 10, \\ 27(x + y + z) + y + 4z = 283. \end{cases}$$

რადგან სისტემის პირველი განტოლებით

$$x + y + z = 10,$$

ამიტომ გვაქვს:

$$\begin{cases} x + y + z = 10, \\ 27 \cdot 10 + y + 4z = 283 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 10, \\ 270 + y + 4z = 283 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 10, \\ z = \frac{13 - y}{4}. \end{cases}$$

თუ გავითვალისწინებთ სისტემის მეორე განტოლებაში, რომ  $y$  და  $z$  10-ზე ნაკლები ნატურალური რიცხვებია, ამიტომ  $y$ -მა შეიძლება მიიღოს მნიშვნელობები 1, 5 ან 9. მაშინ მისი შესაბამისი  $z$  იქნება 3, 2 ან 1. რადგან  $x + y + z = 10$ , ამიტომ სისტემის ამონახსნი სამეულები იქნება:

$$x = 6, y = 1, z = 3 \text{ ან } x = 3, y = 5, z = 2 \text{ ან } x = 0, y = 9, z = 1.$$

მესამე შემთხვევა არ გამოდგება, რადგან გამოდის, რომ ამ დროს ვალუტის გადამცვლელ პუნქტს 1 დოლარიანი მონეტა არ შეუძენია, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას. დარჩენილი ორი ამონახსნიდან ჩვენ ვეძებთ რომელ შემთხვევაში იყიდა ვალუტის გადამცვლელმა პუნქტმა ყველაზე მეტი 1 ევროიანი მონეტები და რამდენი. მათი შედარებით დავასკვნით, რომ ვალუტის გადამცვლელ პუნქტს შეუძენია 5 ცალი 1 ევროიანი მონეტა.

33. ლუკას მამამ გადაწყვიტა აგარაკზე სახლი ააშენოს. საამშენებლო ფირმამ სახლის პროექტის და მშენებლობისათვის მოითხოვა 100000 ლარის გადახდა. რისთვისაც ლუკას მამამ გადაწყვიტა მთელი თავისი სავალუტო დანაზოგები გადაეხურდავებინა ლარებზე. ლუკას მამის სავალუტო დანაზოგები შეადგენდა 22500 ევროს და 16000 აშშ დოლარს. ყველაზე კარგი გადაცვლითი კურსი იმ დღეს ქონდა ლიბერთი ბანკს 1 დოლარის ყიდვა 2 ლარი და 70 თეთრი, 1 ევრო-2 ლარი და 78 თეთრი. რამდენ ლარს აიღებს ლუკას მამა თავისი სავალუტო დანაზოგების ლარებზე გადახურდავებით და ეყოფა თუ არა მას თავისი დანაზოგი საამშენებლო ფირმისათვის გადასახდელად?

34. გოგიმ სოფელში ჭის გაკეთება გადაწყვიტა და ჭის მთხრელ კომპანიას „კამკამა ცივი წყალი“ მიმართა. მათ გოგისთან ჭის გათხრის და ამოშენების კონტაქტი გააფორმეს. კონტრაქტში ჭის გაჭრის და ამოშენების ღირებულება ლარებში გამოითვლება ფორმულით:

$$C = 200 + 150 \cdot n \text{ (ლარი),}$$

სადაც  $n$ -არის ჭის საღრმე მეტრებში.

ისარგებლეთ ამ ფორმულით და გამოთვალეთ რა თანხა გადაუხადა გოგიმ ჭის მთხრელ კომპანიას 10 მეტრი სიღრმის ჭის გათხრასა და ამოშენებაში?

35. საქართველოს ადრე ისტორიულ ეპოქაში ერთ ძროხას ცვლიდნენ 5 თხაში, ხოლო 2 თხას 5 ცხვარში. ამ პერიოდში რამდენ ცხვარში გაიცვლებოდა ორი ძროხა?

36. ფოთელი მეთევზეები სამ ტომარა გამომშრალ თევზს ცვლიან ერთ ტომარა ფქვილში, ხოლო ერთ ტომარა თევზს-5 ტომარა ნიჟარაში, რამდენ ტომარა ნიჟარაში გაცვლიან ფოთელი მეთევზეები 4 ტომარა ფქვილს?

37. ბოდბისხევის ბაზრობაზე ადრე ისტორიულ ხანაში ორ ჯორი იცვლებოდა 8 მარგალიტში, 4 ჯორი კი 1 ტომარა წითელ წიწაკაში. რამდენ ტომარა წითელ წიწაკაში გაიცვლებოდა ბოდბისხევის ბაზრობაზე ადრეისტორიულ ხანაში 64 მარგალიტი?

38. ლილოს ბაზრობის სასკოლო სექციაში 12 საშლელს ცვლიან 3 ფანქარში, ხოლო 6 საშლელს 1 ფლომასტერში. ნუცას აქვს 48 საშლელი. რამდენ ფლომასტერში გაცვლის ის ამ საშლელებს ლილოს სასკოლო ბაზრობაზე?

39. ნანამ მაღაზიაში იყიდა ბარამბოს კანფეტები და ტკბილი ქვეყნის ორცხობილები. ერთი კოლოფი ბარამბოს კანფეტები ერთი შეკვრა ტკბილი ქვეყნის ორცხობილები ერთად 12 ლარი ღირს. ორი კოლოფი ბარამბოს კანფეტები და ერთი შეკვრა ტკბილი ქვეყნის ორცხობილები ერთად 20 ლარი. რა ღირს ბარამბოს ერთი კოლოფი კანფეტები და ტკბილი ქვეყნის ერთი შეკვრა ორცხობილები?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, ბარამბოს კანფეტების ერთი შეკვრა ღირს  $x$  ლარი, ხოლო ტკბილი ქვეყნის ორცხობილები  $y$  ლარი. მაშინ ამოცანის პირობის ძალით შეგვიძლია დავწეროთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ x + 2y = 20. \end{cases}$$

საიდანაც,  $y = 8$  და  $x = 4$ .

**პასუხი:** ბარამბოს კანფეტების ერთი შეკვრა ღირს 4 ლარი, ტკბილი ქვეყნის ერთი კოლოფი ორცხობილები კი-8 ლარი.

40. 3 ლარად სალომეს შეუძლია შეიძინოს საქართველოს ფოსტის ან 4 საფოსტო მარკა, ან 5 კონვერტი. რამდენი თეთრით იაფია 3 კონვერტი საქართველოს ფოსტის 4 საფოსტო მარკაზე?

41. სუპერმარკეტ დეილში 1 კგ თევზი 20 ლ ღირს. 1კგ კარტოფილი 1,8 ლ. ნუცამ იყიდა 2 კგ თევზი და 1,5 კგ კარტოფილი. რა თანხა უნდა დაუბრუნოს სუპერმარკეტის მოლარემ ნუცას ხურდაში, თუ მან მოლარეს 50 ლარიანი მიცა?

42. მარკეტ ფემილიში 1 კგ სტაფილო 2 ლარი და 50 თეთრი ღირს. მაიამ იყიდა 1 კგ 600 გრ სტაფილო. რამდენი უნდა დაუბრუნოს მას ფემილის მოლარემ 10 ლარიდან?

43. თუ მარკეტში მაგნიტი კაკო 7 ბოთლ კოკა-კოლას იყიდის, მაშინ მას 4 ლარი დარჩება. 9 ბოთლი კოკა-კოლას შესაძენად მას 2 ლარი აკლებს. რამდენი ლარი ქონდა კაკოს?

44. ზაფხულში ბაკურიანში ფაიტონის დაქირავება ფირმაში „პაპას ფაეტონი“ შეიძლება არანაკლებ 5 წუთით. ფაიტონის დაქირავებისას ფაიტონით მგზავრობის ღირებულებას ფირმა ითვლის ფორმულით:

$$C = 4 + 3 \cdot (t - 5) \text{ (ლარი).}$$

სადაც  $t$  ფაიტონით სეირნობის დროა წუთებში.

ისარგებლეთ ამ ფორმულით, გამოთვალეთ რა დაგიჯდებათ ზაფხულში ბაკურიანში ფაიტონით 12 წუთიანი გასეირნება? 20 წუთიანი გასეირნება?

**ამოხსნა.** ერთ შემთხვევაში ბაკურიანში ზაფხულში 12 წუთიანი გასეირნებისას ფაიტონის მგზავრობის ღირებულების გამოსათვლელ ფორმულაში

$$C = 4 + 3 \cdot (t - 5)$$

უნდა ჩავსვათ  $t=12$ , მივიღებთ  $C=25$  (ლარი). მეორე შემთხვევაში, იმავე ფორმულაში უნდა ჩავსვათ  $t=20$  და მივიღებთ:  $C=49$  (ლარი).

**პასუხი:** ზაფხულში ფაიტონით 12 წუთიანი გასეირნება ბაკურიანში ჯდება 25 ლარი, 20 წუთიანი-49 ლარი.

45. ზამთარში ბაკურიანში ფაიტონის დაქირავება ფირმაში „პაპას ფაეტონი“ შეიძლება არანაკლებ 7 წუთით. ფაიტონის დაქირავებისას ფაიტონით მგზავრობის ღირებულებას ლარებში ფირმა ითვლის ფორმულით:

$$C = 6 + 5 \cdot (t - 7) \text{ (ლარი).}$$

სადაც  $t$  ფაიტონით სეირნობის დროა წუთებში.

ისარგებლეთ ამ ფორმულით, გამოთვალეთ რა დაგიჯდებათ ზამთარში ბაკურიანში ფაიტონით 15 წუთიანი გასეირნება? 25 წუთიანი გასეირნება?

46. გოგი, თამარი და პაპუნა ერთად ცხოვრობენ თბილისში. მათ აგარაკი იმერეთში, სოფელ ალისუბანში აქვთ. გოგის უნდა აგარაკზე სოფელში წასვლა. აგარაკზე მას წასვლა შეუძლია მიკროავტობუსით, რომლის ბილეთის ღირებულება 20 ლარია, ან თავისი ავტომობილით, რომელსაც სოფლამდე ჩასასვლელად

20 ლიტრი ბენზინი სჭირდება. 1 ლიტრი ბენზინი 2,6 ლარი ღირს. ურჩიეთ გოგის ფინანსურად რომელი სახის ტრანსპორტით წასვლაა უფრო მომგებიანი. რა ტრანსპორტს აირჩევს გოგი, თუ მასთან ერთად აგარაკზე თამრიკო და პაპუნაც წავლენ?

**ამოხსნა.** ქალაქიდან აგარაკზე მანქანით წასვლის შემთხვევაში ერთი მიმართულებით მგზავრობისათვის გოგის დასჭირდება:

$$2,6 \times 20 = 52 \text{ (ლარი).}$$

მიკროავტობუსით მგზავრობას თბილისიდან ალისუბნამდე სჭირდება 20 ლარი. მთლიანად მგზავრობა თბილისიდან ალისუბნამდე და უკან გოგის საკუთარი მანქანით დაუჯდება 104 ლარი, მიკროავტობუსით კი 40 ლარი. ცხადია, რომ თუ ალისუბანში აგარაკზე მხოლოდ გოგი წავა, მაშინ ფინანსურად მომგებიანია მისი მიკროავტობუსით წასვლა.

იმ შემთხვევაში, თუ თბილისიდან ალისუბანში აგარაკზე სამივენი ერთად წავლენ მიკროავტობუსით, მაშინ მათთვის მიკროავტობუსის ბილეთებს თბილისიდან ალისუბნამდე დასჭირდება

$$20 \times 3 = 60 \text{ (ლარი).}$$

ამდენივე დაჭირდება ალისუბნიდან თბილისამდე. ანუ სულ თბილისიდან ალისუბნამდე და უკან მიკროავტობუსით მგზავრობა ოჯახს დაუჯდება 120 ლარი, ხოლო საკუთარი ავტომობილით 104 ლარი. რადგან  $120 > 104$ , ამიტომ სამივეს ერთად თბილისიდან ალისუბანში აგარაკზე წასვლის შემთხვევაში უმჯობესია საკუთარი ავტომანქანით წასვლა.

**პასუხი:** თუ მარტო გოგი მიდის თბილისიდან ალისუბანში აგარაკზე, მაშინ ფინანსურად უმჯობესია ის წავიდეს მიკროავტობუსით, ხოლო სამივეს წასვლის შემთხვევაში ფინანსურად მომგებიანია თუ საკუთარი ავტომანქანით იმგზავრებენ.

47. მამა სტილისტია. ფირმა, რომელშიც მამა მუშაობს ხელფასს სტილისტებს დღიურად უხდის. მამას ერთ დღეში 50 ლარს უხდიან. ფირმაში მისვლა და დაბრუნება მამას დღეში 6 ლარი უჯდება. რას ურჩევთ მამას: არ წავიდეს სამუშაოზე ერთი დღე, დარჩეს სახლში და თმა შეკრიჭოს სამ შვილს, თუ მისცეს მათ ფული და თმა შეიკრიჭონ სხვა სტილისტთან? სხვა სტილისტთან ერთი ბავშვის თმის შეკრეჭა 15 ლარი ღირს.

**ამოხსნა.** ბავშვებს თმის შეკრეჭისათვის გადასახდელი ექნებათ:

$$15 \times 3 = 45 \text{ (ლარი).}$$

თუ მამა სახლში დარჩება და სამივე ბავშვს თმას შეკრეჭს, მაშინ ცხადია, მას მგზავრობის თანხა აღარ დაეხარჯება. ამიტომ, რომ მოვძებნოთ ოპტიმალური ვარიანტი მამის დღიურ შემოსავალს უნდა გამოვავლოთ გზის ხარჯი ერთი დღის განმავლობაში, მივიღებთ მამის დარჩენილ შემოსავალს ერთ დღეში, რომელიც ტოლია:  $50 - 6 = 44$  (ლარი).

რადგან  $45 > 44$ , ამიტომ ფინანსურად მომგებიანია მამა დარჩეს ერ-თი დღით სახლში და თავის შვილებს შეკრიჭოს თმა, ვიდრე წავიდეს სამსახურში.

**პასუხი:** ფინანსურად მომგებიანია მამა არ წავიდეს სამსახურში და თავის სამ შვილს შეკრიჭოს თმა.

48. რამინი მეექვსე კლასის მოსწავლეა. მისი სამუშაო რვეული მათემატიკაში სახლთან ახლოს მდებარე საკანცელარიო მაღაზიაში 80 თეთრი ღირს, ხოლო ქალაქის სხვა საკანცელარიო მაღაზიაში, რომელთან მისასვლელად და უკან დასაბრუნებლად რამინის ავტობუსი ჭირდება-55 თეთრი. რომელ საკანცელარიო მაღაზიაშია მათემატიკის სამუშაო რვეულის ყიდვა ფინანსურად მომგებიანი, თუ ავტობუსის ბილეთი მოსწავლეებისათვის 20 თეთრი ღირს?

**ამოხსნა.** იმისათვის, რომ რამინი ქალაქის სხვა საკანცელარიო მაღაზიაში ავტობუსით მივიდეს და დაბრუნდეს დაჭირდება  $20 + 20 = 40$  (თეთრი). სულ მგზავრობა და რვეულის ღირებულებაა:

$$40 + 55 = 95 \text{ (თეთრი).}$$

სახლთან ახლოს მდებარე საკანცელარიო მაღაზიაში მათემატიკის სამუშაო რვეულის ყიდვა რამინის 80 თეთრი დაუჯდება, რაც 15 თეთრით იაფია ქალაქის სხვა საკანცელარიო მაღაზიაში შეძენილი მათემატიკის სამუშაო რვეულის ღირებულებაზე.

**პასუხი:** ფინანსურად მომგებიანია რამინიმ მათემატიკის სამუშაო რვეული შეიძინოს თავის სახლთან ახლოს მდებარე საკანცელარიო მაღაზიაში.

49. საქართველოს დედაქალაქის 2023 წლის ბიუჯეტი 1,6 მილიარდი ლარია. ბიუჯეტის მეოთხედი მოხმარდება დედაქალაქის ინფრასტრუქტურის მოწყობას (გზები, საცხოვრებელი კორპუსების გადახურვა, რემონტი, ფასადების შეკეთება, კანალიზაციის და სანიაღვრე არხების შეცვლა-შეკეთება, ელექტროგაყვანილობის შეცვლა და სხვ.), ხოლო მეათედი სასმელი

წყლით ქალაქის მომარაგებას. რამდენი მილიონი ლარი მოხმარდება დედაქალაქის ინფრასტრუქტურის და სასმელი წყლით მომარაგებას 2023 წელს?

50. აგვისტოში 1 კილოგრამი მსხალი 3 ლარი ღირს. დეკემბერში მსხლის ფასი აგვისტოსთან შედარებით ორნახევარჯერ გაძვირდა. რა ღირს გაძვირებული მსხალი დეკემბერში?

51. თუ ბებო მოქსოვილ შარფს და ქვედაბოლოს მაღაზიაში იყიდის 70 ლარი უნდა გადაიხადოს. ბებოს შეუძლია თვითონ მოიქსოვოს შარფიც და ქვედაბოლოც. შარფის მოსაქსოვად მას 3 გორგალი ძაფი ჭირდება, ხოლო ქვედაბოლოს მოსაქსოვად 2 გორგალით მეტი, ვიდრე შარფისთვის. ერთი გორგალი ძაფი 6 ლარი ღირს. ფინანსურად რომელი უფრო მომგებიანია, ბებომ შარფი და ქვედაბოლო იყიდოს მზა სახით მაღაზიაში, თუ იყიდოს მოსაქსოვად საჭირო ძაფი და თვითონ მოქსოვოს?

52. თუ მოსწავლე სკოლაში წავა ავტობუსით და სახლშიც ავტობუსით დაბრუნდება, მაშინ ის ყოველდღიურად 40 თეთრს დახარჯავს. ამ კვირაში გიორგობის დღესასწაულზე უქმე იყო და მოსწავლეს კვირაში 4 სასწავლო დღე ქონდა. ამ კვირაში ყველა დღე კარგი ამინდი იყო და მოსწავლე სკოლიდან სახლში ყოველდღე ფეხით ბრუნდებოდა. რა თანხა დაზოგა ოთხ დღეში მოსწავლემ?

53. თბილისის ელმავალმშენებელი ქარხანა ახდენს მის მიერ გამოშვებული ელმავლების შეკეთებას ხარატმა ელმავლებისათვის შესაკეთებლად 60 დეტალი გამოჩარხა, ელექტრომატარებლის ვაგონების შე-

საკეთებლად კი-30 დეტალით მეტი. რამდენი დეტალი გამოჩარხა სულ ხარატმა? რამდენი დეტალი გამოჩარხა ელექტრომატარებლების ვაგონებისათვის?

54. მთელ გურაშია ქებული ემზარ ბაბუს გაკეთებული ჩიჩილაკები. ემზარ ბაბუმ 48 ჩიჩილაკი გათალა და 480 ლარად გაყიდა. ემზარ ბაბუს შვილმა მამაზე 8 ჩიჩილაკით მეტი გათალა და ერთი ჩიჩილაკი 12 ლარად გაყიდა. რამდენი ჩიჩილაკი გათალა ემზარ ბაბუს შვილმა? რა თანხა მიიღო ემზარ ბაბუმ და მისმა შვილმა ერთად ჩიჩილაკების გაყიდვით?

55. ფერმერმა ბაზარზე 170 ლიტრი რძე გაიტანა გასაყიდად. მან 60 ლიტრი რძე გაყიდა 1 ლიტრი რძე 2 ლარად და 40 თეთრად. რამდენი ლიტრი რძე დარჩა გასაყიდი ფერმერს? რამდენ ლარს აიღებს ფერმერი დარჩენილი რძის გაყიდვით, თუ 1 ლიტრ რძეს 2 ლარად და 50 თეთრად გაყიდის? რა თანხას მიიღებს ფერმერი რძის მთლიანად გაყიდვით?

56. მალხაზი და მისი შვილი-მათე რთველში არიან და ყურძენს კრეფენ. მალხაზიმ მოკრიფა 30 გოდორი ცოლიკაურის ყიშის ყურძენი, მათემ კი 10 გოდორით მეტი. სულ რამდენი კილოგრამი ყურძენი მოკრიფეს მალხაზიმ და მათემ, თუ გოდორში 25 კილოგრამი ყურძენი ეტევა?

57. რაჟდენ ბაბუა დურგალია და მის შვილიშვილ გიას დურგლობას ასწავლის, თან ერთად მუშაობენ. რაჟდენ ბაბუა დღეში 12 სკამს აკეთებს, ხოლო გია-8-ს. ერთი სკამის გასაკეთებელი მასალა 10 ლარი ჯდება, სკამის გაკეთება 7 ლარი ღირს. რამდენ ლარად უნდა გაყიდონ რაჟდენ ბაბუამ და გიამ ერთ დღეში

დამზადებული სკამები? რამდენი ლარით მეტს გამო-  
იმუშავებს დღეში რაჟდენ ბაბუა გიათან შედარებით?

58. ჩხიკვაძეებს ფერმაში 50 ძროხა ყავთ. საშუალოდ  
წელიწადში ერთი ძროხა 3000 ლიტრ რძეს იწველის.  
ფერმერი ხბოს საშუალოდ 500 ლიტრ რძეს ასმევს,  
ხოლო დანარჩენ რძეს ყიდის. რამდენს შეადგენს ერთ  
წელში ჩხიკვაძეების ფერმის საშუალო შემოსავალი  
რძიდან თუ რძე ჩხიკვაძეების ფერმიდან გააქვს რძის  
ჩამბარებელ ფირმას, რომელიც ფერმერს 1 ლიტრ რძე-  
ში 2 ლარს და 40 თეთრს უხდის?

59. საშემოსავლო გადასახადი შეადგენს დარიცხუ-  
ლი ხელფასის 20%-ს. რამდენია ამირანის ხელფასი,  
თუ მან საშემოსავლო გადასახადის გადახდის შემდეგ  
ერთ თვეში აიღი 1120 ლარი?

60. საშუალოდ ტაქსის 1 კმ-ის გასავლელად საჭირო  
საწვავის ხარჯია 26 თეთრი, სხვა ხარჯები საშუალოდ  
1 კმ-ზე 14 თეთრია. ტაქსის მძღოლს მგზავრები  
თანხას უხდიან გავლილი მანძილის მიხედვით 1 კმ-  
ზე 70 თეთრს. ტაქსის გადაადგილება საშუალოდ  
დღეში 300 კმ-ია. საშუალოდ რამდენია ტაქსისტის  
შემოსავალი ყოველდღიურად?

61. ტაქსიმ ერთ თვეში 6000 კილომეტრი გაიარა. 1  
ლიტრი ბენზინის ფასი 2 ლარი და 60 თეთრია. ტაქსი  
100 კილომეტრზე 12 ლიტრ ბენზინს მოიხმარს.  
რამდენი ლარი გადაიხადა ერთი თვის მანძილზე  
ტაქსის მძღოლმა ბენზინში?

62. 1 ივნისს ბავშვთა საერთაშორისო დღესთან და-  
კავშირებით ჰიპერმარკეტ კარფურში ნაყინზე სპეცი-  
ალური აქციაა: ყველა ბავშვს, ვინც გადაიხდის ორი

ნაყინის ფულს, საჩუქრად გადაეცემა ასეთივე ერთი ნაყინი. ერთი ნაყინი 1 ლარი და 20 თეთრი ღირს. ნატოს კლასელებმა 21 ლარი და 60 თეთრი შეაგროვეს და კარფურში ნაყინი იყიდეს. რამდენი ნაყინი მოუვათ ნატოს კლასელებს აგროვებული ფულით?

63. ბარამბოს შოკოლადის ფილა 2 ლარი და 50 თეთრი ღირს, იმავე წონის ქართული შოკოლადის ფილა 3 ლარი. აქციით, ვინც იყიდის 10 ლარის ბარამბოს შოკოლადს საჩუქრად მიიღებს 1 ფილა ასეთივე ბარამბოს შოკოლადს, ხოლო ვინც იყიდის 9 ლარის ქართულ შოკოლადს, საჩუქრად მიიღებს 1 ფილა ასეთივე ქართულ შოკოლადს. ნიკოლოზს 90 ლარი აქვს, რომლითაც შოკოლადის ფილები უნდა იყიდოს. რომელი დასახელების მეტი წონის შოკოლადის ყიდვა შეუძლია ნიკოლოზს? რამდენი ფილით მეტი ბარამბოს შოკოლადი მოუვა ნიკოლოზს, ვიდრე ქართული შოკოლადი?

64. 1 ლიტრი ბენზინი 2 ლარი და 50 თეთრი ღირს. სამარშრუტო მიკროავტობუსის ბენზინის ავზის მოცულობაა 90 ლიტრი. ბენზინგასამართ სადგურზე მიკროავტობუსის მძღოლმა მოლარეს 200 ლარიანი მიაწოდა და მთლიანი თანხის საფასური ბენზინის ჩასხმა თხოვა. რა შემთხვევაში გაივსება მიკროავტობუსის ბენზინის ავზი?

65. ბენზინგასამართ სადგურზე მძღოლმა მოლარე-ოპერატორს 200 ლარიანი მიაწოდა და ავზის ავსება თხოვა. ავზი აუვსეს და 65 ლარი დაუბრუნეს. რამდენი ლიტრი ბენზინი ჩაუსხეს ავზში მძღოლს, თუ 1 ლიტრი ბენზინი 2 ლარი და 50 თეთრი ღირს?

66. ჟურნალზე ნახევარი წლით ხელმოწერა 25 ლარი ღირს, ხოლო ჟურნალის ერთი ნომრის ღირებულება 1 ლარი და 50 თეთრია. ანიმ ნახევარი წლის მანძილზე ჟურნალის 24 ნომერი შეიძინა. რამდენი ლარით ნაკლებს გადაიხდიდა ანი, თუ ის ჟურნალის ხელმომწერი იქნებოდა?

67. მარკეტში ნაღების კარაქის ფასი 4 ლ. მარკეტში აქციაა: პენსიონერებზე პროდუქტები გაიცემა ფასდაკლებით, რომელიც ფასის მეათედს შეადგენს. რა ღირს მარკეტში პენსიონერებისთვის ნაღების კარაქი?

68. სახლის მშენებლობისათვის ფირმა „მშენებელი“ ან ბეტონის ფუნდამენტს ასხამს, ამ ბეტონის ბლოკებს აწყობს. ფუნდამენტში ბეტონის ბლოკების ჩაწყობისას საჭიროა 2 კუბური მეტრი ბეტონის ბლოკი და 4 ტომარა ცემენტი. ბეტონის ფუნდამენტის ჩასხმისას საჭიროა 2 ტ ღორღი და 20 ტომარა ცემენტი. 1 კუბური მეტრი ბეტონის ბლოკი 140 ლ ღირს, 1 ტ ღორღი 50 ლ, ხოლო 1 ტომარა ცემენტი 10 ლ. რამდენი ლარი დაჭირდება სახლის ფუნდამენტის მოწყობას, თუ ავირჩევთ ფუნდამენტის მოწყობის ორი შესაძლო ვარიანტიდან უფრო იაფს?

69. ავეჯი მაღაზიაში დაშლილი იყიდება. მყიდველს შეუძლია მაღაზიას შეუკვეთოს ავეჯის სახლში აწყობა, რომელიც ავეჯის ფასის მეათედი ღირს. დაშლილი კარადა მაღაზიაში 320 ლარი ღირს. ავეჯის მაღაზიაში იყიდეს დაშლილი კარადა და შეუკვეთეს მისი სახლში აწყობა. რამდენი ლარი დაუჯდება სულ ეს მყიდველს?

70. სათბურში საშუალოდ 1 მ<sup>2</sup>-ზე ფერმერს მოყავს 2 კგ პომიდორი. რამდენი კილოგრამი პომიდორი მოიყვანა ფერმერმა სათბურში, თუ მისი სიგრძეა 40 მ და სიგანე 17 მ? რა შემოსავალს მიიღებს ფერმერი, თუ ის 1 კგ პომიდორს გაყიდის 2,5 ლარად, ხოლო პომიდორის თესლი მან 150 ლარად შეიძინა?

71. მამას ერთი თვის ხელფასია 1500 ლარი, დედას ხელფასია 1200 ლარი. რამდენ ლარს აიღებენ ისინი ერთად ხელფასის სახით 1 წელში? შეძლებს თუ არა ოჯახი ერთი წლის დანაზოგით 18000 ლარიანი ავტომანქანის შეძენას, თუ შემოსავლის ნახევარი ყოველთვიურად იხარჯება კვებაზე და საყოფაცხოვრებო საჭიროებისათვის, ხოლო ხელფასის ნახევარს დედა და მამა ავტომანქანის შესაძენად ინახავს?

ეკონომიკური ცოდნის ნაკლებობის გამოვლენაა ბავშვების მიერ საკუთარი და სხვისი სასწავლო წიგნების, რვეულების და სხვა საჭირო ნივთების დაუდევრად მოპყრობა, მათი დახევა, გატეხვა და ა.შ. მაშინ, როცა მათ ყიდვაზე მშობლებს თანხის გარკვეული რაოდენობა აქვთ გადახდილი, რომელიც ხშირად არც თუ ისე ცოტაა. ეს უმრავლეს შემთხვევაში გამოწვეულია იმით, რომ დამაბული სამსახურის პირობების გამო მშობლები ვერ ახერხებენ შვილების ჩართვას ოჯახურ ცხოვრებაში. ამიტომ, ეს ფუნქცია უმრავლეს შემთხვევაში მასწავლებელმა უნდა აიღოს საკუთარ თავზე და მოსწავლეებს განუმარტოს, რომ უფროსებს დიდი შრომა ჰქირდებათ ერთი შეხედვით უბრალო ნივთის შესაძენად კი, რომელსაც მოსწავლეები იყენებენ სახლში ან/და სკოლაში, ამ პრობლე-

მის მოსაგვარებლად საჭიროა მასწავლებელმა გამოიყენოს ისეთი ამოცანები, რომლებშიც საუბარი იქნება მოსწავლეებისათვის ყოველდღიურად საჭირო ნივთების შესაძენად დახარჯულ თანხებზე, ოჯახის ბიუჯეტზე და მის დაზოგვაზე. ამასთან, მასწავლებელმა ამოცანებში ნივთების ღირებულებები უნდა მიუთითოს მისი საბაზრო ფასის შესაბამისად, რათა მოსწავლეებს წარმოდგენა ექნეთ რამდენად ძვირფასია ეს ნივთი ფასის მიხედვით და გაერკვევიან, რომ რამდენი ასეთი ნივთის შეძენაა შესაძლებელი მშობლების ერთი თვის ხელფასით. ნიშანდობლივია, რომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს ასწავლოს არა მარტო მათი ოჯახის ბიუჯეტის ეკონომიურად გამოყენება, არამედ აუცილებელია მოსწავლეები ფაქიზად მოეპყრან სასკოლო ქონებასაც. არ გატეხონ და დააზიანონ სასკოლო ინვენტარი, შუშები, მერხები სკამები და სხვ. რადგან თითოეული ნივთის მწყობრიდან გამოსვლა ამცირებს სკოლის ბიუჯეტს და უარყოფითად მოქმედებს სასწავლო პროცესზე.

მაგალითისთვის განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანა:

72. სალომემ სახლიდან სასეირნოდ წავიდა. სახლიდან გასვლისას მან არ შეამოწმა ღუმელი. სეირნობიდან სახლში დაბრუნებულმა აღმოაჩინა, რომ ქვაბი, რომელიც გახქურაზე იდგა და მისი გამორთვა დაავიწყდა, დაიწვა და გამოუსადეგარი გახდა. რა ზიანი მიაყენა სალომემ ოჯახის ბიუჯეტს, თუ დამწვარი ქვაბი 20 ლარით მეტი ღირს, ვიდრე ელექტრომადულარა, რომელშიც დედამ 45 ლარი გადაიხდა?

73. სააქტო დარბაზში სასკოლო რეპეტიციაზე ბავშვების ხუმრობის შედეგად 3 მიკროფონი გატყდა. ამ ბავშვების მშობლებს ახალი მიკროფონების ყიდვა მოუწიათ. რა თანხა გადაიხადა ჯამში თითოეულმა ოჯახმა, თუ ცნობილია, რომ ერთი მიკროფონი 75 ლარი ღირს და დამნაშავეა 5 მოსწავლე, რომლებიც 5 სხვადასხვა ოჯახიდან არიან?

დაწყებითი სკოლის მოსწავლეების ასაკობრივი და ფსიქო-ფიზიოლოგიური მონაცემების გათვალისწინებით, ეკონომიკური შინაარსის ამოცანების პირობების ფაბულაებში შეიძლება შეგვხვდეს ქართული ხალხური ან მსოფლიოს ხალხთა ზღაპრების პერსონაჟები. [6].

74. სამმა გოჭმა: ნიფ-ნიფმა, ნაფ-ნაფმა და ნუფ-ნუფმა გადაწყვიტეს ერთად ააშენონ ერთი სახლი. მათ გამოთვალეს, რომ ახალი სახლის აშენებისათვის საძირველის ჩაყრა დაჯდება 1000 ლ, კედლების ამოსაყვანი აგური და ამოყვანა-8000 ლ, სახურავი-7000 ლ, სახლის შიგნიდან კეთილმოწყობა და ავეჯი-15000 ლ. ამ თანხის ნახევარი მათ ბანკიდან ისესხეს. რა თანხა უნდა დაუბრუნდნენ მათ საბოლოოდ ბანკს, თუ სესხის სარგებლობისთვის დამატებით უნდა გადაიხადონ სესხის თანხის 20%? რა დაუჯდებათ მათ ჯამში სახლის აშენება სესხის ჩათვლით, თუ სესხს ისინი 1 წელში დაფარავენ? რამდენი ლარი უნდა გადაიხადოს თითოეულმა გოჭმა?

ასეთი ამოცანების ამოხსნით, დაწყებითი კლასის მოსწავლეები შეისწავლიან ეკონომიკურ ცნებებს, რომლებიც საკვანძოა მოსწავლეების ყველა ასაკობ-

რივი ჯგუფისთვის, ხოლო თავად ამოცანების პირობაში მოცემული ეკონომიკური კატეგორიები (ფასი, ღირებულება, საბანკო პროცენტი, შესასრულებელი სამუშაოს ღირებულება და სხვ.) მათი შინაარსითა და ლოგიკით, რაც შეიძლება ახლოსაა რეალურ მონაცემებთან და პირობებთან. გარდა ამისა, ეკონომიკური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს მოსწავლეების გონებრივ აქტივობას, ამაღლებს მათ სოციალურ პასუხისმგებლობას და მორალურ გამოცდილებას, აფართოებს სამყაროს გაგებას და სკოლის მოსწავლეთა მათემატიკის და ეკონომიკის ლექსიკას. მოსწავლეებში აყალიბებს ეკონომიკის საფუძვლების ცოდნას და ხელს უწყობს მათში აუცილებელი პიროვნული თვისებების განვითარებას.

მათემატიკის გაკვეთილებზე ასეთი ამოცანების პერიოდული, სისტემატური ამოხსნა ამცირებს არსებულ განსხვავებას ცხოვრების რეალურ მოთხოვნილებებსა და სასწავლო პროცესს შორის, რადგან ასეთი ცოდნის გადაცემით სკოლა უკვე ადრეული ბავშვობიდან ამზადებს დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს რეალური ცხოვრებისთვის.

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა მიაწოდოს ფინანსური შინაარსის მქონე ამოცანები, ისეთი შინაარსის, რომელიც არჩევანის წინაშე დააყენებს მოსწავლეს და არსებული შესაძლო ვარიანტებიდან ამოარჩევს ყველაზე საუკეთესოს.

75. თბილისში რენოს მარკის ავტოსალონში ახალი Logan-ის კლასის ავტომანქანა ღირს 76000 ევროს ეკვივალენტი ლარში. ავტოსალონიდან ავტომანქანის

გამოყვანა მსურველს შეუძლია თანხის ერთიანად გადახდით ან კრედიტის აღებით. სესხის პირობების მიხედვით, ავტომანქანის შეძენის მსურველი ავტოსალონს უხდის ავტომანქანის ღირებულების ნახევარს, ხოლო დანარჩენი ნახევრის გადახდა შესაძლებელია ორი წლის განმავლობაში 4 თანაბარი ნაწილის შეტანით. ამ შემთხვევაში კლიენტმა ბანკში უნდა გადაიხადოს ერთჯერადი საკომისიო, რომელიც შეადგენს სესხის თანხის 2,5%-ს. აუცილებელია მანქანის დაზღვევა, დაზღვევის ღირებულება შეადგენს მანქანის ღირებულების 5%-ს. რამდენი ევროს ეკვივალენტია საჭირო ლარში, ახალი მანქანის ავტოსალონიდან გამოსაყვანად? რა რაოდენობის თანხა დაჭირდება კლიენტს ბანკში კრედიტის დასაფარად?

76. ნამცხვრის მოსამზადებლად რეცეპტით 250 გ ფქვილზე უნდა ავიღოთ 5 კვერცხი და 300 გ შაქრის ფხვნილი. რამდენი ფქვილი და შაქრის ფხვნილი უნდა ავიღოთ თუ მხოლოდ 4 კვერცხი დაგვრჩა?

77. ბარამბოს ორ პაკეტში სულ 47 კანფეტია. როცა ერთი პაკეტიდან 15 კანფეტი ამოიღეს, რომელთაგან 6 მეორე პაკეტში ჩადეს, ხოლო დანარჩენი ბავშვებს მისცეს, აღმოჩნდა, რომ ბარამბოს ორივე პაკეტში კანფეტების რაოდენობა გათანაბრდა. რამდენი კანფეტი იყო ბარამბოს პაკეტებში თავდაპირველად?

78. ფირმა „ველო“-ს ველოსიპედების ნაწილები შემოაქვს და საქართველოში აწყობს. ფირმის დანახარჯები ველოსიპედის ნაწილებზე და აქსესუარებზე ველოსიპედის ფასის  $\frac{3}{5}$ -ია. ველოსიპედის საცალო ფა-

სი 400 ლ, ფირმა აწყობს 1000 ველოსიპედს წელიწადში. იპოვეთ საწარმოს წლიური მოგება.

79. ქუთაისის საპროექტო ბიუროს ყველა თანამშრომლის სახელფასო ფონდი თვეში შეადგენს 24750 ლ-ს. საპროექტო ბიუროში 4 ინჟინერი, 2 დიზაინერი და 1 ტექნიკური თანამშრომელია. რამდენია ინჟინრის ხელფასი, თუ დიზაინერის ხელფასი თვეში 3500 ლარია, ხოლო ტექნიკური თანამშრომლის ხელფასი თვეში დიზაინერის ხელფასის ნახევარია.

80. ფოთის ტერმინალის 4 კონტეინერში 820 ყუთია. ტერმინალის მოთავსებული საქონლის ტრაილერებით ტრანსპორტირებისთვის ტვირთი უნდა გაიყოს ორ თანაბარ ნაწილად. რისთვისაც მეორე კონტეინერიდან მესამეში გადაიტანეს 75 ყუთი. პირველი კონტეინერიდან აიღეს 80 ყუთი, რომელთაგან 60 ყუთი დაუმატეს მეოთხე კონტეინერს, დანარჩენი ყუთები თანაბრად გაანაწილეს ოთხივე კონტეინერში. რამდენი ყუთი იყო ფოთის ტერმინალის კონტეინერებში თავიდან?

81. როგორი დანაზოგი შეიძლება ქონდეს თუმანიშვილების ოჯახს ერთ წელიწადში, თუ ოჯახის წლიური შემოსავალი 36000 ლარია, მათ შორის 7200 ლარი პენსიაა. საშემოსავლო გადასახადი 20%-ია, ხოლო ოჯახის ხარჯი 1 წლის მანძილზე 25000 ლარია? (გაითვალისწინეთ, პენსია საქართველოს კანონმდებლობით არ იბეგრება).

82. (ძველი ამოცანა) ორი ხელოსანი კერავს ერთნაირ ჩექმებს და ყიდიან ერთნაირ ფასად 10 მანეთად. ერთი ხელოსანი ერთი წყვილი ჩექმის შეკერვას სამ

დღეს ანდომებს, მეორე-ორ დღეს. განსაზღვრეთ რა თანხა დარჩება თითოეულ ხელოსანს, თუ ერთი წყვილი ჩექმის შესაკერი მასალების შესაძენად ხელოსნებს 6 მანეთი ჭირდებათ. რამდენს შეადგენს თითოეული ხელოსნის მოგება თვეში, თუ ხელოსნები თვეში 24-24 დღე მუშაობენ?

83. ლილოს საბითუმო ბაზრობაზე კანფეტების საცალო ფასი 12 ლარია, ხოლო საბითუმო ფასი 25%-ით იაფია. რა თანხის ეკონომიის გაკეთება შეგიძლიათ, თუ იყიდით 5 კგ კანფეტს? ოპტიმალურია თუ არა თქვენთვის 5 კგ კანფეტის ყიდვა? რატომ?

84. კვების პროდუქტების და სხვა საოჯახო საჭიროებისათვის ყოველთვიურად ოჯახი ხარჯავს თავისი შემოსავლის 75%-ს. ოჯახის წევრთა შემოსავლების გაზრდამ ოჯახს საშუალება მისცა 2-ჯერ გაეზარდა დანაზოგი თვეში და ის ახლა შეადგენს თვიური შემოსავლის 20%-ს. რამდენი პროცენტით გაიზარდა ოჯახის შემოსავლები?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, შემოსავლის გაზრდამდე ოჯახის შემოსავალი იყო  $x$  ლარი. მაშინ, რადგან ოჯახი ხარჯავდა შემოსავლების 75%-ს, ამიტომ ოჯახს ექნებოდა დანაზოგი  $0,25x$ . ოჯახის შემოსავლების გაზრდის შემდეგ დანაზოგის რაოდენობა გაორმაგდა და გახდა  $0,5x$ . მეორეს მხრივ, ეს დანაზოგი არის ოჯახის გაზრდილი ბიუჯეტის 20%. ე.ი. ოჯახის გაზრდილი ბიუჯეტი:  $0,5x \cdot 5 = 2,5x$ . ეს ნიშნავს, რომ შემოსავალი გაიზარდა  $2,5x : x = 2,5$ -ჯერ.

85. ტელეკომპანია იმედის მიერ ორგანიზებულ საქველმოქმედო კონცერტზე 140000 ლარი შეგროვდა.

შეგროვებული თანხა გადანაწილდა ასე: 52,5% გადა-  
ეცა ობოლ ბავშვთა თავშესაფრებს, 42,5%-მოხუცთა  
თავშესაფრებს. დარჩენილი თანხით როიალი უყიდეს  
მუსიკალურ სკოლას. რა ღირს როიალი?

86. ოჯახის შემოსავლები მოცემულია ცხრილში.  
გამოთვალეთ რა თანხა დარჩება ოჯახს, როცა ისინი  
დაგეგმილ გადასახადებს გადაიხდიან. რომელი დაუ-  
გეგმავი ხარჯების დაფარვას შეძლებს ოჯახი?

| ოჯახის შემოსავლები |                   |         |           |
|--------------------|-------------------|---------|-----------|
| მამა               | ფირმის დირექტორი  | ხელფასი | 4000 ლარი |
| დედა               | მასწავლებელი      | ხელფასი | 1200 ლარი |
| ბებია              | პენსიონერი        | პენსია  | 300 ლარი  |
| ბაბუა              | პენსიონერი        | პენსია  | 300 ლარი  |
| შვილი              | მოსწავლე          |         |           |
| შვილი              | სკოლამდელი ასაკის |         |           |
| ჯამი               |                   |         | 5800 ლარი |

**დაგეგმილი გადასახადები:**

- 1 თვის კვების პროდუქტები-800 ლარი;
- ბავშვების კვების პროდუქტები - 500 ლარი;
- კომუნალური გადასახადები-400 ლარი;
- სამეურნეო ნივთები-800 ლარი;
- ბენზინი-600 ლარი;
- წამლები-200 ლარი

**გაუთვალისწინებელი ხარჯები:**

- ბებიას და ბაბუას ექიმთან ვიზიტი-200 ლარი;
- წამლები-300 ლარი;
- დასვენება-400 ლარი;
- ბინის რემონტი - 3000 ლარი;
- ახალი საყოფაცხოვრებო ნივთები - 500 ლარი;

- ბავშვის სათამაშოები - 200 ლარი.

87. ლელას 20 ლარი ქონდა. მან ორი წიგნი იყიდა ერთში გადაიხადა 5 ლარი და 50 თეთრი და მეორეში 6 ლარი და 80 თეთრი. 8 რვეული, თითოეული 40 თეთრად და ორი ავტოკალამი, თითოეული 2 ლარად. რამდენი ლარი დარჩება ლალის? ეყოფა თუ არა მას ფული კიდევ იყიდოს 2 ფანქარი, თითოეული 60 თეთრად და 1 საშლელი, რომელიც 70 თეთრი ღირს?

88. განსაზღვრეთ საქართველოს ბანკში „საოჯახო“ ანაბარზე განთავსებული თანხის რაოდენობა, თუ დეპოზიტის განაკვეთია 11% და მასზე დარიცხულმა თანხამ შეადგინა 5500 ლარი?

89. ანამ და ლანამ გადაწყვიტეს სკოლის ბუფეტში იყიდონ 2-2 ფუნთუშა. თითოეული ფუნთუშა 60 თეთრი ღირს. გოგონებს 2 ლარიანი მონეტები აქვთ. ეყოფათ თუ არა მათ ფული? რამდენ ხურდას დაუბრუნებენ გოგონებს? ეყოფათ თუ არა მათ დარჩენილი ფული ასეთივე ფუნთუშების საყიდლად?

90. ტატოს დაბადების დღეზე აჩუქეს 5 ცალი 100 ლარიანი და 6 ცალი 200 ლარიანი ბანკნოტები. სულ რამდენი ლარი აჩუქეს ტატოს დაბადების დღეზე? შეძლებს თუ არა ის თავისთვის იყიდოს ნოუთბუქი, რომელიც 1430 ლარი ღირს? დარჩება თუ არა ფული? რამდენი?

91. დედას სამსახურში ხელფასი 200 ლ-ით გაუზარდეს, ხოლო მამას 300 ლ-ით მეტად, ვიდრე დედას. რამდენით გაიზარდა მთლიანად ოჯახის ბიუჯეტი?

92. მამის ხელფასი ოჯახის ბიუჯეტის 60%-ია, დედის-40%-ს. როგორ შეიცვლება ოჯახური ბიუჯეტი,

თუ დედის ხელფასი გაიზრდება 10%-ით? რამდენი გახდება დედის პროცენტული წილი ოჯახის ბიუჯეტში?

93. გამოთვალეთ ფორჩხიძეების ოჯახის სამი თვის საშუალო ბიუჯეტი, თუ მათი ოჯახი შედგება ოთხი წევრისაგან დედის, მამის და ორი შვილისაგან, რომელთაგან ერთი 7 წლისაა, მეორე 5 წლის. მარტში დედის ხელფასი იყო 800 ლარი, მამის ხელფასი-1300 ლარი, აპრილში დედის ხელფასი იყო 900 ლარი, მამის 1500 ლარი, მაისში დედის ხელფასი იყო 1000 ლარი, მამის ხელფასი კი-1400 ლარი. ამოცანის პირობის მიხედვით ააგეთ წრიული და სვეტოვანი დიაგრამები.

94. ბეზიას და ბაბუას პენსია თვეში 365-365 ლარია. მამის ხელფასი 1800 ლ, დედის ხელფასი 1200 ლ. გარდა ამისა, ოჯახი აქირავებს აგარაკს თვეში 1000 ლ. გამოთვალეთ ერთი თვის ოჯახის ბიუჯეტის თითოეული შემოსავლის წილი (ნაწილებსა და პროცენტებში). პასუხები წარმოადგინეთ წრიული და სვეტოვანი დიაგრამების სახით.

95. ოთხშაბათს, დილით დედამ მირიანს და თავ-ლო ბებოს თხოვა მაღაზიებში საყიდლებზე წასვლა. დედამ იცოდა, რომ ოთხშაბათობით ზოგიერთ მაღაზიას ჰქონდა ფასდაკლება. დედამ ბებოს და მირიანს 40 ლარი გაატანა და საყიდი პროდუქტების სია: 2 ცალი ქვაზე გამომცხვარი პური „იფქლი“, შავი დიეტური ლიტვური პური, „სოფლის ნობათის“ იოგურტის შეკვრა, „სანდოს“ 20 ხინკლიანი პაკეტი, „ნიკორას“ ძეხვის პაკეტი, „გერმანელი ყასაბის“ სოსისების

პაკეტი. მირიანის და ბებოს სახლის ახლოს მაღაზი-  
ებში მათთვის საჭირო პროდუქტებზე ასეთი ფასებია:

| # | მაღაზიების<br>დასახელება                   | 2<br>ნაბიჯი<br>-5% | ჩემი უზნის<br>მარკეტი<br>-10% | დეილი  |
|---|--------------------------------------------|--------------------|-------------------------------|--------|
| 1 | ქვაზე გამომცხვარი<br>პური „იფქლი“          | 1,20 ლ             | 1,1 ლ                         | 1,0 ლ  |
| 2 | დიეტური ლიტ-<br>ვური პური                  | 3,0 ლ              | 3,4 ლ                         | 3,0 ლ  |
| 3 | „სოფლის წობა-<br>თის“ იოგურტის<br>შეკვრა   | 4,8 ლ              | 5,0 ლ                         | 4,5 ლ  |
| 4 | „სანდოს“ ხინკა-<br>ლის პაკეტი 20<br>ცალი   | 12,5 ლ             | 15 ლ                          | 12,0 ლ |
| 5 | „ნიკორას“ ძეხვის<br>პაკეტი                 | 10,3 ლ             | 11,4 ლ                        | 11,0 ლ |
| 6 | „გერმანელი ყასა-<br>ბის“ სოსისის<br>პაკეტი | 7,40 ლ             | 8,5 ლ                         | 7,5 ლ  |

როგორ ფიქრობთ, რომელ მაღაზიაში/მაღაზიებში  
იყიდიან პროდუქტებს მირიანი და თაფლო ბებო?

96. აგარაკზე ივნისის თვის წყლის გადასახადი 60  
ლარია, ივლისში კი 40%-ით ნაკლები, ვიდრე ივნის-  
ში. რამდენი ლარით ნაკლები წყლის გადასახადი გა-  
დაიხადეს ივლისში, ვიდრე ივნისში? რატომ შემცირ-  
და წყლის გადასახადი ივლისში?

97. ბილეთის ფასი საგარეუბნეო ელექტრომატარე-  
ბელზე 4 ლარია, მოსწავლეებისა და სტუდენტები-  
სათვის მოქმედებს 50%-იანი ფასდაკლება. რამდენი

ლარი დაჯდება 4 ზრდასრულის 6 სტუდენტის და 12 მოსწავლის მგზავრობა ქალაქიდან გარეუბანში და უკან?

98. დედამ „მორიკაში“ ფასების შეცვლამდე შეიძინა ჩაიდანი 20 ლარად და 6 ჩაის ფინჯანი 15 ლარად. ფასებს ცვლილების შემდეგ ჩაიდანის ფასი გაიზარდა 15%-ით, ხოლო ჩაის ფინჯნების ფასი შემცირდა 20%-ით. შემცირდა თუ გაიზარდა დედის შენაძენი ნივთების ღირებულება? რამდენით?

99. ბაზარში 1კგ ყურძენი ღირს 2,5 ლარი, 1 კგ ვაშლი-4 ლარი. რამდენი პროცენტით იაფია 1 კგ ყურძენი 1 კგ ვაშლზე?

100. ოჯახის თვიური ბიუჯეტი შეადგენს 3650 ლ. დანაზოგის შექმნის მიზით ოჯახმა გადაწყვიტა ყოველთვიურად შესანახად გადადოს ოჯახის ბიუჯეტის 20%. რა რაოდენობის თანხას შეინახავს ოჯახი 1 წლის განმავლობაში?

101. აბაზაძეების ოჯახის ბიუჯეტია:

მამის ხელფასი-1470 ლარი;

დედის ხელფასი-1050 ლარი,

ბებუის პენსია-300 ლარი;

ბაბუის პენსია-300 ლარი;

შვილის უნივერსიტეტის სტიპენდია-150 ლარი.

რა თანხა უნდა გადადონ აბაზაძეებმა ყოველთვიური ბიუჯეტიდან, თუ მათი ოჯახის ყოველთვიური დანაზოგი თვიურად მათი ერთი თვის ბიუჯეტის 8%-ია? რომელია მეტი, აბაზაძეების ოჯახის 1 წლის განმავლობაში დაზოგილი თანხა თუ მათი 1 თვის ბიუჯეტი?

102. ნაცარქექიამ, სიზმარამ, კომბლემ და ცისკარამ ლატარიაში 50000 ლარი მოგეს. ნაცარქექიამ მიიღო მოგებული თანხის 24%, სიზმარამ მოიგო იმის 125%, რაც მოიგო ნაცარქექიამ, კომბლემ მოიგო იმის 2/3 რაც მოიგო სიზმარამ, თანხის დანარჩენი მოიგო ცისკარამ. რამდენი ლარი მოიგო ცისკარამ?

103. სამი თვის განმავლობაში სააქციო საზოგადოებამ „კომბლე და მისი ცხვრები“ იზარალა 10000 ლ. ივნისში ზარალმა შეადგინა ამ თანხის 35%, ივლისის ფინანსურმა ზარალმა შეადგინა ივნისის ზარალის 110%. რამდენი ლარი იზარალა სააქციო საზოგადოებამ აგვისტოში?

104. ფულარიანების ოჯახის თვითური ბიუჯეტი 2860 ლ, რომელიც შედგება დედის, მამის ხელფასებისგან და ბებიას პენსიისგან. ყოველთვიური ხარჯები ოჯახის კვებაზე, ტანსაცმელზე და მგზავრობაზე 1600 ლარია, კომუნალური ხარჯები 320 ლარი, ტელეფონის, ინტერნეტის და საკაბელო ტელევიზიის გადასახადი 70 ლ, ყოველთვიურად ბებიას წამლების საყიდლად 150 ლ საჭირო. ოჯახის ბიუჯეტიდან დარჩება თუ არა მამას კრედიტის დასაფარად საკმარისი ფული, თუ ყოველთვიური დასაფარი თანხაა 450 ლ?

105. 2021 წლის ნოემბერში და დეკემბერში სამსულისიანი ოჯახის დანახარჯები კვების პროდუქტებზე, პირადი ჰიგიენის და საყოფაცხოვრებო ნივთებზე შეადგენდა 800 ლარს თვეში, ხოლო 2022 წლის ნოემბერსა და დეკემბერში იმავე პაკეტზე დანახარჯები გაიზარდა 900 ლარამდე. რამდენია 2022 წლის ინფლიაცია პროცენტებში?

106. თქვენი მამის ხელფასი თვეში 2000 ლ. 2022 წლის თებერვალში რუსეთის უკრაინაში შეჭრამ გამოიწვია ნავთობზე, გაზზე, ელექტროენერგიაზე და თითქმის ყველა საჭირო პროდუქტზე და საყოფაცხოვრებო ნივთებზე ფასების ზრდა საშუალოდ 10%-ით. ახლა მამის ხელფასით ოჯახს უფრო ნაკლები რაოდენობის მომსახურების მიღება, პროდუქტების და საჭირო ნივთების ყიდვა შეუძლია. რამდენი ლარით შემცირდა მამის ხელფასის მსყიდველობითი უნარი? პასუხი დაამრგვალეთ ლარების მთელ რიცხვამდე.

107. ჩვენი ოჯახი შედგება ხუთი წევრისგან. მამა და დედა მუშაობენ, ბებია პენსიონერია, მე მეხუთე კლასის მოსწავლე ვარ, ჩემი ძმა საბავშვო ბაღში დადის. ჩვენი ოჯახის ბიუჯეტი შედგება მამის და დედის ხელფასისგან და ბებიას პენსიისგან. მამის თვიური ხელფასია 1370 ლ, დედას ხელფასი 1255 ლ, ბებოს პენსიაა 365 ლ. რამდენია ჩვენი ოჯახის შემოსავალი ერთ თვეში? რისი ტოლია ოჯახის თითოეული წევრის საშუალო შემოსავალი?

108. მეექვსეკლასელი დათოს ოჯახი თბილისში ცხოვრობს და ხუთი წევრისგან შედგება. დედა საწარმოში მუშაობს ბუღალტრად და მისი ხელფასია 1500 ლ, მამა ქარხნის დირექტორია და მისი ხელფასი თვეში 4500 ლ, უფროსი და ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტში სწავლობს და სწავლის პარალელურად ძიძად მუშაობს, რაშიც მას თვეში 450 ლ უხდიან, უმცროსი ძმა მეორე კლასის მოსწავლეა. გამოთვალეთ დათოს ოჯახის ერთი თვის ბიუჯეტი; ოჯახის თითოეულ წევრზე სა-

შუალო შემოსავალი თვეში და შეადარეთ ის საარსებო მინიმუმს.

109. კაიშაურების ოჯახი ფოთში ცხოვრობს. მათი ხუთსულიანი ოჯახის ბიუჯეტი შეადგენს 1245 ლარს. რამდენი ლარი მოდის საშუალოდ ოჯახის თითოეულ წევრზე საშუალოდ? თუ ოჯახის ერთი წევრის შემოსავალი 253 ლარზე ნაკლებია, მაშინ ოჯახი ითვლება მცირეშემოსავლიანად. კაიშაურების ოჯახი არის თუ არა მცირეშემოსავლიანი?

110. უბედური შემთხვევისაგან სიცოცხლის დაზღვევა წელიწადში 1000 ლარი ღირს, რაც არის დაზღვეული თანხის 5%. რამდენი გახდება უბედური შემთხვევისაგან სიცოცხლის დაზღვევა, თუ კლიენტი დაეზღვევა იმავე რაოდენობის თანხაში, ხოლო დაზღვევის პრემია გაიზრდება 3%-ით?

111. ლეილა საქართველოს მოქალაქეა. ის ჩართულია დაგროვებითი პენსიის სქემაში, რისთვისაც საქართველოს კანონმდებლობით იხდის თავისი დასაბეგრი ხელფასის 2%-ს. ამდენივეს უხდის მას აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი, როგორც დამსაქმებელი, სადაც ის პროფესორად მუშაობს და ამდენივეს უხდის სახელმწიფო. სულ რამდენი ლარი უგროვდება ლეილას საპენსიო ფონდში ერთ წელში, თუ მისი ხელფასი თვეში 2500 ლარია?

112. მანანა საქართველოს მოქალაქეა. ის ხელფასიდან იხდის საშემოსავლო გადასახადს, რომელიც საქართველოს კანონმდებლობით მისი დარიცხული ხელფასის 20%-ს შეადგენს. მანანა ასევე ჩართულია დაგროვებითი საპენსიო სქემაში, რისთვისაც ის იხდის

დარიცხული ხელფასის 2%-ს. რამდენი აქვს მანანას დარიცხული ხელფასი თვეში, თუ ის ხელზე იღებს 1404 ლარს?

113. მეხუთეკლასელი გოჩას მამა საქართველოს მოქალაქეა. მისი დარიცხული ხელფასი გასული 2022 წლის იანვრიდან აგვისტოს ჩათვლით თვეში იყო 1860 ლარი. სექტემბერში გოჩას მამა დააწინაურეს და ხელფასი თვეში გაუხდა 2400 ლარი. საქართველოს მოქმედი კანონმდებლობით რამდენი ლარი გადაიხადა გოჩას მამამ საშემოსავლო გადასახადი 2022 წლის მანძილზე?

114. ფიზიკური პირების საშემოსავლო გადასახადები საქართველოს მოქალაქეებისათვის არის თვეში დარიცხული ხელფასის 20%. პირი არ არის ჩართული დაგროვებით საპენსიო სქემაში. რა თანხას აიღებს დასაქმებული ადამიანი ხელზე, თუ მისი დარიცხული ხელფასი თვეში შეადგენს 1250 ლარს?

115. ორი წლის წინ თეკლას ოჯახმა იყიდა სააგარაკე ნაკვეთი სოფელში. ნაკვეთის საკადასტრო ფასი იყო 20 000 ლარი. ამ თანხის ნაკვეთის წლიური საკადასტრო გადასახადი შეადგენს მთლიანი საკადასტრო ღირებულების 0,25%-ს. განსაზღვრეთ რა თანხა უნდა გადაიხადოს წელიწადში თეკლას ოჯახმა სააგარაკე ნაკვეთისათვის საკადასტრო გადასახადის სახით.

116. საქართველოში გასულ წლებში, ავტოსატრანსპორტო საშუალებების ძრავის მოცულობით განბაჟებამდე, მოქმედებდა კანონი, რომლითაც ავტოსატრანსპორტო საშუალებებს ანბაჟებდნენ მისი სიმძლავ-

რის მიხედვით, რომელიც გამოსახული იყო ცხენის ძალებით. გამოიყენებოდა ცხრილი:

| ავტოსატრანსპორტო<br>საშუალების სიმძლავრე<br>(ცხ.ძ-ში) | 71-<br>100 | 101-<br>150 | 151-<br>200 | 201-<br>250 | 250-ზე<br>მეტ |
|-------------------------------------------------------|------------|-------------|-------------|-------------|---------------|
| გადასახადი<br><br>1 ცხ.ძ                              | 1,5ლ       | 2,1ლ        | 2,8ლ        | 3,5ლ        | 3,8ლ          |

იმ პერიოდში გიორგიმ იყიდა 165 ცხ.ძ. სიმძლავრის მქონე სატრანსპორტო საშუალება. რა თანხას გადაიხდიდა გიორგი ავტოსატრანსპორტო საშუალების განბაჟებაში?

117. თამრიკოს მდგმურებზე გაქირავებული აქვს თავისი 1 ოთახიანი ბინა, რაშიც მდგმურები ყოველთვიურად თამრიკოს უხდიან 700 ლარს. თამრიკო იხდის საშემოსავლო გადასახადს, რომელიც შეადგენს ბინიდან მიღებული შემოსავლის 20%-ს. რა რაოდენობის თანხა რჩება თამრიკოს თავისი ერთოთახიანი ბინის გაქირავებით?

118. ქეთომ სპორტლოტოს გათამაშებაში „ოქროს ბურთი“ 5/36-დან მოიგო 123 456 ლარი. გამოთვალეთ რამდენი ლარი უნდა გადაიხადოს ქეთომ საშემოსავლო გადასახადის სახით, თუ საშემოსავლო გადასახადი მოგებული თანხის 20%-ს შეადგენს. რამდენ ლარს მისცემენ ქეთოს ხელზე მოგებული თანხიდან?

119. 2022 წლის ნოემბერში მაკამ „ტექნობუმში“ იყიდა უთო. რის საფუძველზეც მიიღო საახალწლო გათამაშების ტალონი. „ტექნობუმში“ დეკემბერის

ბოლოს ჩატარებულ საახალწლო გათამაშებაში მაკამ მოიგო მაცივარი, რომელიც 1800 ლარი ღირს. რამდენი ლარი საშემოსავლო გადასახადი უნდა გადაიხადოს მაკამ ლატარიაში მოგებული მაცივრისათვის?

120. გიორგის მამამ, კახამ აიღო კრედიტი 10000 ლ, ვადით ორი წელი. კრედიტის ვადის დამთავრების შემდეგ კახამ სულ გადაიხადა 14000 ლ (კრედიტი + მისი პროცენტი). განსაზღვრეთ კრედიტის რა ნაწილს უხდიდა ბანკს კრედიტის საფასურად (კრედიტის პროცენტი) კახა? პასუხი წარმოადგინეთ წილადის სახით, რომლის მნიშვნელია 100.

121. სოსოს და იუზას მამებმა გადაწყვიტეს ავტომანქანების ყიდვა და მიმართეს საქართველოს ბანკს ავტოსესხისთვის. თითოეულს ჭირდებოდა სესხი 30000 ლარის ოდენობით. სესხის ვადა 5 წელი. სოსოს მამას კარგი საკრედიტო ისტორია ქონდა. ბანკმა მას სესხი დაუმტკიცა საპროცენტო განაკვეთით წლიური 17%. იუზას მამას საკრედიტო ისტორიაში ადრე აღებული სესხის დაფარვის პირობების დარღვევები აღმოაჩნდა, ამიტომ ბანკმა მისი სესხი დაამტკიცა წლიური 21%. რამდენი ლარით მეტი თანხა უნდა გადაიხადოს იუზას მამამ სოსოს მამასთან შედარებით?

122. პაპუნას მამამ „ბაზისბანკში“ ანაბარზე განათავსა 100000 ლარი, წლიური 11,6%-ად, პროცენტის დარიცხვა უნდა მოხდეს წლის ბოლოს. რამდენი წლის შემდეგ გაუხდება პაპუნას მამას 150000 ლარი ანაბარზე, თუ ის ანაბრიდან პროცენტით მიღებულ შემოსავალს არ გაიტანს?

123. პროგრედიტ ბანკში მეანაბრემ გახსნა 3 თვიანი საბანკო ანაბარი. ანაბარზე წლიური შემოსავალი 4%-ია. შემოსავალმა შეადგინა 2000 ლარი. გამოთვალეთ ანაბარზე შეტანილი თანხის რაოდენობა.

124. ალფა ბანკი ანაბარზე კლიენტს ურიცხვს 11%-ს წელიწადში. ეს ნიშნავს, რომ ანაბარზე განთავსებული თანხა წელიწადში იმატებს 11%-ს. რამდენი გახდება 25000 ლარიანი ანაბარი 1 წლის შემდეგ?

125. შემნახველი ბანკი მეანაბრეს ვადიან ანაბარზე ყოველწლიურად ურიცხავს 10%. მეანაბრემ ანაბარზე შეიტანა 80 000 ლარი. რამდენი გახდება ეს ანაბარი ორ წელიწადში, თუ საანაბრე ანგარიშიდან საბანკო ოპერაციები არ განხორციელდება?

126. მეანაბრემ გადაწყვიტა თანხის შეიტანა ორ ბანკში. მან 40 000 ლარი შეიტანა ერთ ბანკში, ხოლო მეორე ბანკში 70 000 ლარი. ერთი წლის შემდეგ მისი შენატანი პირველ ბანკში გახდა 44 480 ლარი. მეორე ბანკში კი-78120 ლარი. თქვენი აზრით, რომელ ბანკშია უმჯობესი რომ ჩაიდოს მთელი ფული?

127. მაღაზიაში შეგიძლიათ შეიძინოთ ტელეფონი განვადებით, რომელიც ღირს 1000 ლარი. პირველი შენატანი არის 100 ლარი, შემდეგ ყოველთვიური განვადება 12 თვის განმავლობაში არის 100-100 ლარი, ან შეგიძლიათ აიღოთ სესხი ბანკიდან, გადაიხადოთ 1000 ლარი ერთდროულად და დავალიანება დაფაროთ ერთი წლის შემდეგ ბანკის სესხზე წელიწადში 25%-ის გადახდით. რომელი ვარიანტია უფრო რაციონალური? თქვენ რომელ ვარიანტს აირჩევდით? შეგიძლიათ შემოგვთავაზოთ განსხვავებული ვერსიაც.

128. დაადგინეთ რომელი ბანკის ბანკომატიდან არის უფრო მომგებიანი თანხის გატანა და რამდენის, ბანკომატის ბარათი არ არის არც A ბანკის და არც B ბანკის. თუ:

- A ბანკის ბანკომატიდან თანხის გამოტანისას საკომისიო შეადგენს გამოტანილი თანხის 1%-ს, (მაგრამ არანაკლებ 5 ლარს) + „უცხო“ ბანკის საკომისიო;
- B ბანკის ბანკომატიდან თანხის გამოტანისას საკომისიო შეადგენს გამოტანილი თანხის 1,5% (შეზღუდვის ქვედა ზღვარი და „უცხო“ ბანკის საკომისიო არ აქვს);
- „უცხო“ ბანკის საკომისიო არის გატანილი თანხის 0,4%.

1) გასატანი თანხაა 320 ლარი;

2) გასატანი თანხაა 10000 ლარი.

129. ფულის გადარიცხვისათვის ბანკი იღებს გადასარიცხი თანხის 3%-ს. რამდენი თანხა უნდა შევიტანოთ ბანკში, რომ მან გადაგვირიცხოს 2000 ლარი?

130. ვადიანი ანაბარზე მეანაბრემ პროკრედიტ ბანკში 50 000 ლარი შეიტანა. ბანკი წელიწადში მეანაბრეს ანაბარზე დაურიცხავს 10%-ს. თუ მეანაბრე არ გამოიტანს თანხას ანგარიშიდან, მაშინ ერთ წელიწადში ანაბარის თანხას ემატება მისი პროცენტი. რა თანხა იქნება კლიენტის ანგარიშზე, თუ ის ბანკიდან არ გამოიტანს თანხას: ა) 1 წელი; ბ) 2 წელი; გ) 3 წელი?

131. ლადოს მამამ ორ სხვადასხვა ბანკში ორი ანაბარი შეიტანა ერთი წლის ვადით: ერთი ბანკი ანაბარ-

ზე ურიცხავდა 14%-ს წელიწადში, მაგრამ თუ ანაბარს კლიენტი გაიტანდა ვადაზე ადრე, პროცენტი არ დაერიცხებოდა. ხოლო მეორე ბანკი ანაბარზე ურიცხავდა 11%-ს წელიწადში, მაგრამ პროცენტს უნარჩუნებდა, თუ ანაბარს კლიენტი გაიტანდა ვადაზე ადრე. ერთი წლის შემდეგ ლადოს მამამ ორივე ბანკიდან თანაბარი თანხა მიიღო. რამდენი თანხა ქონდა მას ანაბარზე პირველ ბანკში და რამდენი მეორე ბანკში, თუ ორივე ანაბარი ჯამში იყო 90 000 ლარი?

132. მიკროსაკრედიტო ორგანიზაცია კლიენტებს თავაზობს ერთთვიან სესხებს 10%-ად. ყოველ ვადაგადაცილებულ დღეზე კლიენტს ერიცხება ჯარიმა გაცემული თანხის 2%-ის ოდენობით. ელგუჯამ სმარტფონის შესაძენი თანხა მიკროსაფინანსო ორგანიზაციიდან კრედიტით აიღო. ხელფასის დაგვიანების გამო ელგუჯამ კრედიტი 30 დღის დაგვიანებით დაფარა და სულ 1700 ლარი გადაიხადა. რა თანხა ისესხა ელგუჯამ მიკროსაფინანსო ორგანიზაციისგან? რამდენ ლარს დაზოგავდა ის სმარტფონის ყიდვა ორი თვით რომ გადაედო?

## ტესტი 1

პასუხის ოთხი ვარიანტიდან, ამოირჩიეთ მხოლოდ სწორი პასუხი.

1. ოჯახი იღებს შემდეგი სახის შემოსავალს:
  - ა. ხელფასი, პენსია, გადასახადები;
  - ბ. სტიპენდია, კომუნალური გადასახადები, ბონუსი;
  - გ. ქირა, შემწეობა, ხელფასი;
  - დ. პრემია, გადასახადი, სუბსიდია.
2. ნაღდი ფული არის:

- ა. მონეტები, ბანკნოტები და პლასტიკური ბარათები;
- ბ. მონეტები, ბანკნოტები და ჩეკები;
- გ. მონეტები, ბანკნოტები და სააბონენტო წიგნები;
- დ. მხოლოდ მონეტები და ბანკნოტები.

3. პროდუქტის შეძენისას ითვალისწინებენ:

- ა. საქონლის ფასს;
- ბ. საქონლის მწარმოებელს;
- გ. სხვა მწარმოებლების საქონლის ფასს;
- დ. ყველა პასუხი სწორია.

4. პროდუქციის წარმოების ფასს, გაყიდული პროდუქციის რაოდენობას და მისი წარმოების ღირებულებას შორის განსხვავებას ეწოდება:

- ა. მოგება;
- ბ. შემოსავალი;
- გ. დეფიციტი;
- დ. პრეფიციტი.

5. თუ საქონლის რეალიზაციიდან მიღებული შემოსავალი გაიზარდა 1,5-ჯერ, მაშინ

- ა. გაყიდული საქონლის რაოდენობა გაიზარდა 2-ჯერ, ხოლო ფასი შემცირდა 3-ჯერ;
- ბ. გაყიდული საქონლის რაოდენობა გაიზარდა 3-ჯერ, ფასი გაიზარდა 2-ჯერ;
- გ. გაყიდული საქონლის რაოდენობა გაიზარდა 3-ჯერ, ხოლო ფასი შემცირდა 2-ჯერ;
- დ. გაყიდული საქონლის რაოდენობა გაიზარდა 2-ჯერ, ხოლო გაიზარდა 2-ჯერ.

6. ჩამოთვლილთაგან რომელი ორგანიზაციის მიზანია მოგება:

- ა. კომიტეტის;

- ბ. ასოციაციის;
- გ. ფირმის;
- დ. ფორუმის.

7. აირჩიეთ ლოგიკურად სწორი ჯაჭვი:

- ა. წარმოების ხარჯები → შემოსავალი → მოგება;
- ბ. შემოსავალი → წარმოების ხარჯები → მოგება;
- გ. წარმოების ხარჯები → შემოსავალი → ზარალი;
- დ. პასუხები (1) და (3) სწორია.

8. პირველ ბრიგადაში 10 მუშა აწარმოებს 110 ერთეულ პროდუქტს, მეორეში 30 მუშა-390 ერთეულს და მესამეში 35 მუშა-420 ერთეულს. ჩამოთვლილ-თაგან რომელ ვარიანტშია გუნდები განლაგებული შესრულების კლებადობით?

- ა. 1, 2, 3; ბ. 2, 3, 1; გ. 3, 1, 2; დ. 1, 3, 2.

9. რა ფუნქციები აქვს ბანკებს:

- ა. შეინახოს მენაბრეთა ფული და მიიღოს პროცენტი;
- ბ. გასცეს სესხი და მიიღოს პროცენტი;
- გ. შეუნახოს მენაბრეთა ფული და გასცეს პროცენტი;
- დ. არ არსებობს სწორი პასუხი.

10. შემოსავლების და ხარჯების სახელმწიფო გეგმას წარმოადგენს:

- ა. საჯარო ფინანსები;
- ბ. სახელმწიფო ბიუჯეტი;
- გ. სახელმწიფო სესხი;
- დ. სახელმწიფო ხაზინა.

## ტესტი 2

**ამოცანა 1.** სამმა გოჭმა მგელისაგან თავდაცვის მიზნით აგურის სახლის აშენება გადაწყვიტა. ნუფ-ნუ-

ფი საათში 50 აგურს აშენებს, ნიფ-ნიფი-70ს. სამივე გოჭმა სახლი 10 დღეში ააშენეს და ყოველდღიურად დღეში 8 საათს მუშაობდნენ. სახლის ასაშენებლად გოჭებს 16 ათასი აგური დაჭირდათ. საათში რამდენ აგურს აშენებდა ნაფ-ნაფი?

**ამოცანა 2.** ახალდაბის ავეჯის No1 საამქროში რომ დაამზადონ ერთი კომპლექტი ავეჯი, მასალისა და ხელფასისათვის საჭიროა 800 ლარი, ხოლო No2 საამქროში ასეთივე ავეჯის მასალაზე და ხელფასზე საჭიროა 1000 ლარი. მაღაზიაში No1 საამქროში დამზადებული კომპლექტი 2000 ლარი ღირს, ხოლო No2 საამქროს კომპლექტი 2400 ლარი. რომელი სამქროს ბიზნესია უფრო მომგებიანია?

**ამოცანა 3.** რამაზიმ გადაწყვიტა სათევზაოდ წასვლა, მაგრამ ვერ გადაწყვიტა მატარებლით წავიდეს თუ ავტომანქანით. რკინიგზის სადგური თითქმის მდინარის პირასაა. მატარებლის ბილეთი 30 ლარი ღირს. 10 კილომეტრ მანძილზე რამაზის ავტომანქანა 1,2 ლიტრი ბენზინს ხარჯავს. ლიტრი ბენზინი 3,15 ლარი ღირს. რამაზის სახლიდან სათევზაო ადგილამდე მანძილი 75 კმ-ია. რომელი ტრანსპორტით წასვლაა რამაზის და მისი მეგობრისთვის ოპტიმალური? შეიცვლიან თუ არა თავიანთ გადაწყვეტილებას რამაზი და მისი მეგობარი, თუ მათ რამაზის ძმა როინიც შეუერთდება? პასუხი ახსენით.

**ამოცანა 4.** ოჯახი შემოსავლის 80%-ს ხარჯავს საყიდლებზე. შემოსავლის ზრდამ შესაძლებელი გახადა 1,5-ჯერ მეტი დანაზოგის გაკეთება და ოჯახის

დანაზოგი შეადგენს შემოსავლის 30%-ს. რამდენად გაიზარდა ოჯახის შემოსავალი?

**ამოცანა 5.** სახელმწიფომ შემოღებული აქვს ალკო-ჰოლურ საქონელსა და სიგარეტზე აქციზი, რომელიც საქონლის ღირებულების 20%-ს შეადგენს. რამდენით მეტს ვიხდით 5 ერთეული პროდუქტის შეძენის შემთხვევაში, რომლის ფასიც აქციზის შემოღებამდე 60 ლარი იყო?

### ტესტი 3

**ამოცანა 1.** 1 ფუნტი სტერლინგი წლის დასაწყისში 1,3 დოლარი ღირდა. ფუნტში დეპოზიტებზე საპროცენტო განაკვეთი შეადგენს 1,8%-ს, დოლარში დეპოზიტებზე კი 2,4%-ს. წლის ბოლოს 1 ფუნტი სტერლინგი 1,6 დოლარი ღირდა. რა ვალუტაში იყო მომგებიანი დეპოზიტების შენახვა?

**ამოცანა 2.** კომპანია „ალფას“ ერთი აქცია წლის დასაწყისში 2 ლარი ღირდა, ხოლო კომპანია „ბეტას“ ერთი აქცია-20 ლარი. ორივე კომპანიამ აქციები განათავსა ბანკში დეპოზიტებზე, წლიური 10%-ით. წლის ბოლოს „ალფას“ აქციონერებმა მიიღეს დივიდენდები 2,4 ლარი ერთ აქციაზე, ხოლო „ბეტას“ აქციონერებმა მიიღეს 22 ლარი თითო აქციაზე. სად უკეთესი იყო ფულის ინვესტირება?

**ამოცანა 3.** დათუნამ სათევზაოდ წასვლა გადაწყვიტა, მაგრამ ვერ ჩამოყალიბდა სამარშრუტო მიკროავტობუსით წავიდეს თუ მანქანით. საავტომობილო ტრასა მდინარის ნაპირს მიუყვება. სამარშრუტო მიკროავტობუსის ბილეთი 8 ლარი ღირს. დათუნას ავტომანქანა 10 კილომეტრზე 0,8 ლიტრ ბენზინს ხარ-

ჯავს. ლიტრი ბენზინი 2,6 ლარი ღირს. სახლიდან სათევზაო ადგილამდე მანძილი 80 კილომეტრია. როგორი ტრანსპორტით მგზავრობაა ოპტიმალური დათუნას და მისი მეგობრისთვის, თუ ერთად წავლენ სათევზაოდ? შეიცვლის თუ არა აზრს დათუნა თუ მათ შეუერთდება დათუნას ძმა ბორისი? პასუხი ახსენით.

**ამოცანა 4.** ოჯახი საყიდლებზე შემოსავლის 60%-ს ხარჯავს. შემოსავლის ზრდამ შესაძლებელი გახადა ოჯახს ორჯერ მეტი დანაზოგი გაეკეთებინა და ახლა დანაზოგი შემოსავლის 25%-ს შეადგენს. რამდენი პროცენტით გაიზარდა შემოსავალი?

**ამოცანა 5.** ბეზიას ყოველწლიურად ერთი და იმავე თანხა აქვს შენახული შაქარის საყიდლად, რომლითაც ჯემს აკეთებს. ჯემისათვის საჭირო ხილს ბებო თავის ბაღში კრეფს და მისი ყიდვა არ ჭირდება. ამიტომ ბეზიას გაკეთებული ჯემის რაოდენობა მხოლოდ ნაყიდ შაქარზეა დამოკიდებული. რუსეთის მიერ უკრაინაში შეჭრის გამო წელს შაქარი 20%-ით გაძვირდა. რამდენჯერ შემცირდა ბებოს გაკეთებული ჯემის წონა?

ამოცანების სიმრავლე განაპირობა იმან, რომ სასკოლო და დამხმარე სახელმძღვანელოები არ შეიცავს მათემატიკურ ამოცანებს საქართველოს ეკონომიკაზე, ფინანსებზე და ვაჭრობაზე. ხოლო ასეთი სახის ამოცანების შედგენა მასწავლებლებისათვის საკმაოდ რთულია. ამიტომ შევეცადეთ ნაწილობრივ მაინც შეგვევსო ეს ხარვეზი. როგორ შევძელით, შეფასება თქვენთვის მოგვინდია ძვირფასო მკითხველო.

### **§3.6. მათემატიკური ამოცანები ქართული კულტურის გასაცნობად (ლიტერატურა, ქართული ხალხური ზღაპრები, მითები, ლეგენდები, კინოფილმები, მულტფილმები და სხვ.),**

საქართველოს კულტურის გასაცნობად ძალიან კარგი საშუალებაა ისეთი მათემატიკური ამოცანების განხილვა დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში, რომლის სიუჟეტშიც ქართული ხალხური ზღაპრების, ცნობილი კინო და მულტფილმების, ლიტერატურული ნაწარმოებების გმირები მონაწილეობენ. მოსწავლეები გაცნობილი არიან ამ გმირებს და ისინი ამოცანაში ახალ ამპლუაში ევლინებიან, რაც მათთვის საინტერესოცაა დამიმზიდველიც, რაც მოსწავლეებში აჩენს ჯერ ამოცანის გაცნობის და შემდეგ მისი ამოხსნის სურვილს. ზოგჯერ კოლეგებსაც კი უჭირთ იმის წარმოდგენა თუ როგორ შეიძლება დაუკავშირდეს მათემატიკური ამოცანა ზღაპარს. ქართულ-ხალხურ ზღაპრის გმირებში ბლომადაა გონებახვილობით და ეშმაკობით ცნობილი პერსონაჟები. ერთ-ერთი ასეთი ზღაპრის გმირი ნაცარქექიაა, რომელიც ფიზიკურად სუსტია, პატარა ტანისაა, თან ძალიან ზარმაცია, მაგრამ გონებახვილობით ამარცხებს მასზე ბევრად დიდ და ძლიერ დევებს. ნაცარქექიას და დევის დაპირისპირება გამოვიყენოთ და შევადგინოთ ისეთი მათემატიკური ამოცანა, რომელიც ორნიშნა რიცხვის ჩანაწერის სწავლებისას იძლევა ისეთ შედეგს, რომ ამ ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მოსწავლეებს ყოველთვის ახსოვთ არა მარტო ორნიშნა, არამედ ნებისმიერნიშნა რიცხვის წარმოდგენა.

**ამოცანა 1.** ნაცარქექიას და დევის მორიგი დაპირისპირების შემდეგ დევმა ნაცარქექიას შეჭმა გადაწყვიტა. ნაცარქექიამ დევს თხოვა მისთვის ერთი შანსი მიეცა. დევი დათანხმდა და ეუბნება: - მე ჩავიფიქრებ ორ ციფრს, რომელსაც შენ არ გეტყვი. შენ მეტყვი შენ ჩაფიქრებულ ორ რიცხვს. მე ჩემ ჩაფიქრებულ ერთ ციფრს გავამრავლებ შენ ჩაფიქრებულ ერთ რომელიმე რიცხვზე, ჩემ ჩაფიქრებულ მეორე ციფრს გავამრავლებ შენ ჩაფიქრებულ მეორე რიცხვზე, მაგრამ რომელ ციფრს რომელ რიცხვზე ვამრავლებ ამას არ გეტყვი, ნამრავლებს შევკრიბავ და გეტყვი რას მივიღებ ჯამში. შენ უნდა გამოიცნო ჩემს მიერ ჩაფიქრებული ციფრები, თუ ვერ გამოიცნობ შეგჭამ. რომელი რიცხვები უნდა ჩაიფიქროს ნაცარქექიამ? დაეხმარეთ ნაცარქექიას და გადაარჩინეთ დევის შეჭმას.

**ამოხსნა.** ეს ამოცანა შინაარსით საძიებოა, საოლიმპიადოა. ამოცანის სიუჟეტი ისეა აგებული, რომ მოსწავლეებს უჩნდებათ სურვილი დაეხმარონ ნაცარქექიას, რისთვისაც მათ უხდებათ წინარე ცოდნის გააქტიურება და ამოცანის პირობასთან შესაბამისობაში მოყვანა. ამოხსნის გზის ძიების სწორად წამართვის შემთხვევაში, რაშიც საჭიროების შემთხვევაში მასწავლებელიც მიიღებს მონაწილეობას და საჭირო კითხვების დასმით მოსწავლეები მივლენ იმ დასკვნამდე, რომ ნაცარქექიამ მხოლოდ 10 და 1 უნდა ჩაიფიქროს. მართლაც, რომელი  $a$  და  $b$  არანულოვანი ციფრებიც უნდა ჩაიფიქროს დევმა ნამრავლში მიიღება ან  $\overline{ab}$  ან  $\overline{ba}$  ორნიშნა რიცხვი, რომლის ციფრებიც განისაზღვრება ცალსახად. თუ დევმა ჯამში მიიღო

ერთნიშნა რიცხვი, მაშინ მისი ჩაფიქრებული რიცხვებიდან ერთი 0-ის ტოლია, ხოლო მეორე ის ციფრია, რომელიც მიიღო.

მოსწავლეები დაწყებით კლასებში ძირითადად განიხილება ისეთი ამოცანები, რომელთაც აქვთ ცალსახად ერთი ამონახსნი. ჩვენ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ისეთი ამოცანების განხილვაც, როცა ამოცანას აქვს რამდენიმე ამონახსნი, რაც მოსწავლეებში არსებულ სტერეოტიპებს ამსხვრევს და შემდგომშიც, როცა სხვა ამოცანების ამოხსნას ახდენენ ფიქრობენ და აანალიზებენ, ხომ არ აქვს ამოცანას სხვა ამონახსნი. ასეთი მიდგომები მოსწავლეებში ხელს უწყობს ლოგიკური აზროვნების განვითარებას.

**ამოცანა 2.** წუნა, წრუწუნა, ნაცარქექია და ბომბორა ერთად ცხოვრობენ ქალაქში. მათ აგარაკი სოფელში აქვთ. ბომბორას სურს აგარაკზე სოფელში წასვლა. სადაც მისვლა შეიძლება ავტობუსით, რომლის ბილეთის ღირებულება 25 კვინტოა, ან ავტომობილით, რომელსაც სოფლამდე 10 ლიტრი ბენზინი სჭირდება. 1 ლიტრი ბენზინი 6 კვინტო ღირს. ბომბორა აგარაკზე წავიდა. ურჩიეთ ბომბორას ფინანსურად რომელი სახის ტრანსპორტით წასვლა უფრო მომგებიანია. რა ტრანსპორტს აირჩევს ბომბორა, თუ მასთან ერთად აგარაკზე წუნა, წრუწუნა და ნაცარქექიაც წავლენ? (კვინტო-ჩვენ მიერ გამოგონილი ფულის ერთეულია).

**ამოცანა 3.** კომბლეს 13 ცხვარი ყავდა, რომელიც დათვმა, მგელმა და ტურამ შეუჭამა. ყველაზე მეტი ცხვარი დათვმა შეჭამა, ყველაზე ცოტა ტურამ. რომელმა ნადირმა რამდენი ცხვარი შეჭამა?

**ამოხსნა.** კარგი იქნება, თუ მასწავლებელი ვიდრე ამოხსნიდეს ამოცანას შეეცადოს მოსწავლეებმა გაარკვიონ რომელმა ნადირმა რამდენი ცხვარი შეუჭამა კომბლეს. თუ ამ შეკითხვაზე მასწავლებელს სხვადასხვა პასუხს აძლევს რამდენიმე მოსწავლე, ეს ძალიან კარგია. ამის შემდეგ მასწავლებელი გაარკვევს მიზეზს, თუ რატომ მოხდა, რომ ერთმანეთისაგან განსხვავებული პასუხების მიღება?

| ნადირი | შეჭმული ცხვრების რაოდენობა |   |   |   |   |   |   |   |
|--------|----------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| ტურა   | 1                          | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 |
| მგელი  | 2                          | 3 | 4 | 5 | 3 | 4 | 5 | 4 |
| დათვი  | 10                         | 9 | 8 | 7 | 8 | 7 | 6 | 6 |

მასწავლებლისგან აქცენტის გადატანა უნდა მოხდეს იმაზე, რომ ამოცანის პირობაში მოცემული არ არის რამდენი ცხვარი შეჭამა თითოეულმა ნადირმა. ამის შემდეგ მასწავლებელი სრულყოფილად ამოხსნის ამოცანას იპოვის ყველა შესაძლო ამონახსნს, რისთვისაც შეადგენს ცხრილს, რომლის შედგენისას დაიცავს ამოცანის პირობას, რომლის თანახმად ყველა ნადირმა სხვადასხვა რაოდენობის ცხვარი შეჭამა, ამასთან ტურამ შეჭამა ყველაზე ცოტა, დათვმა ყველაზე მეტი. ცხრილის შევსების შემდეგ მასწავლებელი შეაჯამებს ამოცანას და მოსწავლეებს ეუბნება, რომ ამოცანას აქვს 8 განსხვავებული ამონახსნი და უხსნის, რომ ასეთ ამოცანებს ეწოდება ამოცანები მრავალი ამონახსნით.

**ამოცანა 4.** კომბლეს ყავს პროხა-ჭრელა. ჭრელა წელიწადში 3000 ლ რძეს იწველის. კომბლე ჭრელას ხბოს 600 ლ რძეს ასმევს. თავისი საჭიროებისათვის 2000 ლ რძეს ხარჯავს. რა მოგება მიიღო კომბლემ თავისი ჭრელას მოწველილი რძიდან ერთი წლის მანძილზე, თუ მორჩენილი რძე მან რძის მიმღებ პუნქტში ჩააბარა-1 ლ 2 ლარად?

**ამოცანა 5.** თამარს აქვს ორი ჭურჭელი 8 ლ და 3 ლ ტევდობის. 8 ლ ჭურჭელი სავსეა თამრიკოს მიერ მომზადებული კისელით. როგორ გამოვყოთ 2 ლ კისელი? 2 ლიტრზე მორჩენილი კისელი შეგვიძლია დავუხსნათ თამრიკოს ძაღლს ბათურას, რომელიც თამრიკოს ერთგულია და კისელი უყვარს.

**ამოცანა 6.** ჭრიჭინობელამ ზამთრისათვის გადანახული თაფლის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფა გადაწყვიტა. ჭრიჭინობელა ფიქრობდა, რომ მარაგის ნახევარს ახალ წლამდე შექამდა, ნახევარს კი-ახალი წლის შემდეგ. თაფლის მთელი მარაგი ჭრიჭინობელას 6 ლ ქილაში აქვს ჩასხმული. მას მხოლოდ ორი ცარიელი ორ ლიტრიანი და ხუთ ლიტრიანი ქილები აქვს. შემდეგს თუ არა ჭრიჭინობელა ამ ქილების გამოყენებით თაფლის მარაგის ორ ტოლ ნაწილად გაყოფას?

**ამოცანა 7.** ბაჭია, თახვი, შველი, ბატკანი და გოჭი შეთანხმდნენ ერთმანეთს გაუგზავნონ თითო სმს-ი და მიიღონ მითითებები, როგორ გადაურჩნენ დათვს, მგელს და ტურას. სულ რამდენი სმს-ს გაუგზავნიან მეგობრები ერთმანეთს?

**ამოცანა 8.** ნაცარქექია, ხუთკუნჭულა და მძლეთამძლე ნაყინს მიირთმევენ. -ყველაზე მეტი მძლეთამძ-

ლემ შეჭამა-თქვა ნაცარქექიამ. -მე შევჭამე ყველაზე ნაკლები-თქვა მძლეთამძლემ. -ჩვენ, მძლეთამძლესთან ერთად შევჭამეთ თანაბრად-შემრიგებლურად თქვა ხუთკუნჭულამ. ვინ შეჭამა ყველაზე ცოტა ნაყინი, თუ ცნობილია, რომ ყველამ მოიტყუა?

**ამოხსნა.** რადგან ხუთკუნჭულამ მოიტყუა, რომ მან მძლეთამძლესთან ერთად ნაყინი შეჭამეს თანაბარი რაოდენობით, ამიტომ მათ შორის რომელიმემ შეჭამა უფრო მეტი სხვაზე. მძლეთამძლემაც მოიტყუა, რომ მან ხუთკუნჭულაზე ნაკლები ნაყინი შეჭამა, რაც ნიშნავს, რომ მან შეჭამა ხუთკუნჭულაზე მეტი, ხოლო მცდარია, რომ მძლეთამძლემ შეჭამა ყველაზე მეტი, რადგან ნაცარქექიამ შეჭამა არანაკლებ იმდენი, რამდენიც მძლეთამძლემ. ყველა შემთხვევაში ხუთკუნჭულამ შეჭამა ნაცარქექიაზე და მძლეთამძლეზე ნაკლები ნაყინი.

**ამოცანა 9.** კარლსონი და ბიჭი სახურავზე ისხდნენ და მტრედებს აკვირდებოდნენ. სახურავზე რამდენიმე მტრედი იჯდა. როცა სახურავზე კიდევ 15 მტრედი დაჯდა, ხოლო 18 მტრედი გაფრინდა, ამის შემდეგ სახურავზე დარჩა 16 მტრედი. რამდენი მტრედი დათვალეს კარლსონმა და ბიჭმა თავდაპირველად?

**ამოცანა 10.** თავისი სახლიდან წუნა გაემგზავრა ფიცხელას სამჭედლოსკენ 3კმ/სთ სიჩქარით. იმავე დროს მის შესახვედრად თავისი სამჭედლოდან გამოვიდა ფიცხელა 5 კმ/სთ სიჩქარით, რომელიც შეხვდა წუნას, გააგრძელა გზა და წუნას სახლში მივიდა შეხვედრიდან 3 სთ-ის შემდეგ. იპოვეთ მანძილი წუნას

სახლიდან ფიცხელას სამჭედლომდე. რა დროში მივა წუნა ფიცხელას სასჭედლოში?

**ამოხსნა.** თუ გავიგებთ შეხვედრამდე რა დრო დახარჯა თითოეულმა მათგანმა, მაშინ მარტივად გავიგებთ მანძილს წუნას სახლიდან ფიცხელას სამჭედლომდე. ეს მანძილი დავყოთ ორ შუალედად: წუნასა და ფიცხელას შეხვედრამდე და შეხვედრის შემდეგ. რადგან შეხვედრის შემდეგ ფიცხელა წუნას სახლში მისვლას მოუწდა 3 სთ, ამიტომ მანძილი, რომელიც გაიარა წუნამ შეხვედრამდე ტოლია  $5 \cdot 3 = 15$  კმ. რა დრო დაიხარჯა შეხვედრამდე? ცხადია,  $15 : 3 = 5$  სთ. რა მანძილს გაივლიდა ამ დროში ფიცხელა? ცხადია, რომ ფიცხელა გაივლიდა  $5 \cdot 5 = 25$  კმ-ს. რა მანძილია წუნას სახლიდან ფიცხელას სამჭედლომდე?

$$25 + 15 = 40 \text{ კმ.}$$

რა დრო დახარჯა ამ მანძილის გავლაზე წუნამ:

$$40 : 3 \text{ სთ} = 13 \text{ საათი და } 20 \text{ წუთი.}$$

**ამოცანა 11.** დიდმა დათვმა თავის ბელს დაავალა: დათვალე შენს რვეულში მელნის ლაქები, მიუმატე მას 7, შედეგი გაყავი 8-ზე, გაამრავლე 6-ზე და გამოაკელი 9. თუ ყველაფერს სწორად გააკეთებ, მიიღებ მარტივ რიცხვს. პატარა ბელმა ყველაფერი აურიო, მან მელნის ლაქები სწორად დათვალა, მაგრამ შემდეგ მათი რაოდენობა გაამრავლა 7-ზე, შედეგს გამოაკლო 8, მიღებული რიცხვი გაყო 6-ზე და მიუმატა 9. რა რიცხვი მიიღო დათვის ბელმა?

**ამოხსნა.** გავყვეთ დათვის გეგმას და ვიპოვოთ რა შეიძლებოდა ამ გეგმის განხორციელების შემდეგ მიეღო დათვს. ამისათვის ორი მიმდევრობით შესასრუ-

ლებელი ოპერაცია: გაყავი 8-ზე და გაამრავლე 6-ზე, შევცვალოთ ერთი  $6/8=3/4$ -ზე გამრავლების ოპერაციით. თუ  $3/4$ -ზე გამრავლების შედეგად მიიღება წილადი რიცხვი, მაშინ თუ ამ რიცხვს გამოვაკლებთ 9-ს, მაშინ კვლავ მიიღება წილადი რიცხვი, ხოლო პირობის თანახმად უნდა მივიღოთ მარტივი რიცხვი (ე.ი. მიღებული რიცხვი უნდა იყოს მთელი). ამიტომ  $3/4$ -ზე გამრავლების შემდეგ უნდა მივიღოთ მთელი რიცხვი. ამასთან მიღებული რიცხვი გაიყოფა 3-ზე, რადგან  $3/4$ -ზე გამრავლების შემდეგ 3-ზე შეკვეცა არ მოხდება. მაშინ მიღებული რიცხვიდან 9-ის გამოკლების შემდეგ მიღებული რიცხვიც 3-ზე გაიყოფა. ცნობილია, რომ ეს რიცხვი მარტივია. ერთადერთი მარტივი რიცხვი, რომელიც 3-ზე იყოფა, ეს თვითონ რიცხვი 3-ია. რაც ნიშნავს, რომ დათვის გეგმის მიხედვით ბელს ყველაფერი სწორად რომ შეესრულებინა, უნდა მიეღო 3. მივყვეთ დათვის გეგმას შებრუნებით, ბოლოდან, რაც საშუალებას მოგვცემს ვიპოვოთ მელნის ლაქების რაოდენობა. გვაქვს:

$$(3 + 9) : 6 \cdot 8 - 7 = 9.$$

ე.ი. დათვის ბელმა დათვალა 9 მელნის ლაქა.

მან გამოთვლების ჩატარების შემდეგ მიიღო:

$$(9 \cdot 7 - 8) : 6 + 9 = 18 \frac{1}{6}.$$

შევვიძლია დავასკვნათ, რომ გამოთვლების ჩატარების შემდეგ დათვის ბელმა მიიღო  $18 \frac{1}{6}$ .

**ამოცანა 11.** კომბლე, ნაცარქექია და ასფურცელა საახალწლო კარნავალზე ნაჩუქარ კანფეტებს მიირთმევენ. კომბლემ და ნაცარქექიამ ერთად 6 კანფეტი შეჭა-

მეს, ნაცარქექიამ და ასფურცელამ-3 კანფეტი, ხოლო კომბლემ და ასფურცელამ-5. რამდენი კანფეტი შეჭამეს მათ ერთად? თითოეულმა ცალ-ცალკე?

**ამოცანა 12.** საახალწლო კარნავალისათვის მასწავლებელმა ბატმა ტასიკომ მოსწავლეებისაგან საჩუქარი მიიღო. ვიტ-ვიტას აზრით, საჩუქარი წითელი ბანტია, ბათურა დარწმუნებულია, რომ საჩუქარი ცისფერი ბანტია, ხოლო ბომბორას მიაჩნია, რომ საჩუქარი თეთრი ტუფლებია. საჩუქრის გახსნისას აღმოჩნდა, რომ თითოეულმა სწორად გამოიცნო ან საჩუქრის დასახელება, ან საჩუქრის ფერი. რა საჩუქარი მიიღო ბატმა ტასიკომ? პასუხი დაასაბუთეთ.

**ამოხსნა.** ამოცანის პირობიდან გამომდინარე საჩუქარი არის ან ბანტი, ან ტუფლები. საჩუქარი არ შეიძლება იყოს ტუფლები, რადგან ამ შემთხვევაში მისი ფერი უნდა იქნეს ან ცისფერი, ან წითელი და ფერი ცალსახად არ განისაზღვრება. ამიტომ, საჩუქარია თეთრი ბანტი.

**ამოცანა 13.** დევმა სადილზე ნაცარქექია, სიზმარა, კომბლე და ცისკარა დაპატიჟა და სულ 30 ხინკალი მოხარშა. სადილის შემდეგ აღმოჩნდა, რომ ნაცარქექიამ და სიზმარამ ერთად იმდენი ხინკალი შეჭამა რაც კომბლემ და ცისკარამ ერთდ, ხოლო სიზმარამ და კომბლემ ერთდ 6-ჯერ მეტი, ვიდრე ნაცარქექიამ და ცისკარამ ერთად. რამდენი ხინკალი შეჭამა თითოეულმა მათგანმა, თუ ცნობილია, რომ ცისკარამ ყველაზე ცოტა ხინკალი შეჭამა. იმ ხინკლების რაოდენობა, რაც შეჭამა თითოეულმა, გამოისახება ნატურალური რიცხვით.

**ამოხსნა.** რადგან დევმა სულ 30 ხინკალი მოხარშა, ამიტომ სადილზე 30 ხინკალზე მეტი არ შეუჭამიათ. ე.ი. სადილზე ყველამ ერთად შეჭამა არაუმეტეს 30 ხინკალი. ამოცანის პირობით, თითოეულმა შეჭამა ერთი ხინკალი მაინც. რაც ნიშნავს, რომ:

ა) რადგან ნაცარქექიამ და სიზმარამ იმდენი ხინკალი შეჭამა რაც კომბლემ და ცისკარამ, ამიტომ იმ ხინკლების რაოდენობა, რომელიც ყველამ ერთად შეჭამა სადილზე უნდა იყოს ლუწი;

ბ) რადგან სიზმარამ და კომბლემ შეჭამა 6-ჯერ მეტი ხინკალი, ვიდრე ნაცარქექიამ და კომბლემ, ამიტომ იმ ხინკლების რაოდენობა, რომელიც ყველამ ერთად სადილზე შეჭამა 7-ის ჯერადია.

რადგან სულ დევმა 30 ხინკალი მოხარშა, ამიტომ უნდა ვეძებოთ 7-ის ჯერადი ისეთი ლუწი რიცხვები, რომლებიც არ აღემატებიან 30-ს. ასეთი მხოლოდ ორი რიცხვია, 14 და 28.

თუ სადილზე სულ შეჭამეს 14 ხინკალი, მაშინ ნაცარქექიას და ცისკარას ერთად შეუჭამიათ 2 ხინკალი. ეს შეუძლებელია, რადგან თითოეულმა შეჭამა ერთი ხინკალი მაინც და ცისკარამ ყველაზე ცოტა ხინკალი მიირთვა. ეს ნიშნავს, რომ ნაცარქექიას კომბლეს მეტი ხინკალი უნდა შეეჭამა, რაც ამ შემთხვევაში შეუძლებელია.

თუ სადილზე სულ შეჭამეს 28 ხინკალი, მაშინ ნაცარქექიას და ცისკარას ერთად შეუჭამიათ 4 ხინკალი. რადგან ცისკარამ შეჭამა ერთი ხინკალი მაინც და ამასთანავე ყველაზე ცოტა, მას არ შეეძლო შეეჭამა 1 ხინკალზე მეტი. მართლაც, თუ მან შეჭამა 2 ხინკა-

ლი, მაშინ 2 ხინკალს შეჭამდა ნაცარქექიაც, რაც ამო-  
ცანის პირობას ეწინააღმდეგება. ე.ი. ცისკარამ შეჭამა  
1 ხინკალი, ხოლო ნაცარქექიამ 3 ხინკალი. ნაცარ-  
ქექიამ და სიზმარამ ერთად შეჭამა 14 ხინკალი, ე.ი.  
სიზმარამ შეჭამა 11 ხინკალი. კომბლემ და ცისკარამ  
ერთად შეჭამა 14 ხინკალი, ცხადია კომბლემ შეჭამა  
13 ხინკალი.

**ამოცანა 14.** მეფე თავისი ამალით მიემგზავრება  
თბილისიდან თელავში 5 კმ/სთ სიჩქარით. ყოველ  
სთ-ში ის აგზავნის შიკრიკებს თელავში, რომლებიც  
მოძრაობენ 20 კმ/სთ სიჩქარით. დროის რა ინტერვა-  
ლებით მივლენ შიკრიკები თელავში?

**ამოცანა 15.** ქრისტეფორემ ერთაოზს დაავალა და-  
ხაზოს სამი წრფე და თითოეულ წრფეზე მონიშნოს 3-  
3 წერტილი. ერთაოზს სულ მონიშნული გამოუვიდა 6  
წერტილი. როგორ მოხდა ეს?

**ამოცანა 15.** ყურშა გაყოფიდა და ლურჯ მელიას-  
თან ერთად ყალბი მონეტების მოჭრა დაიწყო. ყურ-  
შას მოჭრილი მონეტები ნამდვილზე მსუბუქია, ხო-  
ლო ლურჯი მელიას მიერ მოჭრილი მონეტები ნამ-  
დვილზე მძიმე. ბატ ტასიკოს აქვს 15 გარეგნულად  
ერთნაირი მონეტა, მაგრამ მათ შორის ერთი ყალბია.  
გაიგებს თუ არა ბატი ტასიკო თეფშებიანი სასწორით  
გირების გარეშე, ორი აწონით ვის მიერ არის მოჭრი-  
ლი ყალბი მონეტა ლურჯი მელიას თუ გაყოფიე-  
ბული ყურშას მიერ?

**ამოხსნა.** ბატი ტასიკოსაგან არ მოითხოვება ყალბი  
მონეტის განსაზღვრა, მან მხოლოდ უნდა გაიგოს ვინ  
მოჭრა ყალბი მონეტა-ლურჯმა მელიამ თუ ყურშამ.

ან რაც იგივეა, უნდა დაადგინოს ყალბი მონეტა ნამდვილზე მძიმეა თუ მსუბუქი. ამისათვის მას შეუძლია 15 მონეტა დაეყოს სამ გროვად: ან 5 მონეტა, 5 მონეტა და 5 მონეტა; ან 6 მონეტა, 6 მონეტა და 3 მონეტა, ან 7 მონეტა, 4 მონეტა და 4 მონეტა, ან 7 მონეტა, 7 მონეტა და 1 მონეტა. პირველი აწონით თევზებიანი სასწორის ერთ თევზზე დადებს იმ გროვებს, რომლებშიც ტოლი რაოდენობის მონეტებია. აქ შესაძლებელია ორი შემთხვევა:

ა) თევზები გაწონასწორდა;

ბ) თევზების წონასწორობა დაირღვა.

ა) თუ თევზები გაწონასწორდა, მაშინ ორივე თევზზე დადებული მონეტები ნამდვილია და ყალბი მონეტა დარჩენილ მონეტებს შორისაა. მეორე აწონით სასწორის ერთ თევზზე დავდებთ დარჩენილ მონეტებს და მეორე თევზზე იმდენ ნამდვილ მონეტას, რაც პირველ თევზზეა დადებული. თუ ის თევზი, რომელზეც ნამდვილი მონეტები დევს მძიმე აღმოჩნდა მეორე თევზზე, მაშინ ყალბი მონეტა ნამდვილზე მსუბუქია და ის გაყოფილი ყურშას მოჭრილია. თუ ის თევზი, რომელზეც ნამდვილი მონეტებია, მსუბუქი აღმოჩნდა დარჩენილ მონეტებზე, მაშინ ის ლურჯი მელიას მოჭრილია.

ბ) თუ თევზების წონასწორობა დაირღვა, მაშინ დარჩენილი გროვის ყველა მონეტა ნამდვილია. ამის შემდეგ ბატი ტასიკო გადმოიღებს მსუბუქ გროვას სასწორის თევზიდან, ხოლო მძიმე გროვის მონეტებს დაეყოს ორ თანაბარ ნაწილად და დადებს სასწორზე (თუ გროვაში 5 ან 7 მონეტა იყო, მაშინ მას ჯერ ერთ

ნამდვილ მონეტას დაუმატებს და შემდეგ გაყოფს).  
თუ მეორე აწონვისას სასწორი წონასწორობაში იქნა,  
მაშინ ყალბი მონეტა უფრო მსუბუქია ვიდრე ნამ-  
დვილი და ის ყურშას მოჭრილია, ხოლო თუ არა, მა-  
შინ ის უფრო მძიმეა და ლურჯი მელიას მოჭრილია.

**ამოცანა 16.** ხუთკუნჭულას უნდა მიიღოს 2023, რი-  
სთვისაც უნდა გამოიყენოს რიცხვები და არითმეტი-  
კული ოპერაციები. არ არის აუცილებელი ციფრები  
განსხვავებული იყოს. ყოველი ციფრისა და ყოველი  
არითმეტიკული ოპერაციისთვის ხუთკუნჭულა ირ-  
მისას ერთ მონეტას უხდის, ხუთკუნჭულას სულ 4  
მონეტა აქვს. დაეხმარეთ.

**ამოხსნა.** მაგალითად,  $17 \cdot 17 \cdot 7 = 2023$ . ხუთკუნჭუ-  
ლა ორი გამრავლებისათვის გადაიხდის ორ მონეტას.  
სამი რიცხვი 17, 17 და 7 ჩაწერილია კიდევ 2 ციფრის  
საშუალებით 1 და 7. რისთვისაც კიდევ გადაიხდის 2  
მონეტას, ჯამში სულ 4 მონეტას. შეამოწმეთ, ხომ არ  
არის სხვა ვარიანტიც?

**ამოცანა 17.** ველურებმა დაიჭირეს გემის კაპიტანი  
კვიტა და მის გამოსასყიდად ითხოვენ 455 კვინტოს  
გადახდას 50 მონეტით. შესაძლებელია თუ არა კვი-  
ტას გამოსყიდვა აბორიგენების მიერ წაყენებული პი-  
რობით, თუ მათთან მიმოქცევაშია მხოლოდ 5, 17 და  
31 კვინტოიანი მონეტები? (კვინტო-ჩვენ მიერ გამო-  
გონილი ფულის ერთეულია).

**ამოცანა 18.** კომბლეს გამოთლილი კომბლები შენა-  
ხული აქვს სხვენზე, რომელიც საკეტითა აქვს დაკე-  
ტილი. საკეტის კოდს წარმოადგენს ორნიშნა რიცხვი.  
კომბლეს დაავიწყდა კოდი, მაგრამ ახსოვს, რომ ამ

რიცხვის ციფრთა ჯამის და ნამრავლის შეკრებით მიიღება ეს რიცხვი. ჩამოუწერეთ კოდის ყველა შესაძლო ვარიანტი კომბლეს, რათა მან გახსნას საკეტი და თავისი ცხვრები იხსნას მტაცებლებისგან.

**ამოხსნა.** ვთქვათ, კოდის პირველი ციფრია  $x$ , ხოლო მეორე  $y$ . მაშინ რიცხვი ჩაიწერება ასე:  $10x+y$ . ამოცანის პირობიდან ვწერთ განტოლებას:

$$(x + y) + x \cdot y = 10x + y.$$

საიდანაც,

$$x \cdot y = 9x.$$

რადგან კოდი ორნიშნა რიცხვია, ამიტომ  $x$  არ შეიძლება იყოს 0-ის ტოლი, ამიტომ  $y = 9$ . ე.ი.  $x$  შეიძლება იყოს ნებისმიერი ციფრი გარდა 0-სა.

კომბლემ უნდა მოსინჯოს 9-ით დაბოლოებული ყველა ორნიშნა რიცხვი:

19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89 და 99.

**ამოცანა 19.** ნაცარქექიამ იცის, რომ დევის ეზოში ორი ხიდან თუ ერთ-ერთი ხის ქვეშ დაფლავს ოქროს მონეტებს, მეორე დილას მონეტები ორმაგდება, თუ მეორე ხის ქვეშ დაფლავს-სამმაგდება. ნაცარქექიას აქვს 10 ოქროს მონეტა. მან არ იცის რომელი ხე აორმაგებს და რომელი ასამმაგებს ოქროს მონეტებს. ნაცარქექია დილით დევმა რომ არ შეჭამოს, უნდა მიუტანოს ზუსტად 19 ოქროს მონეტა. როგორ მოიქცეს? (ნაცარქექიას შეუძლია მონეტების ნაწილი ჩაფლას როგორც ერთი, ისე მეორე ხის ქვეშ, ასევე ნაწილი დაიტოვოს და არ დამარხოს).

**ამოცანა 20.** ჯადოსნურ ვაშლის ხეს 15 ბანანი და 20 ატამი აბია. ნებადართულია ხეზე ერთდროულად მო-

ვწყვიტოთ ან ერთი ან ორი ცალი ხილი. თუ მოვწყვეტთ რომელიმე სახეობის ერთ ცალ ხილს, გამოიბეზება ისეთივე ხილი, თუ მოვწყვეტთ ორ ცალ ერთი სახეობის რომელიმე ხილს, ხე გამოიბეზება ატამს, ხოლო თუ მოვწყვეტთ ორ ცალ სხვადასხვა სახეობის ხილს-ხე გამოიბეზება ბანანს. რა თანმიმდევრობით უნდა მოვწყვიტოთ ხეზე ხილი, რომ მასზე ერთი სახეობის ხილი დარჩეს? განსაზღვრეთ ხილის სახეობა. შესაძლებელია თუ არა ვაშლის ჯადოსნურ ხეზე ხილი ისე მოვკრიფოთ, რომ მასზე არცერთი სახის ხილი არ დარჩეს?

**ამოხსნა.** ჯადოსნურ ვაშლის ხეზე, რომ ერთი სახეობის ხილი დარჩეს, უნდა მოვკრიფოთ რიგ-რიგობით 1 ცალი ატამი და ერთი ცალი ბანანი. რის შედეგადაც ხეზე დარჩება მხოლოდ ბაბაბები. ვაშლის ჯადოსნურ ხეზე ხილს ისე ვერ მოვკრიფთ, რომ მასზე არცერთი სახის ხილი არ დარჩეს.

**ამოცანა 21.** საწყობში რამდენიმე თავი ყველი იყო. ეს ფიცხელამ გაიგო და თავის მეგობარ თავგებს შეატყობინა. ღამით ფიცხელა და მისი მეგობარი თავგები საწყობში შეიპარნენ და 10 თავი ყველი შეჭამეს. თითოეულმა თავგმა თანაბარი რაოდენობის ყველი შეჭამა. რამდენიმე თავგს მუცელი ატკივდა. რის გამოც მეორე ღამეს საწყობში მხოლოდ 7 თავგი შეიპარა და დარჩენილი ყველი შეჭამა. თითოეულმა თავგმა მეორე ღამეს 2-ჯერ ნაკლები ყველი შეჭამა, ვიდრე პირველ ღამეს. რამდენი თავი ყველი იყო საწყობში თავდაპირველად და რამდენი თავგი შეიპარა პირველ ღამეს ფიცხელასთან ერთად საწყობში?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, საწყობში პირველ დამეს შეიპარა  $x$  თავი და თითოეულმა თავგმა შეჭამა  $y$  რაოდენობის ყველი. მაშინ  $x \cdot y = 10$ . მეორე დამეს საწყობში შეიპარა 7 თავი და შეჭამა დარჩენილი ყველი. თითოეულმა თავგმა შეჭამა იმ ყველის რაოდენობის ნახევარი, რაც შეჭამა პირველ დამეს. ვთქვათ, მეორე დამეს თავგებმა შეჭამეს  $n$  თავი ყველი. შეგვიძლია დაწეროთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} x \cdot y = 10; \\ 7 \cdot \frac{y}{2} = n. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 10; \\ 7 \cdot y = 2n. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot y = 10; \\ 7 \cdot x \cdot y = 2x \cdot n. \end{cases}$$

საიდანაც,

$$x \cdot n = 35.$$

35-ის გამყოფებია 1, 5, 7 და 35. ამიტომ  $n$  იქნება ამ გამყოფებიდან ერთ-ერთი. რადგან მეორე დამეს ყველი საწყობში 7 თავგმა ჭამა, ამიტომ  $n$  არ შეიძლება იყოს 35. ანალოგიური მსჯელობით ვაჩვენებთ, რომ  $n$  არ შეიძლება იყოს არც 5 და არც 7. ე.ი.  $n=1$  და  $x=35$ . ეს ნიშნავს, რომ მეორე დამეს თავგებს შეუჭამიათ 1 თავი ყველი, სულ კი შეუჭამიათ 11 თავი ყველი და პირველ დამეს საწყობში წუნასთან ერთდ შეპარულა 35 თგვი.

**ამოცანა 22.** სიზმარამ, ნაცარქექიამ და კომბლემ ანკესებით ერთად 58 თევზი დაიჭირა. საუზმისთვის თევზის შეწვა გადაწყვიტეს. სიზმარამ თავის წილად 7 თევზი დადო, ნაცარქექიამ-9, ხოლო კომბლემ-12. ამის შემდეგ თითოეულს ერთნაირი რაოდენობის თევზი დარჩათ. რამდენი თევზი დაიჭირა თითოეულმა?

**ამოცანა 23.** ხუთკუნჭულამ დაძინებულ დევს გასაღები ამოაცალა და დევის სამალავიდან ოქროს მონეტები მოიპარა. მონეტების რაოდენობა 30-ს არ აღემატება. ეს მონეტები ხუთკუნჭულას შეუძლია დააწყოს ორ-ორად, სამ-სამად და შვიდ-შვიდად. რამდენი ოქროს მონეტა მოპარა ხუთკუნჭულამ დევს?

**ამოცანა 24.** იხვი ვიტ-ვიტა მიცურავს ლურჯ მდინარეზე, დინების საპირისპირო მიმართულებით. ჯადოსნურ ხიდთან მან დაკარგა შლაპის ბაფთი. ვიტ-ვიტამ ცურვა განაგრძო. 20 წთ-ის შემდეგ, შენიშნა ბაფთის დაკარგვა, მობრუნდა და გაცურა მის საპოვნელად, ბაფთს დაეწია სიზმრების ხიდთან. იპოვეთ ლურჯი მდინარის დინების სიჩქარე, თუ ხიდებს შორის მანძილი 2 კმ-ია?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, ლურჯი მდინარის სიჩქარეა  $x$  მ/წთ, ვიტ-ვიტას სიჩქარე  $y$  მ/წთ. მდინარის დინების საპირისპირო მიმართულებით ვიტ-ვიტას სიჩქარე იქნება  $(x-y)$ მ/წთ, ხოლო მდინარის დინების მიმართულებით  $(x+y)$ მ/წთ. ბაფთის დაკარგვის შემდეგ ვიტ-ვიტა 20 წთ-ში გაცურავდა  $20(x-y)$ მ-ს. ხოლო ბაფთი იცურებდა მდინარის დინების სიჩქარით და გაცურავდა  $20x$  მ-ს. როცა ვიტ-ვიტამ ბაფთის დაკარგვა შენიშნა, მაშინ მათ შორის მანძილი იქნებოდა

$$20(x-y) + 20y = 20x \text{ მ.}$$

ამ მანძილის გაცურვას ვიტ-ვიტა მოუწადება

$$\frac{20x}{x+y-y} = \frac{20x}{x} = 20$$

წუთი. ე.ი. ბაფთი დაკარგვის შემდეგ მდინარის დინების სიჩქარით ცურავდა 40 წთ და გაცურა 2 კმ. რაც იმას ნიშნავს, რომ 60 წთ-ში გაცურავს 3 კმ-ს. მაშასადამე, მდინარის დინების სიჩქარეა 3 კმ/სთ.

**ამოცანა 25.** ალადინის  $4\text{მ} \times 4\text{მ}$  ზომის მფრინავი ხალიჩა ჩრჩილმა დააზიანა-გაუკეთა 15 ხვრელი, ხვრელი წარმოადგენს წერტილს. ასეთი ხალიჩით ალადინი ვეღარ დაფრინავს. მაგრამ ჯინმა ალადინს უთხრა, რომ ხალიჩა საფრენად ვარგისია მაშინაც კი თუ ის იქნება კვადრატული, არ იქნება ჩრჩილისაგან დაზიანებული და ექნება  $1\text{მ} \times 1\text{მ}$  ზომა მაინც. შეუძლია თუ არა ალადინს თავისი მფრინავი ხალიჩიდან გამოჭრას პატარა  $1\text{მ} \times 1\text{მ}$  ზომის მფრინავი კვადრატული ხალიჩა?

**ამოხსნა.** ალადინს შეუძლია მთელი ხალიჩა დაეოს  $1\text{მ} \times 1\text{მ}$  ზომის კვადრატული ფორმის პატარა 16 ხალიჩად. რადგან დიდ ხალიჩას 15 ნახვრეტი აქვს, ამიტომ იქნება ერთი მაინც კვადრატული ზომის  $1\text{მ} \times 1\text{მ}$  ხალიჩა, რომელიც ჩრჩილისაგან არ იქნება დაზიანებული. ეს ნიშნავს, რომ ალადინს აუცილებლად ექნება  $1\text{მ} \times 1\text{მ}$  ზომის კვადრატული ხალიჩა, რომელიც ვარგისი იქნება ფრენისათვის.

### **§3.7. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ფიზიკური გეოგრაფიის და მისი კუთხეების გასაცნობად. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის**

საქართველოს კუთხეების გაცნობა მასწავლებელ-  
მა უნდა დაიწყოს უმცროსკლასელებთან, რათა მათ  
შეექმნათ სრულყოფილი წარმოდგენა სამშობლოზე,  
საქართველოზე ერთიან მთლიანობაში და მის კუთ-  
ხეებზე ცალ-ცალკე. მასწავლებელს ყურადღების გა-  
რეშე არ უნდა დარჩეს და განსაკუთრებული ყურად-  
ღება უნდა მიაქციოს მოსწავლეებმა კარგად და საფუ-  
ძვლიანად შეისწავლონ საქართველოს ოკუპირებული  
ძირძველი რეგიონები-აფხაზეთი და სამაჩაბლო. გა-  
მოკვეთოს კოდოდრის მნიშვნელობა და როლი საქარ-  
თველოს ისტორიაში. გააცნოს საქართველოს ყველა  
კუთხე, რომელიც თავისი სილამაზით და სტუმართ-  
მოყვარე მოსახლეობით განთქმულია არა მარტო საქა-  
რთველოში, არამედ მთელ მსოფლიოში. რეგიონების  
გაცნობა მასწავლებელმა უნდა დაიწყოს იმ რეგიონი-  
დან, რომელშიც მოსწავლეები ცხოვრობენ, რადგან  
ყველაზე უკეთ ისინი თავიანთ რეგიონს იცნობენ და  
გაცილებით ადვილია ნაცნობი რეგიონიდან მის მე-  
ზობელ რეგიონზე საუბარი, რომელშიც ბევრი მსგავ-  
სია და განსხვავებული შედარებით ადვილი ასათვი-  
სებელია. საქართველოს რეგიონების გასაცნობად მი-  
ზანშეწონილია ისეთი მათემატიკური ამოცანების გა-  
ნხილვა, რომლებიც უკავშირდება არითმეტიკული  
მოქმედებების შესრულებას. მოქმედებების შესრუ-

ლების შედეგების დალაგება ზრდის/კლების მიხედვით მოგვცემს საქართველოს კუთხის დასახელებას, რომლის შესახებაც მასწავლებელი შემდეგ მოსწავლეებს მიაწვდის ინფორმაციას ამ კუთხის, მისი მოსახლეობის, გარემო პირობების, გეოგრაფიული მდებარეობის და სხვა მახასიათებლებს. მაგალითად,

**ამოცანა 1.** შეასრულეთ არითმეტიკული მოქმედებები, დაალაგეთ მიღებული შედეგები ზრდადობის მიხედვით და შენ გაიგებ ჩვენი ქვეყნის ერთ-ერთი ულამაზესი რეგიონის დასახელებას

$$960 - 260 + 100 = \dots (\text{ი}),$$

$$190 + 170 = \dots (\text{ზ}),$$

$$340 - 200 - 6 = \dots (\text{ფ}),$$

$$800 - 140 + 100 = \dots (\text{თ}),$$

$$540 + 120 - 90 = \dots (\text{ე}),$$

$$(200 + 260) : 2 + 2 = \dots (\text{ა}),$$

$$(200 + 160) : 9 = \dots (\text{ა}),$$

$$(270 + 360 : 4) : 2 = \dots (\text{ბ}).$$

თუ დავალაგებთ მოქმედებების შესრულების შედეგებს, მივიღებთ: 40-ა, 134-ფ, 170-ზ, 257-ა, 360-ზ, 570-ე, 760-თ, 800- ი. მივიღეთ აფხაზეთი. ამის შემდეგ, როგორც ზემოთ ვთქვით, მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა მიაწოდოს ინფორმაცია აფხაზეთის შესახებ, აჩვენოს ვიდეო კლიპი და მოუთხროს მის ისტორიაზე და ღირსშესანიშნაობებზე.

**ამოცანა 2.** ამოხსენით განტოლებათა სისტემა

$$\begin{cases} x + 2y = 85, \\ 3x - y = 10. \end{cases}$$

მიღებული ამონახსნების ჯამი მოგცემს კახეთის საეპისკოპოსო ცენტრის ტაძრის სიმაღლეს.

**ალავერდის ტაძარი**-აგებულია VI საუკუნეში, სოფელ ალავერდთან, მდებარეობს ალაზნის ველზე. ალავერდი XI საუკუნიდან კახეთის საეპისკოპოსო ცენტრია. 2007 წელს ალავერდი შეიტანეს იუნესკოს მსოფლიო მემკვიდრეობის საცდელ სიაში. ტაძრის სიმაღლეა 50 მეტრი.

კახეთში ბევრი ისტორიული ძეგლია, რომელთა შესახებაც მასწავლებელმა შეიძლება მოსწავლეებს მიაწოდოს ინფორმაცია და მათ შეადგინონ შესაბამისი მათემატიკური ამოცანები. მაგალითად, ქართული კულტურის გამორჩეული ძეგლებია ძველი და ახალი შუამთა. ძველი შუამთა-ქართული მართლმადიდებლური მონასტერი, თელავიდან 7 კმ-ზე. სამონასტრო კომპლექსში შედის: V საუკუნის ბაზილიკა; VII საუკუნის გუმბათოვანი ეკლესია, მცხეთის ჯვრის ტიპის, მაგრამ უფრო პატარა; VII საუკუნის მცირე გუმბათოვანი ეკლესია. სამივე ეკლესია რიყის ქვით არის ნაგები, კუთხეებისათვის გამოყენებულია შირიმი. XVI საუკუნეში ძველი შუამთის მონასტერი დაცარიელდა. მის მახლობლად კახთა მეფის ლევან II-ის (1520-1570) მეუღლემ თინათინ გურიელის ასულმა დააარსა შუამთის ახალი მონასტერი. ახალი შუამთის მთავარი ტაძარი, აგურით ნაგები ეკლესია გეგმით ჯვაროვან-გუმბათოვანია, შიგნით-მოხატული. შუამთის მონასტრის შესახებ შესაძლებელია მოსწავლეებს შევთავაზოთ წაიკითხონ აკაკი წერეთლის „ბაში-აჩუ

კი“ და ნახონ ქართული მხატვრული ფილმი „ბაში-აჩუკი“.

**ამოცანა 3.** იპოვეთ სამნიშნა რიცხვი, რომლის ჩანაწერი შეიცავს სამ მომდევნო ციფრს (არა თანმიმდევრობით), აქვს ერთის და თავისი თავისაგან განსხვავებული სამი მარტივი გამყოფი, რომლებიც 10-ის სხვაობის მქონე არითმეტიკულ პროგრესიას ადგენენ. ამ რიცხვის პოვნით დაადგენთ ძველი ქართული ენის და მწერლობის მნიშვნელოვანი ძეგლის ადიშის ოთხთავის გადაწერის თარიღს, რომელიც თარიღიან ოთხთავთა შორის უძველესია.

**ამოხსნა.** ვთქვათ,  $\overline{mnk}$  სამიებელი სამნიშნა რიცხვია. რადგან სამიებელი სამნიშნა რიცხვი ჩაწერილია სამი მომდევნო ციფრით, ეს ნიშნავს, რომ სამიებელი სამნიშნა რიცხვის ციფრთა ჯამი იყოფა 3-ზე, რაც იმის ტოლფასია, რომ სამიებელი რიცხვიც იყოფა 3-ზე. რადგან სამიებელი რიცხვის მარტივი გამყოფები ადგენენ 10-ის სხვაობის მქონე არითმეტიკულ პროგრესიას, ამიტომ დავუშვათ, რომ სამიებელი სამნიშნა რიცხვის მარტივი გამყოფებია  $a-10$ ,  $a$  და  $a+10$ . საიდანაც გამომდინარეობს, რომ  $a > 10$ . ცხადია, რომ

$$\overline{mnk} = (a-10) \cdot a \cdot (a+10) = a(a^2 - 100).$$

უკვე ვჩვენეთ, რომ სამიებელი სამნიშნა რიცხვის მარტივი გამყოფია 3. ვაჩვენოთ, რომ ის მარტივ გამყოფებს შორის უმცირესია. მართლაც, თუ სამიებელ სამნიშნა რიცხვს 3-ზე ნაკლები მარტივი გამყოფი აქვს, მაშინ ის 2-ის ტოლია და ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას, რომ მარტივი გამყოფები ადგენენ არითმეტიკულ პროგრესიას, რომლის მნიშვნელია 10.

ე.ი. 3 სამიებელი რიცხვის უმცირესი მარტივი გამყოფია. სამიებელი რიცხვის დანარჩენი გამყოფებია 13 და 23, ხოლო სამიებელი რიცხვია:

$$3 \cdot 13 \cdot 23 = 897.$$

ადიშის ოთხთავის ხელნაწერი ეტრატზეა შესრულებული, ზომაა 30სმ×25სმ. დაწერილია მრგვლოვანი ხელით, ორ სვეტად, შემკულია მინიატიურებით. ხელნაწერი ინახება სვანეთის ისტორიულ-ეთნოგრაფიულ მუზეუმში

**ამოცანა 4.** სამნიშნა რიცხვის ასეულების ციფრი 1-ის ტოლია, ხოლო ასეულების და ათეულების ციფრთა ჯამი ერთეულების ციფრის ტოლია. სამნიშნა რიცხვი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ორი ისეთი ნატურალური რიცხვის კვადრატების ჯამის სახით, რომელთაგან ერთი რიცხვი მეორეზე 10-ით მეტია. იპივეთ სამნიშნა რიცხვი და გაიგებთ რამდენი წლისაა თბილისის ბოტანიკური ბაღი. როდის დაარსდა თბილისის ბოტანიკური ბაღი?

**ამოხსნა.** ვთქვათ, სამიებელი სამნიშნა რიცხვია

$$\overline{1nm} = 100 + 10n + m.$$

ამასთან  $n+1=m$ .

ცხადია, რომ სამიებელი სამნიშნა რიცხვის ყველა ციფრი განსხვავებულია. რადგან სამიებელი სამნიშნა რიცხვი შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ორი ისეთი ნატურალური რიცხვის კვადრატების ჯამის სახით, რომელთაგან ერთი რიცხვი მეორეზე 10-ით მეტია. ამიტომ ეს რიცხვები შეიძლება იყოს ან 1 და 11, ან 2 და 12, ან 3 და 13. 4 და 14 და მასზე მეტი რიცხვები არ გამოდგება, რადგან  $4^2 + 14^2 = 222 > 200$ . ამ რიცხვის

და სხვა რიცხვების პირველი ციფრი 1-ზე მეტია, რაც ეწინააღმდეგება ამოცანის პირობას.

ვისარგებლოთ ცდისა და შეცდომის მეთოდით და განვიხილოთ სამივე შემთხვევა ცალ-ცალკე. გვაქვს:

$$1^2 + 11^2 = 122.$$

ამ შემთხვევაში სამნიშნა რიცხვის პირველი ციფრია 1, მაგრამ მეორე და მესამე ციფრები ტოლია. არ გამოდგება.

$$2^2 + 12^2 = 148.$$

ამ შემთხვევაში სამნიშნა რიცხვის პირველი ციფრია 1, სამივე ციფრი განსხვავებულია, მაგრამ არ სრულდება პირობა ასეულების და ათეულების ციფრთა ჯამი ერთეულების ციფრის ტოლია.

$$3^2 + 13^2 = 178.$$

ამ შემთხვევაში ყველა პირობა დაცულია. ე.ი. საძიებელი სამნიშნა რიცხვია 178. რაც ნიშნავს, რომ თბილისის ბოტანიკური ბაღი დაარსებულა 178 წლის წინ, ანუ 1845 წელს.

მეჩვიდმეტე-მეთვრამეტე საუკუნეებში დღევანდელი ბოტანიკური ბაღის ტერიტორიაზე საქართველოს სამეფო კარის სამი მცირე ბაღი იყო გაშენებული, რომლებსაც მზრუნველობდა ქართლ-კახეთის მეფის, გიორგი XII-ის მეუღლე, დედოფალი მარიამი. რუსეთის მიერ საქართველოს მიერთების შემდეგ ბაღი სახელმწიფო საკუთრება გახდა, 1845 წელს გრაფ ვორონცოვის ბრძანებით ბოტანიკური ბაღი ეწოდა. ამჟამად ბაღის ფართობი 100 ჰექტამდეა. მასში საქართველოს და მსოფლიოს რეგიონების ფლორის მდიდარი კოლექციებია, რომელიც 3500-მდე სახეობას მოიცავს.

**ამოცანა 5.** შეასრულეთ მოქმედებები:

$$\left( \frac{3\frac{1}{3} + 2,5}{2,5 - 1\frac{1}{3}} \cdot \frac{4,6 - 2\frac{1}{3}}{4,6 + 2\frac{1}{3}} \cdot 5,2 \right) : \left( \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{11}}{0,05} - \frac{7}{22} \right).$$

მიიღებთ რიცხვს, რომელიც გამოსახავს წლების იმ რაოდენობას, რომელიც გავიდა რაც პალიასტომის ტბიდან არხი გაიყვანეს და შავ ზღვას შეურთეს. რომელ წელს გაჭრეს ეს არხი?

პალიასტომის ტბა სამეგრელოში, ქალაქ ფოთთან მდებარეობს. მას არაერთი ლეგენდა და გადმოცემა უკავშირდება. მითის მიხედვით, უხსოვარ დროში ტბის ადგილას ქალაქი ყოფილა გაშენებული, ხოლო ქალაქის ეკლესიაში ანდრია პირველწოდებულის მიერ ჩამოტანილი ღვთისმშობელ მარიამის ხატი ესვენა. ქალაქის მცხოვრებლები გაამჰარტავნდნენ და სიწმინდეს ბღალავდნენ. ამის გამო ღმერთმა მათი დასჯა გადაწყვიტა. ქალაქში ერთადერთი ღვთისმოსავი დიაკვანი იყო, სახელად კიკო და ღმერთმაც მას დაავალა, რომ ღვთისმშობლის ხატი შემოქმედში წაეღო, რადგან ის ქალაქის დატბორვას აპირებდა. როცა კიკო ხატიოთურთ იმ მიდამოებს გასცდა, ღმერთმა ქალაქს წარღვნა მოუვლინა და დატბორა. ხოლო ქალაქის ადგილას პალიასტომის ტბა წარმოიშვა. თავად კიკო კი ჯერ შემოქმედში, შემდეგ კი ბახვში გაემართა და ხატიც იქაურ ეკლესიაში დააბრძანა.

არქეოლოგ გ.გამყრელიძის აზრით, სიტყვა პალიასტომი შედგება ორი ბერძნული სიტყვისაგან „პალიას“ (ძველი) და „სტომა“ (ციხე-სიმაგრე). ე.ი. ძველი ცი-

ხე-სიმაგრე. ტბის ფსკერზე არქეოლოგებმა ქართული ტიპის სასოფლო დასახლება აღმოაჩინეს.

პალიასტომში ჩაედინება მდინარე ფიჩორი, ხოლო გამოედინება მდინარე კაპარჭინა. ტბის სტრუქტურა 1924 წელს შეიცვალა, როცა სამხრეთ-დასავლეთ ნაპირიდან არხი გაიყვანეს და ზღვას შეურთეს, მოგვიანებით ზვირთცემამ სრუტე გააფართოვა და ტბაში მტკნარი წყალი მარილიანით შეიცვალა.

შესაძლოა მასწავლებელმა არა მარტო მათემატიკური ამოცანების საშუალებით გააცნოს მოსწავლეებს საქართველოს რეგიონები, არამედ ამისათვის გამოიყენოს ლიტერატურული ნაწარმოები, ლექსები, პოემები, მითები, ლეგენდები და სხვ.

მაგალითად, რაჭის ერთ-ერთი ღირსშესანიშნაობას წარმოადგენს ნიკორწმინდის ტაძარი, რომელიც მდებარეობს რაჭა-ლეჩხუმის და ქვემო სვანეთის მხარის ამბროლაურის მუნიციპალიტეტში, სოფელ ნიკორწმინდაში, რომელსაც სახელი ტაძრიდან გამომდინარე ეწოდა. მასწავლებელი მოსწავლეებს არ ეუბნება ნაწარმოების დასახელებას და ავტორს. უკითხავს ნაწყვეტს:

მაქვს მკერდს მიდებული  
ქნარი, როგორც მინდა.  
ჩემთვის დიდებული  
სხივი გამობრწყინდა.  
მკვიდრად ააშენა,  
ვინაც ააშენა  
და ცით დაამშვენა  
დიდი .....

თუ მოსწავლეები ვერ მიხვდნენ, რომ საუბარია ნიკორწმინდაზე, მაშინ მასწავლებელი გააგრძელებს ლექსის წაკითხვას:

გზნებით დამკარგავი  
გრძნეულ ჩუქურთმებით,  
ქარგით დამქარგავი  
ნაზი შუქურთმებით,  
ნეტა ვინ აზიდა,  
ან როგორ აზიდა,  
რა ხელმა აზიდა  
მაღლა .....!

თუ მოსწავლეებმა ვერ გამოიცნეს რომელ ძეგლზეა საუბარი, მაშინ მასწავლებელი ისევ წაუკითხავს რომელიმე ბაწყვეტს ნაწარმოებიდან:

რა განძი გვექონია,  
რა მხნე, რა მდიდარი,  
ჟღერს ქვის ჰარმონია  
-დარობს რამდი დარი.  
კარგად გამოჰკვეთა,  
ვინაც გამოჰკვეთა,  
სიბრძნით გამოჰკვეთა  
მძლავრი .....

თუ ისევ ვერ გამოიცნეს, მაშინ წაუკითხავს ფინალს და ეტყვის, რომ ყველგან, სადაც მან მრავალწერტილი ჩასვა, ჩაისმება ერთი და იგივე სიტყვა და ეს სიტყვაა-ნიკორწმინდა.

შენ ფრთამოღულუნეს  
ჟამთა სიმაღლეზე,  
ჩვენი საუკუნე

გიცავს, უახლესი.  
მძლავრი ხელოვნება,  
ხალხის ხელოვნება-  
ბრწყინავს საქართველოს  
ქებად .....!

ხოლო ეს არის უკვდავი გალაკტიონის „ქებათა ქება  
ნიკორწმინდას“.

აუცილებლად უნდა გავაკეთოთ ერთი არსებითი  
ხასიათის შენიშვნა: საქართველოს კუთხეების, მხა-  
რეების დანაწევრებულად შესწავლა არ ნიშნავს საქა-  
რთველოს დანაწევრებულად განხილვას. ყოველი ნა-  
წილი, კუთხე, მხარე-ერთიანი საქართველოს შემად-  
გენელი ნაწილია და განხილული უნდა იყოს როგორც  
ერთიანი, მთლიანი საქართველოს ნაწილო.

პარაგრაფი გვინდა დავასრულოთ დუტუ მეგრე-  
ლის სიტყვებით:

ქართლ-კახეთი, იმერეთი,  
გურია და სამეგრელო,  
რაჭა, ლეჩხუმ, ჯავახეთი  
და მესხეთი სასახელო,  
ხევი, თუშ-ფშავ-ხევსურეთი,  
სვანეთი და აფხაზეთი,  
ძველი ტაო, იმერხევი,  
საინგილო და ლაზეთი,  
მთიულეთი საარაკო  
და აჭარის ზღვა და მდელი,  
ყველა ჩემი სამშობლოა-  
საყვარელი საქართველო.

### **§3.8. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ისტორიის, რელიგიის, სამხედრო საქმის, მეფეთა და მხედართმთავართა სულიერების გასაცნობად. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის**

ქართული დამწერლობა ერთ-ერთია მსოფლიოს 14 უძველეს დამწერლობას შორის. ქართულ ანბანის სამ განსხვავებულ სახეობას-ასომთავრულს, მხედრულს და ნუსხურს 2015 წელს მინიჭებული აქვს არამატერიალური ეროვნული კულტურული მემკვიდრეობის ძეგლის სტატუსი, ხოლო ერთი წლის შემდეგ იუნესკომ შეიტანა კაცობრიობის არამატერიალური კულტურული მემკვიდრეობის ნუსხაში.

ქართველი ისტორიკოსი ლეონტი მროველი, რომელიც XI საუკუნეში მოღვაწეობდა ქართული ანბანის შექმნას და მის სახელმწიფო ენად გამოცხადებას მიაწერს ფარნავაზ I-ს (ძვ. წ. III ს).

ქართული დამწერლობის შესახებ წარმოდგენები სრულიად შეცვალა გრაკლინის გორაზე აღმოჩენილმა წარწერამ. დღემდე მიჩნეული იყო, რომ ქართული დამწერლობა 23-24 საუკუნისაა, მაგრამ ამ თარიღმა სულ ცოტა 7 საუკუნით უფრო ადრე გადაიწია, მართლაც, სულ ახლახან, 2015 წელს გრაკლინის გორაზე აღმოაჩინეს საკურთხევლები და ერთი საკურთხევლის პოსტდა-მენტზე ერთ-სტრიქონიანი წარწერა. დადასტურებულია, რომ წარწერა ქართველური დამწერლობის მსგავსია. მისი ასაკის დასადგენად ქართველმა არქეოლოგებმა ნიმუშები გაგზავნეს მაიამის

უნივერსიტეტში (აშშ), სადაც დაასკვნეს, რომ წარწერა ძვ. წ. XI-X საუკუნეებისაა, ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ქართველებს გვაქვს ერთ-ერთი უძველესი დამწერლობა მსოფლიოში. რაც შეეხება თანამედროვე ქართულ ანბანს, მასში 33 ასოა. ძველ ანბანში კი 38 ასონიშანი იყო, რომელთაგან ხუთი ასო-ნიშანი თანამედროვე ენაში აღარ გამოიყენება.

**ამოცანა 1.** იაკობ გოგებაშვილ დაიბადა 1840 წ., გარდაიცვალა 1912 წ. მას ეკუთვნის პირველი ქართული ორიგინალური სახელმძღვანელო „დედა ენა“. გამოთვალეთ რომელ წელს გამოცა იაკობ გოგებაშვილმა „დედა ენა, ანუ ანბანი და პირველი საკითხავი წიგნი ქართული შკოლებისათვის“, თუ წიგნის პირველად დაბეჭდვის შემდეგ იაკობმა იცოცხლა ზუსტად იმდენი წელი, რამდენიც დაბადებიდან „დედა ენის“ დაბეჭდვამდე?

**ამოხსნა.** იაკობ გოგებაშვილი გარდაიცვალა

$$1912 - 1840 = 72$$

წლის. „დედა ენის“ პირველად დაბეჭდვის შემდეგ იაკობმა იცოცხლა ზუსტად იმდენი წელი, რამდენიც დაბადებიდან „დედა ენის“ დაბეჭდვამდე, გამოდის, რომ იაკობ გოგებაშვილს „დედა ენა“ პირველად დაუბეჭდავს, როცა ის იყო  $72 : 2 = 36$  წლის, ანუ

$$1840 + 36 = 1876$$

წელს.

ორიგინალური სახელმძღვანელო „დედა ენა, ანუ ანბანი და პირველი საკითხავი წიგნი ქართული შკოლებისათვის“ შექმნილია იაკობ გოგებაშვილის მიერ დაწყებითი კლასებისათვის. წერა-კითხვა ისწავლება

ბგერითი ანალიზურ-სინთეზური მეთოდით და განმსჭვალულია ხალხურობის სულისკვეთებით. პირველ გამოცემაში დაბეჭდილი იყო ორი წლის სასწავლო მასალა.

მეცხრე მოწვევის საქართველოს პარლამენტმა 2019 წელს იაკობ გოგებაშვილის „დედა ენა“ დააბრუნა ოფიციალურ საგანმანათლებლო პროცესში.

ხშირად გაიგონებთ ქართული ენის შესახებ, სხვა ენებისაგან განსხვავებით ერთადერთი ენაა, რომელზე რასაც ვამბობთ იმას ვწერთო. მართალია ეს? თუ მართალია, როცა სიტყვით ვამბობთ სამოცდაცხრამეტს და ვწერთ 79, რომელშიც ათეულების ციფრია 7, სად ჩანს ზეპირად გამოთქმულ სიტყვაში შვიდი? სხვა მაგალითის მოყვანა თუ შეგიძლიათ, როცა ზეპირ მსჯელობას არ ემთხვევა წერილობითი? კარგი ქნება, თუ მასწავლებელი მოსწავლეებს ამ შემთხვევაში აუხსნის ქართული თვლა-ანგარიშის თავისებურებებს 21-დან 100-მდე.

არითმეტიკის პირველი ბეჭდური სახელმძღვანელო ქართულ ენაზე გამოიცა 1862 წელს. ეს იყო პეტრე ფოგელის არითმეტიკა, რომელიც ქართულ ენაზე შემოქმედებითად გადმოაკეთეს ვახტანგ თულაშვილმა და მიხეილ ყიფიანმა.

**ამოცანა 2.** იპოვეთ კენტი სამნიშნა რიცხვი, რომლის გამყოფებსაც წარმოადგენს პირველი ათეულის სამი ერთმანეთის მომდევნო მარტივი რიცხვი და ჩაწერილია იმავე ციფრებით, რომლებსაც მისი მარტივი გამყოფები წარმოადგენენ. იპოვეთ ეს რიცხვი და მიიღებთ თარიღს, როცა არაბმა მურვან ყრუმ არგვეთის

მთავრები დავით და კონსტანტინე სასტიკად აწამა და მოკლა.

**ამოხსნა.** პირველ ათეულში ოთხი მარტივი რიცხვია: 2, 3, 5, და 7. რადგან სამიებელი რიცხვი კენტიია, ამიტომ მის დაშლაში მარტივი რიცხვი 2 არ შევა. გამოდის, რომ სამიებელი რიცხვის გამყოფებია 3, 5 და 7. რადგან თანამამრავლად შედის რიცხვი 5, ამიტომ სამიებელი რიცხვი ბოლოვდება 5-ით. გვაქვს ორი შესაძლო ვარიანტი: სამიებელი რიცხვია ან 375, ან 735. რადგან 375 არ იყოფა 7-ზე, ამიტომ ის არ გამოდგება. დავგრჩა 735, რომელიც აკმაყოფილებს ამოცანის ყველა პირობას. ე.ი. სამიებელი სამნიშნა რიცხვია 735.

735 წელს საქართველოს შემოესია არაბთა ლაშქარი მურვან იბნ-მუჰამედის მეთაურობით. მას გულქვაობის და სისასტიკის გამო ქართველებმა ყრუ შეარქვეს. არაბებმა ქართველთა წინააღმდეგობა დაძლიეს და 735-738 წლებში ბატონობდნენ საქართველოში. როცა არაბები არგვეთის სამთავროს მოადგნენ, მძაფრი წინააღმდეგობა გაუწიეს არგვეთის მთავრებმა დავით და კონსტანტინე მხეიძეებმა. მურვან ყრუმ არგვეთის მთავრები დავით და კონსტანტინე ცოცხლად შეიპყრო და მათ ქრისტეს რწმენის უარყოფა მოსთხოვა, რაზეც მტკიცე უარი მიიღო. მძეები სასტიკად აწამეს და ხელ-ფეხ შეკრულები, ნაცემნი ცოცხლად ჩაყარეს მდინარე რიონში. ქუთათურებმა ამოასვენეს წყლიდან გმირები და მდინარე წყალწითელასთან აკლდამაში დაასვენეს. ამიერიდან ამ ადგილს ეწოდა მოწამეთა. მოწამეთის მონასტერში ყოველწლიურად 15 ოქტომბერს, მცხეთობის (კვართის დღესასწაულის)

მეორე დღეს იმართება სახალხო დღესასწაული მოწამეთობა ანუ ორწიფობა. დღე, როცა აწამეს დავითი და კონსტანტინე. ქართულმა ეკლესიამ ძმები დავით და კონსტანტინე მხეიძეები წმინდანებად შერაცხა.

**ამოცანა 3.** იპოვეთ, რომელ წელს მოხდა დიდგორის ომი, თუ ომის თარიღი გამოისახება ოთხნიშნა რიცხვით, რომლის სამი ციფრი ერთნაირია. ამ რიცხვის ყველა საკუთრივ და არასაკუთრივ გამყოფთა ჯამი 1200-ის ტოლია.

**ამოხსნა.** ამოცანა ამოვხსნათ ყველა შესაძლო ვარიანტების განხილვით და გამოვიყენოთ გამორიცხვის წესი. რადგან საძიებელი ოთხნიშნა რიცხვის ყველა გამყოფთა ჯამი 1200-ის ტოლია, ეს ნიშნავს, რომ საძიებელი რიცხვი 1200-ზე ნაკლებია. ე.ი. საძიებელი ოთხნიშნა რიცხვის პირველი ციფრი აუცილებლად 1-ია. დავუშვათ, რომ საძიებელი ოთხნიშნა რიცხვი მარტივია. მაშინ ამ რიცხვს ექნება მხოლოდ ორი გამყოფი: 1 და თავისი თავი. გამოდის, რომ საძიებელი რიცხვი ყოფილა 1199. ეს რიცხვი არც მარტივია და მის ჩანაწერში სამი ერთნაირი ციფრი არ შედის. ე.ი. საძიებელი ოთხნიშნა რიცხვი შედგენილია. ვეადოთ დავადგინოთ რა ციფრებისგან შედგება საძიებელი რიცხვი. საძიებელ ოთხნიშნა რიცხვში სამი ციფრი ერთნაირია, ე.ი. ოთხნიშნა რიცხვის ჩანაწერში შედის მხოლოდ ორი ერთმანეთისაგან განსხვავებული ციფრი. ოთხნიშნა რიცხვის ერთი ციფრია 1. რომელი ციფრი შეიძლება იყოს მეორე? მარტივად ვაჩვენებთ, რომ ციფრები 3, 4, 5, 6, 7, 8 და 9 საძიებელი რიცხვის ჩანაწერში სამჯერ არ იქნება. მართლაც, თუ დავუშ-

ვებთ, რომ ამ ციფრებიდან რომელიმე შედის სამიეზელი რიცხვის ჩანაწერში, მაშინ უმცირესი ამ რიცხვებს შორის იქნება 1333. რაც შეუძლებელია, რადგან სამიეზელი რიცხვი, როგორც ვაჩვენეთ 1200-ზე ნაკლებია. დაგვრჩა, რომ სამიეზელი რიცხვის ჩანაწერი შეიძლება შედგებოდეს ერთი ერთიანის და სამი ნულისგან, ერთი ერთიანის და სამი ორიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი ნულისგან და სამი ერთიანის და ერთი ორიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი სამიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი ოთხიანისგან, სამი ერთიანისგან და ერთი ხუთიანისგან, სამი ერთიანისგან და ერთი ექვსიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი შვიდიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი რვიანისგან და სამი ერთიანისგან და ერთი ცხრიანისგან. ცხადია, რომ ერთი ერთიანისგან და სამი ორიანისგანაც არ შეიძლება შედგებოდეს სამიეზელი რიცხვი, რადგან ამ შემთხვევაშიც სამიეზელი რიცხვი მეტი იქნებოდა 1200-ზე. ხოლო ერთი ერთიანის და სამი ნულისგან ჩაიწერება 1000, რომელიც მართალია 1200-ზე ნაკლებია, მაგრამ მისი გამყოფების ჯამი 1200-ზე მეტია. თუ სამიეზელი რიცხვი ჩაიწერება სამი ერთიანისგან და ერთი ნულისგან, ან სამი ერთიანისგან და ერთი ორიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი სამიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი ოთხიანისგან, სამი ერთიანისგან და ერთი ხუთიანისგან, სამი ერთიანისგან და ერთი ექვსიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი შვიდიანისგან, სამი ერთიანის და ერთი რვიანისგან და სამი ერთიანისგან და ერთი ცხრიანისგან. მაშინ ყველა ასეთი რიცხვია: 1011, 1101, 1110, 1211, 1121, 1112.

1011, 1101, 1110, 1131, 1113, 1114, 1141, 1115, 1151, 1116, 1161, 1117, 1171, 1118, 1181, 1119 და 1191. ამ რიცხვებიდან რიცხვები: 1011, 1101, 1110, 1011, 1101, 1110, 1131, 1113, 1116, 1161, 1119 და 1191. ამოცანის პირობებს არ აკმაყოფილებენ, რადგან ისინი იყოფიან 3-ზე და ამ რიცხვების და 3-ზე გაყოფით მიღებული რიცხვების ჯამი 1200-ზე მეტია. 1211 მეტია 1200-ზე და არ გამოდგება. 1112 ლუწი რიცხვია, მისი 2-ზე გაყოფის შედეგად მიიღება 556, რომელსაც თუ მივუმატებთ 112-ს ჯამში მივიღებთ 1200-ზე მეტ რიცხვს. ამიტომ 1112 არ გამოდგება.

დაგვრჩა განსახილველი რიცხვები:

1114, 1141, 1115, 1151, 1117, 1171, 1118, 1181 და 1121.

ანალოგიურად ვაჩვენებთ, რომ რიცხვები: 1114, 1141, 1115, 1151, 1117, 1171, 1118, 1181 არ აკმაყოფილებენ ამოცანის პირობებს. გასახილავი დაგვრჩა რიცხვი-1121.

რადგან  $1121=19 \cdot 59$ , ამიტომ 1121-ის ყველა გამყოფთა ჯამია:

$$1+19+59+1121=1200$$

ე.ი. სამიებელი ოთხნიშნა რიცხვია 1121. დიდგორის ომი საქართველომ გადაიხადა 1121 წელს.

დიდგორის ბრძოლა „ძლევაჲ საკვირველი“ 1121 წლის 12 აგვისტოს ქართველთა მეფის დავით IV აღმაშენებლის მეთაურობით თურქ-სელჩუკთა კოალიციური ლაშქრის წინააღმდეგ დიდგორის ველზე გამართა.

ბრძოლის წინ მეფემ ჯარს მიმართა: ეჰა, მეომარნო ქრისტესანო! თუ ქვეყნისა და რჯულის გადასარჩე-

ნად კვლავაც ვაჟკაცურად ვიბრძოლებთ, არათუ თურქებს, თვით ეშმაკსაც ადვილად დავამარცხებთ, რომლის მსახურნიც ისინი არიან. მაშ, ვილოცოთ სამშობლოსა და ქრისტესათვის და ფიცი დავდოთ, რომ აქ, ბრძოლის ველზე დავიხოცებით და უკან კი არ დავიხევთ. გზა უკან ამოქოლილია, გაქცევაც რომ ინდომოს ვინმემ, ვერ შესძლებს. მაშ, განემზადეთ, ძმანო და შვილნო, ქრისტესთვის და საქართველოსთვის!

სელჩუკებს ართუკიდი ნაჯმ ად-დინ ილღაზი სარდლობდა, რომელსაც დიდი სახელი ჰქონდა მოპოვებული ჯვაროსნებთან ბრძოლებში. მაჰმადიანთა ლაშქრის რაოდენობა სხვადასხვა ცნობების მიხედვით მერყეობს 250-დან 600 ათასამდე. დავით აღმაშენებელს 56 ათასი მეომარი ყავდა. ამათგან 40 ათასი ქართველი, 15 ათასი ყივჩაყი, 500 ოსი და 100 ფრანგი (ევროპელი). ბრძოლის დაწყების წინ ქართველთა მხრიდან 200 მხედარი მტრის ბანაკისაკენ გაემართა; მაჰმადიანებს ისინი მოღალატენი ეგონათ და თავის ბანაკში შეუშვეს, სადაც მათ მოულოდნელი იერიში მიიტანეს მტერზე. კოალიციური ლაშქრის საბრძოლო წყობა დაირღვა. ქართველთა ლაშქარმა მტერს ორი მხრიდან შეუტია-დასავლეთიდან დავითი, დიდგორის მთიდან დემეტრე გადავიდა შეტევაზე. სისხლისმღვრელი შეტაკება მხოლოდ სამ საათს გაგრძელდა. ილღაზის ლაშქარი სასტიკად დამარცხდა და უკუიქცა. დევნა 8 დღეს გაგრძელდა. საქართველოში ლაშქრობამ მაჰმადიანთა მხედრობის 90% შეიწირა. დაჰრილმა ილღაზიმ, რამდენიმე სარდალსა და ოციოდე მხედართან ერთად, გაქცევა მოახერხა.

დიდგორის ბრძოლას უდიდესი პოლიტიკური და სამხედრო მნიშვნელობა ჰქონდა: ერთის მხრივ, მაჰმადიანთა მძლავრი კოალიცია დაირღვა, მისი ლაშქარი განადგურდა. მეორეს მხრივ, საქართველო წარგა, როგორც რეგიონის უძლიერესი სახელმწიფო. ამ გამარჯვებით ქვეყანა საბოლოო გათავისუფლდა 1122 წელს თბილისის შემოერთებამ დასაბამი მისცა ოქროს ხანას საქართველოს ისტორიაში. 12 აგვისტო საქართველოში „დიდგორობა“, როგორც სახალხო დღესასწაული ისე აღინიშნება.

საქართველო ბევრი რამით არის ისტორიულად გამორჩეული და ცნობილი. მცხეთაში, იქ სადაც აშენებულია სვეტიცხოვლის ტაძარი, ქრისტეს კვართია დაფლული. ღვთისმშობელმა მარიამმა თავის ძეს იესოს მოუქსოვა კვართი, რომელიც იყო უკერველ. ქრისტეს სამსჯავროზე ახალი წელთაღრიცხვის 33 წელს ქართლიდან მიწვეული იყო ორი ებრაელი ელიოზ მცხეთელი და ლონგინოზ კარსნელი, რომლებსაც იერუსალიმში ჩასვლა დააგვიანდათ და ქრისტეს გასამართლებაში მონაწილეობა არ მიუღიათ. ისინი დაესწრნენ ქრისტეს ჯვარცმას და უფლის კვართი საქართველოში წამოაბრძანეს. მცხეთაში დაბრუნებულ ელიოზს მისი და სიდონია შეეგება, რომელმაც გულში ჩაიკრა ქრისტეს კვართი, გოდებით მოისმინა ქრისტეს ჯვარცმის ამბავი და სული განუტევა. გარდაცვლილს კვართი ვერ გამოართვეს და კვართთან ერთად დაკრძალეს. მალე ქალწულის საფლავზე კვიპაროზის ხე ამოვიდა, რომელსაც მირონი სდიოდა და სურნელს აფრვევდა.

ქრისტიანობის გავრცელება საქართველოში. მოციქულთა სწორს, წმინდა ნინოს სახელს უკავშირდება. რა იცით მოციქულთა სწორის, წმინდა ნინოს შესახებ? საიდან იყო წმინდა ნინო? რომელ წელს შემობრძანდა წმინდა ნინო საქართველოში? ვინ იყო იმ დროს ქართლის მეფე, როცა წმინდა ნინო შემობრძანდა ჯვრის ვაზით ხელში საქართველოში? რა სასწაული შეემთხვა მირიან მეფეს ნადირობისას და რამ გადაარჩინა? რა სიკეთე უყო ქართლის დედოფალ ანას წმინდა ნინომ და როგორ მიიღო ქრისტიანობა ანა დედოფალმა? რა შეემთხვა მირიან მეფეს ნადირობისას? ქრისტეს შობიდან რომელ წელს მოხდა ეს ამბავი? ვის მიმართა მირიან მეფემ და სანაცვლოდ რა პირობა დადო? სრულად აღასრულა მირიან მეფემ პირობა? აღიარა ქრისტეს სახელი, მიიღო ქრისტიანობა, აღმართა ჯვარი და აუშენა ეკლესია? რომელ წელს გამოცხადდა საქართველოში ქრისტიანობა სახელმწიფო რელიგიად? რამდენჯერ აღინიშნება ნინოობა წლის მანძილზე საქართველოში? როდის?

როცა მირიან მეფე ქრისტიანად მოინათლა და ქრისტიანობა სახელმწიფო რელიგიად გამოაცხადა, გადაწყდა, რომ უფლის კვართის ადგილას აეგოთ ეკლესია, კვიპაროზის ხე საგანგებოდ მოჭრეს მშენებლობისათვის, მაგრამ მისი სვეტად აღმართვა ვერ შეძლეს. წმინდა ნინომ მოწაფეებთან ერთად მთელი ღამე ილოცა, გამთენიისას ნათლით მოსილი ანგელოზი ჩამოვიდა ზეციდან, ხელი მოკიდა და აღმართა სვეტი. ღვთიური ძალით გაბრწყინებული სვეტი ჰაერში თორმეტი წყრთის სიმაღლეზე გაჩერდა. სვეტის თაყ-

ვანის საცემად მთელი მცხეთა დაიდრა. ძელთან მიახლოებისას ავადმყოფები იკურნებოდნენ, ბრმებს თვალები ეხილებოდათ, დავრდომილები ფეხზე დგებოდნენ და დადიოდნენ.

**ამოცანა 4.** ოთხნიშნა რიცხვი დაშალეს მარტივ რიცხვთა თანამრავლებად და აღმოჩნდა, რომ დაშლაში შედის მხოლოდ პირველი ათეულის ორი მარტივი რიცხვი, ამასთან, დაშლის ერთი მარტივი რიცხვი მეორე რიცხვის ხარისხის მაჩვენებელიცაა. საძიებელ ოთხნიშნა რიცხვს სულ 8 გამყოფი აქვს. იპოვეთ ეს ოთხნიშნა რიცხვი და მიიღებ თარიღს, როცა დასრულდა სვეტიცხოვლის ტაძრის მშენებლობა.

**ამოხსნა.** დავიწყეთ იმით, რომ საძიებელი ოთხნიშნა რიცხვის მარტივ მამრავლებად დაშლაში შედის ორი 10-ზე ნაკლები მარტივი რიცხვი, ამასთან ერთი მარტივი რიცხვი მეორის ხარისხის მაჩვენებელია. ვთქვათ, საძიებელი რიცხვია  $k$ , რომლის მარტივ თანამრავლებად დაშლაში შედის ათზე ნაკლები  $m$  და  $n$ . მარტივი რიცხვები. მაშინ ამოცანის პირობის თანახმად შეგვიძლია დავწეროთ:

$$k = m^1 \cdot n^m.$$

$k$  რიცხვის გამყოფების რაოდენობა ტოლია:

$$(1+1)(m+1)=8.$$

საიდანაც,

$$m=3.$$

ე.ი. საძიებელი რიცხვის მარტივ თანამრავლებად დაშლაში ერთი მარტივი რიცხვი 3-ის ტოლია, ხოლო მეორე მარტივი რიცხვის ხარისხის მაჩვენებელია 3. ამოცანის ამოხსნა დავასრულოთ ყველა შესაძლო ვა-

რიანტების განხილვით. საძიებელი ოთხნიშნა რიცხვის მარტივ რიცხვთა თანამარავლებად დაშლაში მეორე მარტივი რიცხვი არ არის არც 2 და არც 5. მართლაც,  $3 \cdot 2^3 = 24$  და  $3 \cdot 5^3 = 375$  არცერთი ოთხნიშნა რიცხვი არ არის, პირველი ორნიშნა რიცხვია, მეორე სამნიშნა რიცხვი. პირველ ათეულში ოთხი მარტივი რიცხვია. დარჩა ერთი შემთხვევა, როცა საძიებელი რიცხვის მარტივ მამრავლებად დაშლაში მეორე მარტივი რიცხვია 7. მაშინ საძიებელი რიცხვი იქნება:

$$3 \cdot 7^3 = 1029.$$

ე.ი. მცხეთის სვეტიცხოვლის მშენებლობა დასრულებულა 1029 წელს.

მცხეთაში პირველი ეკლესია მირიან მეფემ ააგო მეოთხე საუკუნის 20-იან წლებში მირონმდინარე სვეტის გარშემო და სვეტიცხოველი უწოდა. მეხუთე საუკუნეში ვახტანგ გორგასალმა ამ ეკლესიის ნანგრევებზე ააშენა ბაზილიკა, ხოლო დაზიანებული ბაზილიკის ადგილას 1010—1029 წლებში მელქისედეკ კათალიკოსმა ააშენა ახალი ტაძარი, რომელიც დღესაც საქართველოს მართლმადიდებელი სამოციქულო ეკლესიის უმთავრესი ტაძარია.

### **§3.9. მათემატიკური ამოცანები ქართული ეთნო-ლოგიური მემკვიდრეობის და სოფლის მეურნეობის გასაცნობად. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის**

საქართველოსთვის ისტორიული და ტრადიციული დარგს-მეღვინეობას, ვაზს და ვაზის ჯიშებს ცალკე პარაგრაფი დავუთმეთ და აქ აღარ განვიხილავთ. ამ პარაგრაფში ძირითად აქცენტს გადავიტანთ მარცვლელ კულტურებზე, ყველზე, თუშურ ცხვრზე, მეთევზეობაზე, მეციტრუსეობაზე, მეჩაიობაზე და სხვ.

საქართველო ტერიტორიულად პატარა ქვეყანაა. 2008 წლის რუსეთის ოკუპაციამდე საქართველოს ტერიტორია დაახლოებით 70 ათასი კვადრატული კილომეტრი იყო. 2008 წლის შემდეგ 20%-ზე მეტი ანექსირებულია და ცხადია ტერიტორია კიდევ უფრო შემცირდა. მაგრამ, მიუხედავად ამისა, საქართველოში ტრადიციულად მაღალ დონეზეა განვითარებული მრავალი დარგი. თამამად შეიძლება ითქვას, რომ ადამიანის სასიცოცხლოდ საჭირო პროდუქტების მოყვანა და მათთვის სამომხმარებლო სახის მიცემა პირველად საქართველოში მოხდა. ვაზი და ღვინო რომ ქართული ფენომენია, ამაზე მსოფლიოში აღარავინ დავობს. ასევე არაერთი პუბლიკაცია მიემდვნა ქართულ ხორბალს და გამოთქმულია ვარაუდი, რომ ხორბალი პირველად ქართველებმა მოიყვანეს და პური პირველად საქართველოში გამოცხვა, ანალოგიური მოსაზრებები არსებობს ყველის შესახებაც. მართალია, რომ ეს მოსაზრებები საყოველთაო ჭეშმარი-

ტებად ჯერ-ჯერობით აღიარებული არ არის, კიდევ საჭიროა კვლევები, მაგრამ მის ან უარყოფას ან დადასტურებას დროის დიდი შუალედი აღარ დაჭირდება. ერთი რამ ფაქტია, რომ თუ პირველებმა არა. ერთ-ერთმა პირველებმა ხომ მოიწიეს ქართველებმა პური, დაფქვეს და გამოაცხვეს შოთი თუ დედას პური, მოიყვანეს ღომი, იმ უამრავი სახეობის ქართულ ყველს შორის ამოიყვანეს პირველი ყველი, გააკეთეს სულგუნი, დამხალ ხაჭო, გუდის ყველი, გამოაცხვეს ხაჭაპური, ისწავლეს ელარჯის, ჭვიშტარის გაკეთება, ერთმანეთს შეუხამეს ღომი და სულგუნი და სხვ.

საქართველოს, როგორც ტურისტული ქვეყნის იმიჯი ბევრად არის დამოკიდებული მის მიერ მოწეულ სოფლის მეურნეობის პროდუქტებზე, რომლისგანაც ქართულ ტრადიციულ სამზარეულოში მზადდება გემრიელი ქართული კერძები და ეს მარტო ქართველების შეფასება არ არის, ამას ერთხმად აღიარებენ ჩვენ ქვეყანაში ნამყოფი უცხოელი ტურისტები. ამიტომ საჭიროა მოსწავლეებმა კარგად შეისწავლონ ის, რაც მემკვიდრეობით გადმოგვცა ჩვენი წინაპრებისაგან და კიდევ უფრო განვავითაროთ სოფლის მეურნეობა, გავხადოთ ის უხვმოსავლიანი და ფართოდ დავენერგოთ ქვეყანაში ეკოლოგიურად სუფთა პროდუქტების მოყვანის ტრადიცია.

ბოლო წლებში მასიური გახდა არაბულ და არა მარტო არაბულ სამყაროში ქართული ცხვრების ცოცხლად გაყვანა, რამაც დადებითი გავლენა მოახდინა მეცხვარეობის განვითარებაზე, განსაკუთრებით ეს

შეეხო თუშურ ცხვარს, რომელიც ქართული აბორიგენული ჯიშია და სხვა ჯიშს ცხვრებთან შედარებით ბევრი დადებითი თვისებებით გამოიჩევა. განვიხილოთ თუშურ ცხვართან დაკავშირებული რამდენიმე ამოცანა, რომლის პირობა მოსწავლეებს აცნობს რეალურ, მეცნიერულად დადასტურებულ მონაცემებს თუშური ცხვრის შესახებ და ყველაფერი ეს ჩამოყალიბებულია მათემატიკური ამოცანის სახით.

**ამოცანა 1.** თუშური ცხვრის ზრდასრული ვერძების ცოცხალი წონა 60-70 კგ-ია. ნერბების კი 35-45კგ. რამდენი კგ-ით/რამდენჯერ აღემატება თუშური ცხვრის ვერძების წონა ნერბების წონას?

**ამოცანა 2.** თუშური ცხვრის ახალშობილი ბატკნის მასა საშუალოდ 3 კგ-ია, 4 თვის ასაკში ასხლეტილი ბატკნების კი საშუალოდ 16 კგ-ია. რამდენს იმატებს თუშური ცხვრის ბატკანი საშუალოდ ერთ დღეში? რამდენია საშუალო თვიური ნამატი?

**ამოცანა 3.** თუშური ცხვრის ვერძებსა და ნერბებს პარსავენ წელიწადში ორჯერ გაზაფხულზე და შემოდგომაზე. ვერძების წლიური ნაპარსი საშუალოდ 5 კგ-ია, ნერბების-3 კგ-ია. რამდენჯერ აღემატება 30 ვერძის წლიური ნაპარსი 10 ნერბის წლიურ ნაპარსს?

**ამოცანა 4.** თუშური ცხვრის ვერძებს პარსავენ წელიწადში ორჯერ გაზაფხულზე და შემოდგომაზე, ხოლო მოზარდს (ბატკანს) შემოდგომაზე. ვერძების წლიური ნაპარსი საშუალოდ 5 კგ-ია, ხოლო ბატკნის შემოდგომის ნაპარსი საშუალოდ 1,5 კგ-ს აღწევს. რამდენი თუშური ცხვრის ბატკანი უნდა გაპარსოს მეც-

ხვარემ, რომ მათი ნაპარსი მატყლის წონამ გადაა-  
ჭარბოს 9 ვერძის წლიური ნაპარსის წონას?

**ამოცანა 5.** თუშური ცხვრის ნერბებს პარსავენ წე-  
ლიწადში ორჯერ გაზაფხულზე და შემოდგომაზე.  
მოზარდს (ბატკანს) შემოდგომაზე. ნერბების წლიუ-  
რი ნაპარსი საშუალოდ 3 კგ-ია, ხოლო ბატკნის შე-  
მოდგომის ნაპარსი-1,5 კგ-ს აღწევს. ფარის ყველა  
ნერბს თითო ბატკანი ყავს. რამდენჯერ მეტია თუშუ-  
რი ცხვრის ფარის ნერბების წლიური ნაპარსი მათივე  
ბატკნების საშემოდგომო ნასპარსზე?

**ამოცანა 6.** თუშური ცხვრის ნერბების ლაქტაციის  
ხანგრძლივობა საშუალოდ 160 დღეა, სარძეო პროდუ-  
ქტიულობა კი 60 კგ-ია. საშუალოდ რა რაოდენობის  
რძეს იძლევა თუშური ცხვრის ნერბი 1 დღეში? 1 კვი-  
რაში, 1 თვეში?

**ამოცანა 7.** თუშური ცხვრის ნერბების სარძეო პრო-  
დუქტიულობა 60 კგ-ია. რძის უმეტესი ნაწილი ბატკ-  
ნის გამოზრდას ჭირდება, ხოლო სასაქონლო რძის რა-  
ოდენობა 20 კგ-ია. რამდენ კილოგრამ რძეს მოიხმარს  
25 ბატკანი ნერბების ლაქტაციის პერიოდში?

**ამოცანა 8.** თუშურ ცხვარს შუადღეზე წველიან, რა  
დროსაც მისი ცხიმიანობა ძალიან მაღალია. მოწვე-  
ლილი რძისგან მზადდება გუდის ყველი. 1 კგ გუდის  
ყველის დასამზადებლად საჭიროა 4 კგ ცხვრის რძე.  
საშუალოდ თუშური ცხვრის ნერბი ლაქტაციის პერი-  
ოდში გარდა ბატკნის გაზრდისა საშუალოდ იძლევა  
20 კგ სასაქონლე რძეს. რამდენი ცხვრის ნაწველია სა-  
ჭირო 1 ტონა გუდის ყველის დასამზადებლად?

**ამოცანა 9.** თუშური ცხვრის 1,5 წლის ჭედილების დაკვლის შედეგად მიღებული ხორცის წონა საშუალოდ ჭედილის დაკვლისწინა ცოცხალი წონის, 45%-ია. ფერმერმა კონტრაქტით ხორცის დამამზადებელ ფირმას უნდა მიაწოდოს 1 ტონა ჭედილას ხორცი. რამდენი ჭედილაა ამისთვის საჭირო, თუ ერთი ცოცხალი ჭედილა საშუალოდ 40 კგ-ს იწონის.

**ამოცანა 10.** თუშური ცხვრის ზრდასრული ვერძების ცოცხალი წონა საშუალოდ 70 კგ-ია. ნერბების საშუალო წონა კი 45 კგ-ია. ზრდასრული ცხვრების დაკვლის შედეგად მიღებული ხორცის წონა საშუალოდ დაკვლისწინა ცოცხალი წონის 47%-ია. მეცხვარე დაკლული ცხვრის ხორცს ფირმას აბარებს. მეცხვარემ ფირმას ჩააბარა დაკლული 6 ვერძის და 15 ნერბის დაკვლით მიღებულ ხორცი. რამდენი კილოგრამი ხორცის საფასურს გადაუხდიან მეცხვარეს?

**ამოცანა 11.** საუკეთესო ტექნოლოგიური თვისებების გამო თუშური ცხვრის მატყლი გამოიყენება როგორც ხალიჩების, ასევე სხვადასხვა ქსოვილების დასამზადებლად. მატყლი გარეცხვის და დაჩეჩვისას კარგავს თავისი წონის 10%-ს. ხალიჩის დასამზადებლად საშუალოდ 9 კგ თუშური ცხვრის მატყლია საჭირო. ბატკნის შემოდგომის ნაპარსი საშუალოდ 1,5 კგ-ია. რამდენი ბატკნის ნაპარსია საჭირო ხალიჩის მოსაქსოვად?

**ამოცანა 12.** საბავშვო ბაღის აღსაზრდელების ზამთრის შალის წინდების მოსაქსოვად საჭიროა 27 კგ თუშური ცხვრის მატყლისაგან დართული ძაფი. მატყლი გარეცხვის და დაჩეჩვისას კარგავს თავისი წონის

10%-ს. ნერბების საშუალო წლიური ნაპარსი 3 კგ-ია. რამდენი ნერბის წლიური ნაპარსია ჭირდება საბავშვო ბაღის აღსაზრდელების შალის წინდების მოსაქსოვად?

თუშური ცხვრისგან განსხვავებულია ლეგენდარული კოლხური ცხვრის უშუალო შთამომავალი-იმერული ცხვარი. იმერული ცხვარს ორ წელიწადში 5-ჯერ აქვს დოლი და 2-5 ბატკანს ბადებს. თუშური ცხვარი მხოლოდ ერთ ნაშიერს იძლევა წელიწადში. იმერეთში ცხვრის ფარები ფაქტიურად არ არსებობს, ან ფარები იმდენად მცირერიცხვანია, რომ მათი მოწველა და ყველის ამოყვანა აზრს მოკლებულია. იმერული ცხვარი საუკუნეების განმავლობაში ჩამოყალიბდა მეხორცულ ჯიშად. არსებობს გადმოცემები, რომ სტალინს უყვარდა ტელეფის ცხვარი, რომელსაც სპეციალურად თერჯოლიდან უგზავნიდნენ მოსკოვში. ეს ლეგენდა არ ვიცი რამდენად მართალია, მაგრამ დაბეჯითებით შემიძლია გითხრათ, რომ თონეში შემწვარი ტელეფის ბატკანი უგემრიელესია, ხოლო ტელეფის ბატკნის ჩაქაფული-საუკეთესო. მასწავლებელს შეუძლია მოსწავლეებს დაავალოს მოიძიონ იმერული ცხვრის შესახებ ინფორმაცია ინტერნეტიდან და შეადგინონ ზემოთ მოყვანილი ამოცანების მსგავსი ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება იმერულ ცხვარს. სახელი იმერული ალბათ პირობითია, რადგან ამ ჯიშის ცხვარი მთელ დასავლეთ საქართველოშია გავრცელებული, მათ შორის სვანეთშიც, რაჭაშიც, გურია-სამეგრელოში ...

**ამოცანა 13.** გურიაში არსებული მდინარეები და მისი შენაკადები იძლევა იმის საშუალებას, რომ განვითარდეს სატბორე და საკალმახე მეურნეობები. დღეისთვის რეგიონის ტერიტორიაზე 60-ზე მეტი სატბორე 20-მდე საკალმახე მეურნეობაა, სადაც აწარმოებენ სატბორეებიდან 83 ტ თევზს, ხოლო საკალმახეებიდან 310 ტ კალმახს. რამდენჯერ მეტი კალმახი იწარმოება გურიის ერთ საკალმახე მეურნეობაში, ვიდრე ერთ სატბორე მეურნეობაში?

**ამოცანა 14.** გურიაში წამყვანი საკალმახე მეურნეობაა ვაკიჯვრის საკალმახე მეურნეობა შპს „აგია“, რომელსაც გააჩნია 50 აუზი 1 ჰა ფართით. საკალმახე მეურნეობის წყლის რესურსს წარმოადგენს მდინარე ნატანები. „აგია“ წელიწადში აწარმოებს 250 ტ კალმახს და 3 ტ ხიზილალას. დაგეგმილი აქვს 350 ტ კალმახისა და 4 ტ ხიზილალას წარმოება. რამდენით გაიზრდება „აგიას“ წლიური შემოსავალი, თუ 1 კგ კალმახის რეალიზაციის შედეგად შპს-ს მოგება რჩება 8 ლ და 100 გ ხიზილალას რეალიზაციით 22 ლ?

**ამოცანა 15.** გურიაში კივის ფართობს დაახლოებით 120 ჰა უკავია. კივის საშუალო მოსავლიანობაა 25 ტ/ჰა-ზე. 1 კგ კივის ფასის სარელიზაციო ფასი 3 ლარია. რა შემოსავალი შეიძლება მიიღოს გურიის მოსახლეობამ კივის რეალიზაციით 1 წელში?

**ამოცანა 16.** გურიაში ციტრუსი რეგიონის კლიმატური პირობებიდან გამომდინარე, სოფლის მეურნეობაში წამყვან პროდუქტს წარმოადგენს. გურიაში მანდარინის ნარგავებს უჭირავს 2649 ჰა; ლიმონის ნარგავებს 206 ჰა; ფორთოხლის ნარგავებს 123 ჰა. რამ-

დენი ტონა ციტრუსი მოდის გურიაში 1 წლის განმავლობაში, თუ მანდარინის საშუალო საჰეტარო მოსავლიანობაა 25 ტ, ლიმონის 4 ტ და ფორთოხლის 30 ტ?

**ამოცანა 17.** გოგის ეზოში 12 ძირი ლიმონის ხე უდგას. თითოეული ხიდან გოგიმ საშუალოდ 300 ლიმონი მოკრიფა. ერთი ლიმონის საშუალო წონა 120 გ-ია. გოგის შეუძლია 1 კგ ლიმონი 5 ლ ჩააბაროს დამამზადებელ პუნქტს, ან ბაზარზე 1 ცალი ლიმონი გაყიდოს 60 თ-ად. ფინანსურად რომელი უფრო მომგებიანია გოგისათვის? პასუხი დაასაბუთეთ.

**ამოცანა 18.** საქართველოში მანდარინის ნარგავები ძირითადად შავი ზღვის სანაპირო ზოლში მდებარეობს. მანდარინის ნარგავებს საქართველოში 19000 ჰა ფართობი უკავია და ყოველწლიურად საშუალოდ 114 ათას ტონა მოსავალს იძლევა. რამდენი ტონა მანდარინის მოსავალი მოდის საშუალოდ 1 ჰა ფართობზე?

**ამოცანა 19.** შეადარეთ წინა ამოცანის მიღებული მონაცემები მანდარინი უნშიუს მონაცემებს, რომელიც გამოირჩევა შედარებით მაღალი ყინვაგამძლეობით და 10-12 წლის ხეების მოსავალი აღწევს 50 ტონას ჰა-ზე. რამდენჯერ მეტ მოსავალი შეიძლება მოგვცეს საქართველოში უნშიუს მანდარინის ჯიშმა?

საქართველოს მკვიდრი მოსახლეობა ათასწლეულებია ცხოვრობს თავის ისტორიულ სამშობლოში. ქმნის თავისი ყოფა-ცხოვრების შესაბამის თვითმყოფად ძეგლებს. ქართველი ხალხის მატერიალური და სულიერი ყოფის ამსახველი მასალების შესახებ ბევრი რამ არის ცნობილი და მეცნიერულად გამოკვლეული, მაგრამ ბევრი რამ ჯერ კიდევ გამოუკვლეველია.

გამოკვლეულ საკითხებს შორის ისეთების მრავლა-  
დაა, რომელთა შესახებ მოსწავლე-ახალგაზრდობას  
სრულყოფილი წარმოდგენა არ აქვთ. ძალიან ბევრი  
სიბრძნე, საყოფაცხოვრებო, რელიგიური, საოჯახო  
ყოფის თუ სხვა საკითხები საქართველოს ყველა  
კუთხეში ზეპირი სახითაც ვრცელდებოდა ოდითგან-  
ვე და ხშირად საქართველოს სხვადასხვა კუთხეში  
გავრცელებული ერთი და იგივე რიტუალი, ღონისძი-  
ება, ხალხური ხელოვნება-ცეკვა და სიმღერა სხვადა-  
სხვანაირად, ერთმანეთისაგან განსხვავებულად სრუ-  
ლდება. ამ საკითხების სიღრმისეული შესწავლა ეთ-  
ნოლოგიების საქმეა და ისინი შესანიშნავად ართმე-  
ვენ თავს ამ საკითხების კვლევას, მაგრამ ჩვენ გვინდა  
მათგან გამოვყოთ ზოგიერთი ისეთი საკითხი, რომ-  
ლის სწავლება შესაძლებელია დაწყებით კლასებში  
მოსწავლეებს მივაწოდოთ ისეთი ფორმით, რომ მოს-  
წავლეებს აძლევდეს ცოდნას არა მარტო საქართვე-  
ლოს შესახებ, არამედ აღმავებდეს და სრულყოფილს  
ხდიდეს მათ ცოდნას მათემატიკაში. ანუ უფრო მარ-  
ტივად რომ ვთქვათ ჩვენი მიზანია შევქმნათ ეთნო-  
ლოგიური შინაარსის მქონე განმავითარებელი მათე-  
მატიკური ამოცანები. ასეთი ამოცანების ამოხსნა მო-  
სწავლეებს დაეხმარება საფუძვლიანად შეისწავლონ  
არა მარტო საქართველოს კონკრეტული მხარის ყო-  
ფის ამსახველი მასალები, არამედ რაოდენობრივი  
თანაფარდობების დამყარებაც შეძლონ გარკვეული  
ობიექტების შემადგენელ ელემენტებს შორის. ასეთი  
ეთნოლოგიური საკითხების მათემატიკის სწავლება-  
ში ჩასართავად მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწი-

ნოს თუ რამდენად არის გავრცელებული საქართველოს იმ კუთხეში ესა თუ ის დარგი, იქნება ის სოფლის მეურნეობა, მეცხოველეობა, მეციტრუსეობა თუ სხვა. ჩვენი მიზანია მოსწავლეებმა შეისწავლონ საქართველოს ადგილობრივი მოსახლეობის მიერ საუკუნეების განმავლობაში მის მიერ მოპოვებული და პრაქტიკულად დადასტურებული ცოდნის, ოჯახური ცხოვრების, ადრეული წარმართული და შემდგომში მართლმადიდებელი რწმენის, ხალხური ზეპირსიტყვიერების, რეწვის, მრეწველობის სხვადასხვა დარგის (მეტალურგია, მჭედლობა, საბრძოლო იარაღის წარმოება, საყოფაცხოვრებო და სოფლის მეურნეობისათვის საჭირო იარაღები, მოწყობილობები და სხვ.), ასევე სოფლის მეურნეობის, მევენახეობის, მეღვინეობის, მემცენარეობის პურის, ქერის, ღომის და სხვა მარცვლეული კულტურების მოყვანა და სხვ. მეცხოველეობის სხვადასხვა დარგის (მსხვილფეხა და წვრილფეხა საწონლის მოშენება, მეცხვარეობა, მეღორეობა, მეფრინველეობა და სხვ.) შესახებ დაგროვილი ცოდნა და მისი.

გარკვეული ეთნოგრაფიული მასალის გაცნობას მოსწავლეები დაწყებით კლასებში სხვადასხვა საგნის სასწავლო კურსებში ეცნობიან, მაგრამ ამ საკითხების სიღრმისეულად შესწავლაში და განმტკიცებაში თავისი წვლილი შეუძლია შეიტანოს მათემატიკამაც, რომლის საშუალებით შესაძლებელი ხდება ეთნოგრაფიული მასალა დაუკავშირდეს რაოდენობას და თავისი ასახვა პოვოს სასწავლო პროცესში. ჩვენ მიგვაჩნია, რომ ეთნოგრაფიული ცოდნის მათემატიკის სას-

წავლო პროცესში ჩართვა და მოსწავლეებისთვის მისი სწავლება უნდა დაიწყოს სწავლების პირველივე წლიდან და გაგრძელდეს შემდგომ სკოლაში სწავლის მთელი პერიოდის განმავლობაში. ეთნოგრაფიული ცოდნის შემცველი მათემატიკური ამოცანების მოსწავლეებისათვის მიწოდება უნდა მოხდეს მათი ფსიქო-ფიზიოლოგიური და გონებრივი განვითარების შესაბამისად, რომლის დროსაც გათვალისწინებული უნდა იქნეს სასწავლებლის ტერიტორიული მდებარეობა. ტერიტორიულ მდებარეობაზე ყურადღებას იმიტომ ვამახვილებთ, რომ მასწავლებელმა უნდა გაითვალისწინოს, თუ რომელი დარგია ტერიტორიულად დომინანტი, რომლის შესახებაც მოსწავლეებს გარკვეული ცოდნა უკვე აქვთ. პირველ რიგში უნდა მოხდეს ამ ცოდნის გაღრმავება მათემატიკური ამოცანებით და შემდგომ მოახდინოს სხვა სახის ეთნოლოგიური ინფორმაციის გადაცემა მათემატიკური ამოცანებით, რათა მოსწავლეებმა იგრძნოს, რომ მისთვის და მისი მხარისათვის არსებითი და პირველხარისხოვანია ის, რასაც ისინი ისედაც აკეთებენ და შემდეგ სხვა სახის საქმიანობა. მაგალითად, კახეთის რეგიონში პრიორიტეტულია მევენახეობა, მეღვინეობა, მემცენარეობა (პურის, ქერის, შვრიის და ა.შ. მარცვლეულის მოყვანა, მეცხოველეობა და სხვ. ქართლის რეგიონისათვის პრიორიტეტულია მეხილეობა, მეღვინეობა, ერთწლიანი სასოფლო-სამეურნეო ნარგავები, მეცხოველეობა და სხვ. სამხრეთ საქართველოსთვის პრიორიტეტულია მეცხოველეობა, მეცხვარეობა, მეხილეობა და სხვ. დასავლეთ საქართვე-

ლოს რეგიონებისათვის პრიორიტეტულია იგივე დარგები, ოღონდ პრიორიტეტები ზოგჯერ შეცვლილია. მაგალითად, იმერეთისათვის პრიორიტეტებს წარმოადგენს მევენახეობა, მეღვინეობა, მესიმინდეობა, მემწვანილეობა, მეფრინველეობა, მეხილეობა და სხვ. სამეგრელოსათვის-მეციტრუსეობა, მეჩაიობა, მესიმინდეობა, მეთევზეობა, მეცხოველეობა, მეჩაიობა და სხვ. შავი ზღვის პირა რეგიონისათვის-მეციტრუსეობა, მეთევზეობა, ტურიზმი, მემცენარეობა, მეფრინველეობა, მეცხოველეობა და სხვ.

ჩვენ მეთოდურად გამართლებულად არ მოგვაჩნია დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს მათემატიკის გაკვეთილებზე მივცეთ ისეთი ეთნოგრაფიული შინაარსის მქონე ამოცანები, რომლებიც მოითხოვს ეთნოგრაფიის სიღრმისეულ ცოდნას და ძნელი აღსაქმელი იქნება მოსწავლეებისათვის.

მიგვაჩნია, რომ ეთნოგრაფიული მასალის შემცველი მათემატიკური ამოცანების შედგენა მასწავლებელმა უნდა დაიწყოს მხარისათვის პრიორიტეტული დარგებით და შემდეგ თანდათანობით მოახდინოს ჯერ მონათესავე დარგებზე, ხოლო შემდეგ სხვა მხარისათვის პრიორიტეტულ დარგებზე გადასვლა.

### **§3.10. სხვადასხვა სახის ამოცანები, რომლებიც უკავშირდება საქართველოში მედიცინას, სპორტს, კოსმოსს, ჯანსაღ კვებას, ჰიგიენას და სხვ. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის**

მიზანშეწონილად მიგვაჩნია დაწყებითი კლასის მოსწავლეებმა იცოდნენ მითი რა უდევს საფუძვლად სიტყვას „მედიცინა“, რომ ის დაკავშირებულია კოლხი მედეას სახელთან. ჩვენ არგონავტებზე ზემოთაც ვისაუბრეთ და მასწავლებელს არ გაუჭირდება მოსწავლეებს გააცნოს ბერძნული მითი, რომლის მიხედვით მედეა კოლხეთის მეფის აიეტის ქალიშვილი იყო დაახლ. ძვ. წ. XIV-XIII საუკუნეები. მას შეუყვარდა იასონი, რომელიც არგონავტების წინამძღოლი იყო და დაეხმარა კოლხეთიდან ოქროს საწმისის წაღებაში. მედეა იასონს საბერძნეთში გაყვა. მედეას სახელს ანტიკურ სამყაროში ბევრი რამ უკავშირდება. მას უკავშირებენ მედიცინის თანამედროვე სახით განვითარებას. ტერმინი მედიცინა-მედეას სახელიდან მომდინარეობს. ლეგენდებზე და ისტორიულ წყაროებზე დაყრდნობით მას მკურნალობის საოცარი ნიჭი და ცოდნა ქონდა, ის კურნავდა ბევრ უკურნებელ სენს, აცოცხლებდა ახალ გარდაცვლილებს, მოხუცებს კი სიჭაბუკეს უბრუნებდა.

ამის შემდეგ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მასწავლებელმა კლასში მოსწავლეებისთვის ამოხსნას მედიცინასთან და ჰიგიენასთან დაკავშირებული მათემატიკური ამოცანები.

**ამოცანა 1.** მარიმ, ნიკოლოზმა და სალომემ ბაღში ვაშლები მოაგროვეს. ბავშვები თან აგროვებდნენ და თან ჭამდნენ ვაშლებს. მარიმ შეჭამა 4 ვაშლი, ნიკოლოზმა 2 ვაშლით მეტი, ვიდრე მარიმ, ხოლო სალომემ შეჭამა იმ ვაშლების რაოდენობის ნახევარი, რამდენიც მარიმ და ნიკოლოზმა ერთად. სულ რამდენი ვაშლი შეჭამა სამივე ბავშვმა? მალე ბავშვებს მუცელი ატკივდათ. რატომ?

**ამოხსნა.** პირველ რიგში მასწავლებელმა უნდა გაარკვიოს რატომ ატკივდათ ბავშვებს მუცელი. მოსწავლეები მიხვდებიან, რომ ბავშვები ვაშლებს ჭამდნენ ისეთებს, რომლებსაც ისინი მიწიდან იღებდნენ, ხელებიც ჭუჭყიანი ქონდათ და ვაშლებსაც გაურეცხავს მიირთმევდნენ, რის გამოც მათ ორგანიზმში მოხვდა მავნე მიკრობები, რომლებმაც გამოიწვია ბავშვების მუცლის ტკივილი. ამ ამოცანიდან მოსწავლეებს გამოაქთ დასკვნა, რომ ჭუჭყიანი ხელებით, გაურეცხავი და გაუსუფთავებელი საკვების მიერთმევა არ შეიძლება. ამის შემდეგ მასწავლებელი გადადის უშუალოდ ამოცანის ამოხსნაზე. პირველ რიგში არკვევს, რომ რადგან ნიკოლოზმა შეჭამა ორი ვაშლით მეტი, ვიდრე მარიმ, ამიტომ მას შეუჭამია 6 ვაშლი. მარის და ნიკოლოზს ერთად შეუჭამია  $4 + 6 = 10$  ვაშლი. სალომემ კი შეჭამა  $10 : 2 = 5$  ვაშლი. სამივე ბავშვს ერთად შეუჭამია  $4 + 6 + 5 = 15$  ვაშლი.

შინაარსობრივად ამ ამოცანის მსგავსი ამოცანა კიდევ გვაქვს შედგენილი, რომელიც უკავშირდება სამკურნალო აბების გაუცნობიერებულად მიღებას ბავშვების მიერ, რაც რა თქმა უნდა დაუშვებელია და მას

მასწავლებელმა უნდა მოაყოლოს სათანადო ახსნა-განმარტებები.

1. დაწყებითი კლასების მოსწავლის მიერ სითხის მოხმარების რეკომენდირებული დღიური ნორმა არანაკლებ 2 ლ-ია. სპორტით დაკავებისას ან ფიზიკური დატვირთვის დროს სითხის მოხმარების დღიური ნორმა შესაძლებელია გაიზარდოს 2-ჯერ. რა რაოდენობის სითხე შეიძლება მიიღოს დაწყებითი კლასების მოსწავლემ, რომელიც სპორტით არის დაკავებული ან ფიზიკურად დატვირთულია?

2. მოსწავლე, რომელიც დაკავებულია სპორტით, უნდა იღებდეს საკვებს, რომელიც მდიდარია პროტეინებით. პროტეინები ხელს უწყობს კუნთების განვითარებას. მოსწავლის ინტენსიური ვარჯიშის დროს პროტეინების მოხმარების ნორმა შეიძლება აიწიოს დღეში 120 გ-მდე. რა რაოდენობის პროტეინები უნდა მიიღოს ინტენსიური ვარჯიშისას მოსწავლემ სამ კვირაში? ერთ თვეში?

3. დაწყებითი კლასის მოსწავლეებისათვის რეკომენდირებულია ღამით ეძინოს 10 საათი და ვახშამი მიირთვას საღამოს დამძინებამდე არანაკლებ 2 სთ-ით ადრე. ყველაზე გვიან რომელ სთ-ზე შეიძლება ივახშმოს დაწყებითი კლასის მოსწავლემ, რომელიც დღით უნდა ადგეს 8 საათზე?

4. ჯანმრთელობისათვის სასარგებლო კოქტეილის მოსამზადებლად საჭიროა შევურიოთ 250 გრ უცხიმო რძე, 100 გრ ჟოლო, 150 გრ მარწყვი, 100 გრ მოცვი და 50 გრ თაფლი. სულ რამდენი გრამი ინგრედიენტებია

საჭირო კოქტეილის გასაკეთებლად? რამდენი გრამი ხილია საჭირო კოქტეილისათვის?

5. მეხუთე კლასელი დღეში 4 ვაშლს ჭამს, რომელიც 500 გ-ია. რამდენ დღეში შეჭამს მოსწავლე აგარაკზე მოკრეფილ 120 ცალ ვაშლს? რამდენი კილოგრამია აგარაკზე მოკრეფილი ვაშლი?

6. 1 კგ ბროკოლის კომბოსტო შეიცავს 1,2 გ C ვიტამინს, ხოლო ჩვეულებრივი კომბოსტო შეიცავს 0,4 გ-ით ნაკლებს. რამდენ გრამ C ვიტამინს შეიცავს 200 გ ჩვეულებრივი კომბოსტო?

7. ერთი ზრდასრული ფოთლოვანი ხე ერთ დღელამეში გამოყოფს იმდენ ჟანგბადს, რამდენიც საჭიროა ერთი ადამიანისათვის ერთ დღე-ღამეში. ქალაქებში ხისგან გამოყოფილი ჟანგბადის რაოდენობა 10-ჯერ მცირდება. რამდენი ფოთლოვანი ხეა საჭირო, რომ მეხუთე კლასის 25 მოსწავლე უზრუნველვყოს ჟანგბადით?

8. 187 სმ სიმაღლის ჭოკით მხტომელმა სპორტსმენმა დაძლია თავის სიმაღლეზე 3-ჯერ მეტი სიმაღლე. რა სიმაღლეზე გადახტა ჭოკით მხტომელი? რამდენი სანტიმეტრით მეტია ჭოკით მხტომელის მიერ დაძლიებული სიმაღლე სპორტსმენის სიმაღლეზე?

9. სკოლაში 33 კლასია. თითოეულ კლასში 30 მოსწავლეა. 68 მოსწავლე ავადაა და გაკვეთილებს არ ესწრება. რამდენი მოსწავლე ესწრება გაკვეთილებს? როგორ უნდა მოვიქცეთ, რომ ავად არ გავხდეთ?

10. პატარა ზღარბი ავად გახდა. ის არ ვარჯიშობდა, კომპიუტერთან დიდხანს იჯდა, ცოტას სეირნობდა, მაგრამ ძალიან თბილად იცვამდა. ექიმმა მას წამ-

ლები გამოუწერა. ერთ კვირაში პატარა ზღარბმა 27 აბი უნდა დალიოს. მან 9 აბი უკვე დალია. რამდენი აბით ნაკლები აქვს პატარა ზღარბს დალეული, ვიდრე უნდა დალიოს? რამდენჯერ ნაკლები აბი დალია პატარა ზღარბმა იმასთან შედარებით რაც კიდევ დასალევი აქვს? რატომ გახდა პატარა ზღარბი ავად?

11. მეცნიერებმა გამოიანგარიშეს, რომ ფეხსაცმელზე მიკროული 1 გრამი ტალახი შეიცავს 38 მილიონ მიკრობს. ავად გახდომისათვის საკმარისია 1000-ჯერ ნაკლები მიკრობის მოხვედრა ადამიანის ორგანიზმში. რამდენი მიკრობი უნდა მოხვედეს ადამიანის ორგანიზმში რომ მისი ავადმყოფობა გამოიწვიოს?

12. მესამე ბ კლასში 24 მოსწავლეა. მათგან რამდენიმეს კბილების მკურნალობა ჭირდება. კლასში ჯანმრთელი კბილების მქონე ბავშვების რაოდენობა 3-ჯერ მეტია. რამდენ ბავშვს აქვს კლასში ჯანმრთელი კბილები? კბილის მოვლის რა წესებს იცავთ თქვენ?

13. მეორე ა კლასის მოსწავლეებს კბილის ექიმთან ვიზიტისას ამოუღეს 12 სარმევე კბილი. ამის შემდეგ კბილის ექიმის კაბინეტში მიღებაზე მივიდნენ მეორე ბ კლასის მოსწავლეები. მათ კბილის ექიმმა ამოუღო 4 კბილით მეტი, ვიდრე მეორე ა კლასის მოსწავლეებს. მეორე ა და მეორე ბ კლასელის რამდენი კბილი დარჩა კბილის ექიმის კაბინეტში, თუ მეორე ა კლასის 2 მოსწავლემ და მეორე ბ კლასის 3 მოსწავლემ თავიანთი კბილები სახლში წაიღეს?

14. აფთიაქში სხვადასხვა დასახელების 27 წამალი იდო. ორმა ბიჭმა გახსნა აფთიაქი და გადაწყვიტეს წამლების გასინჯვა. ერთმა ბიჭმა გასინჯა 5 წამალი

და გონებადაკარგული დავარდა იატაკზე. მეორემ გასინჯა 3 წამალი და ყვირილით გაიქცა. რამდენი წამალი დარჩათ ბავშვებს გაუსინჯავი? სწორად მოიქცნენ ბავშვები თუ არა? თქვენ როგორ მოიქცეოდით?

15. როგორია ნიკოტინის სასიკვდილო დოზა მილიგრამებში? გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა და გაიგებთ პასუხს:

$$(9452 + 13808) - (55400 - 39326) - 7176 .$$

16. თამბაქოს მწვეელ 60 ადამიანს სხვადასხვა დაავადებები აღმოაჩნდა. მათ შორის 2-ჯერ მეტი მოზარდი იყო, ვიდრე ზრდასრული. რამდენ მოზარდს შეიძლებოდა შეენარჩუნებინა ჯანმრთელობა?

ამოცანებში საუბარია აგრეთვე მავნე ჩვევებზე, რომლებიც ცუდად მოქმედებს ადამიანის ჯანმრთელობაზე და ზოგჯერ ლეტალურ შედეგებსაც იწვევს. თამბაქოს მოწევა ჯანმრთელობისათვის, რომ მავნეა, ეს მოსწავლეებისთვის ცნობილია. მაგრამ რამდენი წლით ამცირებს სიცოცხლის ხანგრძლივობას თამბაქოს სისტემატიური მიღება ამის შეტყობა მოსწავლეებს შეუძლიათ ამოცანიდან.

**ამოცანა 2.** გამოთვალეთ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობა და გაიგებთ რამდენი წლით ამცირებს ადამიანის სიცოცხლეს თამბაქოს მოწევა:

$$((525 - 103) - (263 + 119)) : 2 .$$

**ამოხსნა.** გამოსახულების მნიშვნელობის მოსაძებნად პირველად უნდა შესრულდეს ფრჩხილებში მოთავსებული მოქმედებები, შეკრება და გამოკლება, შემდეგ პირველ ფრჩხილებში მიღებულ შედეგს უნდა გამოვაკლოთ მეორე ფრჩხილებში მიღებული ჯამი და

შედეგი გავყოთ 2-ზე. საბოლოოდ მივიღებთ, რომ რიცხვითი გამოსახულების მნიშვნელობაა 20. ე.ი. ადამიანის სიცოცხლის ხანგრძლივობას 20 წლით ამცირებს თამბაქოს სისტემატიური მოწევა. ადამიანის სიცოცხლის საშუალო ხანგრძლივობა 73 წელია და მოსწავლეები ხვდებიან რამდენად დიდი დროა 20 წელი.

მავნე ჩვევების დასაძლევად პირველ რიგში მოსწავლეებთან უნდა გავწიოთ სპორტის პროპაგანდა, რისთვისაც მიზანშეწონილად მიგვაჩნია დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისათვის საქართველოს სახელით მოასპარეზე სპორტსმენების წარმატებების გაცნობა. ამისათვის ყველაზე კარგი შესაძლებლობებს იძლევა მსოფლიოში ყველაზე პრესტიჟული შეჯიბრების-ოლიმპიადების შედეგები, სადაც საქართველო შთამბეჭდავ წარმატებებს აღწევს მისი დამოუკიდებლობის მოპოვებიდან, მოვიყვანოთ რამდენიმე ბოლო ოლიმპიადის შედეგები.

პეკინის 2008 წლის ოლიმპიადაზე საქართველომ სულ 6 მედალი, მათ შორის 3 ოქროს და 3 ბრინჯაოს მედალი მოიპოვა. სპორტის სახეობების მიხედვით ოქროს მედლები მოიპოვეს ძიუდოში, ბერძნულ-რომაული სტილით ჭიდაობასა და თავისუფალ ჭიდაობაში, ორი ბრინჯაოს მედალი აიღეს თავისუფალ ჭიდაობაში და ერთი-პნევმატური პისტოლეტით სროლაში. პეკინის ოლიმპიადა საქართველომ 28-ე ადგილზე დაასრულა.

მომდევნო ოლიმპიადა ლონდონში ჩატარდა 2012 წელს, რომელზე გამოსვლაც საქართველომ შვიდი მე-

დღით დაასრულა, მათგან ერთია ოქრო, სამი ვერცხლი და სამი ბრინჯაო. ყველა მედალი მოპოვებულია ძიუდოსა და ჭიდაობაში. ლონდონის ოლიმპიადა საქართველომ 39-ე ადგილზე დაასრულა.

2016 წელს ოლიმპიადა ბრაზილიაში, რიო-დე-ჟანეიროში ჩატარდა, სადაც საქართველომ ორი ოქროს, ერთი ვერცხლის და ოთხი ბრინჯაოს მედალი მოიპოვა, სულ შვიდი მედალი. სპორტის სახეობების მიხედვით მედლები მოიპოვეს ძალოსნობაში, ძიუდოსა და ჭიდაობაში. რიო-დე-ჟანეიროს ოლიმპიადა საქართველომ 38-ე ადგილზე დაასრულა.

კორონას პანდემიის გამო ტოკიოს ოლიმპიადა 2020 წელს არ ჩატარდა. ოლიმპიადა ჩატარდა 2021 წელს, რომელზეც საქართველოს სახელით 11 სხვადასხვა სახეობაში 35 სპორტსმენი ასპარეზობდა. მათგან ტოკიოს ოლიმპიადის ჩემპიონი გახდა ორი სპორტსმენი, რომლებმაც ოქროს მედლები მოიპოვეს, ხუთმა სპორტსმენმა ვერცხლის მედალი აიღო და ერთმა სპორტსმენმა ბრინჯაოს მედალი მოიპოვა. ოლიმპიადა საქართველომ 33-ე ადგილზე დაასრულა. ამ ოლიმპიადაზე ძალოსანმა ლაშა ტალახაძემ მეორე ოლიმპიური ოქროს მედალი აიღო რიოს ოლიმპიადის შემდეგ.

**ამოცანა 2.** ტოკიოს 2021 წლის XXX ოლიმპიადაზე საქართველოდან 35 სპორტსმენი მონაწილეობდა. მათგან ოლიმპიადის მედლები რვა სპორტსმენს გადაეცა. ორმა სპორტსმენმა აიღო ოქროს მედალი და ოლიმპიადის ჩემპიონი გახდა, ხუთმა სპორტსმენმა ვერცხლის მედალი აიღო, ერთი სპორტსმენი ბრინჯაოს მედალს დაეუფლა. საქართველოს სახელით მოასპა-

რეზე სპორტსმენთა რამდენმა პროცენტმა აიღო ტოკიოს 2021 წლის ოლიმპიადაზე ოქროს მედალი? ვერცხლის მედალი? ბრინჯაოს მედალი? რამდენჯერ აჟღერდა საქართველოს ჰიმნი ტოკიოს ოლიმპიადაზე, თუ ქვეყნის ჰიმნს ოლიმპიადის დაჯილდოებაზე მაშინ უკრავენ, როცა ქვეყნის სახელით მოასპარეზე ოლიმპიური ჩემპიონი ხდება?

- რას მიზანს ემსახურება ოლიმპიური თამაშები?
- რა უფრო მნიშვნელოვანია, ოლიმპიურ თამაშებში მონაწილეობა თუ გამარჯვება?
- სად წარმოიშვა ოლიმპიური თამაშები?
- სად ჩატარდა პირველი ოლიმპიური თამაშები?
- საიდან მიაქვთ ოლიმპიადის მასპინძელ ქვეყანაში ოლიმპიური ცეცხლი?
- რას ნიშნავს ოლიმპიადის ემბლემა, ცისფერი, ყვითელი, შავი, მწვანე და წითელი ფერის ერთმანეთზე გადაჯაჭვული ხუთი რგოლი?
- რა იცით ზამთრის ოლიმპიური თამაშების შესახებ? რომელ სახეობებში ტარდება ოლიმპიური შეჯიბრებები?
- რა განაცხადი ქონდა გაკეთებული ბაკურიანს 2014 წლის ზამთრის ოლიმპიურ თამაშებზე?
- გაგიგიათ პარაოლიმპიადის შესახებ? რა იცით ქართველი პარაოლიმპიელების შესახებ. მოიძიეთ ინფორმაცია და გააკეთეთ პრეზენტაცია.
- მოგვიყევით როგორ გესმით ოლიმპიური თამაშების დევიზი: „უფრო სწრაფად, უფრო მაღლა, უფრო ძლიერ“.

- რა არის აუცილებელი იმისათვის, რომ ოლიმპიელი გახდე?
- გიოცნებია ოლიმპიელობაზე?
- რა რეკორდი დაამყარა ნინო სალუქვაძემ ტოკიოს ოლიმპიადაზე?
- მოიძიე ქათველი ქალი ოლიმპიელების შესახებ ინფორმაცია და გააცანი შენ კლასელებს.
- გსმენიათ მსოფლიო საჭადრაკო ოლიმპიადების შესახებ?
- მოიძიეთ ინფორმაცია ნონა გაფრინდაშვიზე, რომელიც ლეგენდარული ქართველი მოჭადრაკეა და პრეზენტაციაზე წარმოადგინე რა წარმატებებს მიაღწია მან ჭადრაკში. ყურადღება გაამახვილეთ როგორი წარმატებული იყო ქალბატონი ნონა საჭადრაკო ოლიმპიადებზე?
- მოიძიე ინფორმაცია ქართველი მოჭადრაკე ქალების მონაწილეობის შესახებ მსოფლიო ჩემპიონატებზე, საჭადრაკო ოლიმპიადებზე და მათი წარმატებების შესახებ წარმოადგინე მოკლე პრეზენტაცია.

საქართველოს სპორტული მიღწევები ცხადია ოლიმპიადების შედეგებით არ ამოიწურება. კლასში იქნებიან მოსწავლეები, რომლებიც გატაცებული იქნებიან ფეხბურთით, რაგბით, კალათბურთით, ჭადრაკით, ჩოგბურთით, კრივით ან სპორტის სხვა სახეობებით. მასწავლებელმა მათ საშუალება უნდა მიცეს გამოხატონ თავიანთი დამოკიდებულებები, ინტერესები, გააცნონ თანაკლასელებს თავიანთი მიღწევები. კარგი იქნება, თუ მოსწავლეთა კონკრეტული ჯგუფები

შეთანხმდება და სპორტის რომელიმე სახეობის შესახებ ან/და რომელიმე სპორტული კლუბის შესახებ მოიძიებს ინფორმაციებს, შეხვედებიან კლუბის წევრებს, სპორტსმენებს და შემდეგ ამის შესახებ გააკეთებენ პრეზენტაციას კლასში. ასევე კარგი იქნება, თუ მოხდება წარმოდგენილ პრეზენტაციებს შორის საუკეთესოს გამორჩევა და დაჯილდოება.

მეორე მსოფლიო ომის დამთავრების შემდეგ მსოფლიო დღის წესრიგში დადგა კოსმოსის ათვისება. კოსმოსის ათვისება ასტრონომიულ თანხებთან არის დაკავშირებული და ჩვენნაირი პატარა ქვეყნისათვის ასეთი თანხების მოძიება ფაქტიურად შეუძლებელია, მაგრამ ქართველ მეცნიერებს თავიანთი წვლილი შეაქვთ კოსმოსის ათვისებაში.

კარგი იქნება თუ მასწავლებელი მოსწავლეებს მოუთხრობს ქართველ მეცნიერზე ელგუჯა მეძმარიაშვილზე, რომელიც პირველი ქართული კოსმოსური ობიექტის გენერალური კონსტრუქტორია, რომელიც გავიდა კოსმოსურ ორბიტაზე, გაშალეს, გაიარა გამოცდა და მოძრაობს დამოუკიდებელ ორბიტაზე.

ცხადია, რომ დაწყებითი კლასის მოსწავლეები კონსტრუქციის არსში და დანიშნულებაში ვერ გაერკვევიან, მაგრამ მიზანშეწონილია მათ გავაცნოთ კოსმოსთან დაკავშირებული ზოგიერთი ფაქტი, რისთვისაც შევადგინეთ მათემატიკური ამოცანები.

1. პირველი ადამიანი, რომელიც კოსმოსში გაფრინდა იური გაგარინი იყო. ეს 1961 წლის 12 აპრილს მოხდა. ხომალდს ერქვა „ვოსტოკი-1“, რომელიც მოძრაობდა პირველი კოსმოსური სიჩქარით-7,91 კმ/მწ.

ხომალდმა კოსმოსში დაყო 108 წუთი. იპოვეთ ხომალდის მიერ გავლილი მანძილი.

2. დედამიწის ყველაზე დიდი მაკეტი გლობუსის სახით პარიზის მსოფლიო გამოფენისათვის დაამზადეს 1889 წელს. გლობუსის რადიუსი იყო 6 მ და 40 სმ. რისი ტოლია მასშტაბი, რომლითაც გლობუსის სახით გამოსახულია დედამიწა?

3. 1969 წელს ამერიკელმა ასტრონავტმა ნილს ამსტრონგმა პირველმა დაადგა ფეხი მთვარეზე. ნილს ამსტრონგი გარდაიცვალა 2012 წელს 82 წლის ასაკში. რა ასაკში დაადგა მან ფეხი მთვარეზე?

4. მზიდან წამოსული სხივის დედამიწამდე მოსვლას 500 წამი ჭირდება. რა მანძილია მზიდან დედამიწამდე, თუ სხივის სიჩქარეა 300000 კმ/წმ?

5. მთვარიდან დედამიწაზე სხივის მოსასვლელად საჭიროა 1,28 წმ. რა მანძილია მთვარესა და დედამიწას შორის? რამდენჯერ მეტია მზიდან დედამიწამდე მანძილი მთვარედან დედამიწამდე მანძილზე?

6. ასტრონავტებ ქალებს შორის ყველაზე ახალგაზრდა იყო ამერიკელი ასტრონავტი ქალი სალი კრისტიან რაიდი, რომელიც გავიდა ღია კოსმოსში. მან ღია კოსმოსში გასვლა მოახდინა 1983 წ-ს კოსმოსური ხომალდიდან „ჩელენჯერი“. ის მაშინ 32 წლის იყო. რამდენი წლის იყო სალი კრისტიან რაიდი, როცა ძაღლები ბელკა და სტრელკა 1960 წელს კოსმოსში გაუშვეს?

მათემატიკური ამოცანების საშუალებით შესაძლებელია მოსწავლეებს გავაცნოთ სხვადასხვა სახის ინფორმაცია. იქნება ეს დაკავშირებული ფეხით მო-

სიარულებთან, ავტომობილების მოძრაობის წესებთან თუ სხვ. მაგალითად,

1. ავტობუსიდან გადმოვიდა 25 მგზავრი. მათგან ხუთმა მგზავრმა ავტობუსს შემოუარა წინა მხრიდან და ისე მივიდა „ზებრა“ გადასასვლელთან, სამმა ავტობუსს შემოუარეს უკანა მხრიდან და ისე მივიდნენ „ზებრა“ გადასასვლელზე. დანარჩენი მგზავრები დარჩნენ და დაელოდნენ ავტობუსის წასვლას. რამდენი ადამიანი მოიქცა სწორად?

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა აუხსნას, რომ ქუჩაზე დასვლისას უნდა ისარგებლონ „ზებრა“ გადასასვლელით. იქ, სადაც შუქნიშანია, გზაზე უნდა გადავიდნენ მას შემდეგ, როცა აინთება შუქნიშნის მწვანე სექცია, ამისათვის შეიძლება რამდენიმე წამის ლოდინიც მოუწიოთ.

2. როცა შუქნიშანზე ფეხით მოსიარულეთათვის ენთო მწვანე ფერი, გადასასვლელ ზებრაზე გადავიდა 27 მოსწავლე, შუქნიშნის ყვითელ ფერზე 3-ჯერ ნაკლები მოსწავლე, ხოლო შუქნიშნის წითელ ფერზე „ზებრაზე“ გადაირბინა 7 მოსწავლით ნაკლებმა, ვიდრე გადავიდა შუქნიშნის ყვითელ ფერზე. რამდენმა მოსწავლემ ჩაიგდო სიცოცხლე საფრთხეში?

3. ორი ოჯახი ავტომანქანებით ტურისტულად თურქეთში გაემგზავრნენ. როცა ოჯახები დაბრუნდნენ, გაირკვა, რომ პირველი ოჯახი 9-ჯერ იყო დაჯარიმებული მოძრაობის წესების დარღვევისთვის, ხოლო მეორე ოჯახის ჯარიმების რაოდენობა 5-ით ნაკლები იყო. სულ რამდენჯერ დააჯარიმეს ორივე ოჯახი?

## დასკვნები და მეთოდური რეკომენდაციები

1. ჩვენ ვთვლით, რომ საქართველოში დაწყებითი კლასების საგანმანათლებლო სივრცეში პრიორიტეტი უნდა მიენიჭოს ქართულის, როგორც სახელმწიფო ენის, ისტორიის, რელიგიის, კულტურის სწავლებას. საქართველოს მრავალმხრივი შესწავლა სწავლების პირველივე წლებიდან უნდა დაიწყოს. დაწყებით კლასებში საქართველოს შესწავლის პროცესი უნდა დავუკავშიროთ ჩვენ შემუშავებულ ორიგინალურ მეთოდს-მათემატიკური ამოცანებით საქართველოს ენის, ისტორიის, რელიგიის, კულტურის, ეკონომიკის, ფინანსების, ზნე-ჩვეულებების, სპორტის, ტურიზმის, ეთნოლოგიის, სოფლის მეურნეობის და სხვ. შესწავლას, ამასთან სწავლა/სწავლება უნდა მიმდინარეობდეს სხვადასხვა სასწავლო საგნებში მიღებული ცოდნის ურთიერთტრანსფერით.

2. სხვადასხვა საგნებიდან ცოდნის ურთიერთტრანსფერის განხორციელება შედარებით ადვილი და მოსახერხებელია მათემატიკის გაკვეთილზე არა მარტო დაწყებით, არამედ სხვა კლასებშიც, მაგრამ დაწყებით კლასებში ეს შეიძლება განხორციელდეს ბუნებრივად, ისე რომ, მოსწავლეებისათვის ასეთი მეთოდური მიდგომები საინტერესოც იყოს, სახალისოც, მიმზიდველიც და ამავე დროს ამდიდრებდეს მის ცოდნას სხვადასხვა კუთხით, აძლევდეს ფართო ზოგად განათლებას და უზიარებდეს ახალი საჭირო მასალის და ინფორმაციის მოპოვებისკენ, ახალი ცოდნის დამოუკიდებლად შექმნისკენ. ამასთან, გასათვალისწინ

ნებელია დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების სპეციფიკა და თავისებურებები. კერძოდ, რადგან დაწყებით კლასებში მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოები ძირითადად ამოცანათა კრებულებია, რომლებიც თითქმის არ შეიცავენ თეორიულ საკითხებს (I-III კლასი), ან შეიცავენ მცირე რაოდენობით (IV-VI კლასები), რის გამოც დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლება ძირითადად ამოცანებთან ასოცირდება. ამიტომ ჩვენს მიერ შემოთავაზებულ მოდელში მისი განხორციელება დაწყებით კლასებში უნდა მოხდეს საგანთაშორისი კავშირების შემცველი მათემატიკური ამოცანების საშუალებით.

3. საქართველოს შემსწავლელი საგანთაშორისი კავშირების მქონე ჩვენს მიერ შედგენილი მათემატიკური ამოცანების ფორმა განსხვავებულია მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში მოცემული ამოცანების ფორმისაგან. ეს განსხვავება არ ცილდება სასწავლო შინაარსის მათემატიკური ამოცანის ცნებას. ის შედგება ინფორმაციისაგან, რომლის ნაწილი მოსწავლეებისთვის უკვე ცნობილია სხვა სასწავლო საგანიდან, ინფორმაციის ნაწილი ახალია. ამის გაცნობის შემდეგ, მოსწავლისათვის სხვა საგნიდან ადრე ნაცნობ და ახლად მიღებულ ინფორმაციებზე დაყრდნობით ჩამოყალიბებულია მათემატიკური ამოცანა, რომელშიც მოთხოვნილია რომელიმე უცნობი სიდიდის/სიდიდეების პოვნა სხვა სასწავლო საგნიდან, კონკრეტულად, იმ სასწავლო საგნიდან რომლიდანაც ცოდნის ტრანსფერი განხორციელდა მათემატიკაში. ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავ-

ლევებს უსვამს წინასწარ მომზადებულ კონკრეტულ კითხვებს, რაც მოსწავლეებში აღრმავებს და სრულყოფილს ხდის სხვა სასწავლო საგნიდან უკვე მიღებულ ცოდნას და აძლევს მათემატიკაში და სხვა სასწავლო საგანში ახალ ცოდნას.

4. საგანთაშორისი კავშირების ამოცანებისათვის შედგენილი კითხვების სისტემა დავყავით შემდეგ სახეობად;

- თეორიული, რომლის მიზანია ზოგადი თეორიული დებულებების აქტივიზაცია. აქ ვგულისხმობთ საგნებსა და მოვლენებს შორის კავშირს, რომლებიც მოსწავლეებს შესწავლილი აქვთ სხვა საგნების გაკვეთილებზე. მიღებული ცოდნის შეთვისების შემოწმება, რაც დაუგროვდა მოსწავლეებს სხვა საგნების შესწავლის დროს;
- პრაქტიკული, რომლის მიზანია იმ ცოდნის შემოწმება, რომელიც ეხება ამოცანაში მოყვანილ ამა თუ იმ ფაქტს და მისი გამოყენების შესაძლებლობებს;
- მორალური, რომლის მიზანია მოსწავლის მიერ მიღებული ცოდნის ადგილის გარკვევა პიროვნული ფასეულობების ორიენტაციის სისტემაში.

კითხვების ყოველი ჯგუფი შედგენილია ურთიერთკავშირის და აღმავალი სირთულის პრინციპით (სირთულე განისაზღვრება გონებრივი მოღვაწეობის დონით, მაგალითად, განზოგადების დონეზე, ანალიზის დონეზე, რეპროდუქციული აღწარმოების დონეზე და სხვ.). ანუ ყოველი კითხვის პასუხი ეყრდნობა წინა მასალის ცოდნას. კითხვები შერჩულია აღმავა-

ლი სირთულის პრინციპით ისე, რომ აუცილებლად შესაბამისობაშია სასწავლო პროგრამასთან და მოსწავლეთა აზროვნების ასაკობრივ და ინდივიდუალურ თავისებურებებთან. მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის შემდეგ კითხვების სიტემას გამოიყენება არა მარტო სხვა საგანში ცოდნის გასაღრმავებლად, არამედ როგორც მათემატიკაში შესასწავლი საკითხის ათვისების ქმედითი საშუალება

5. მონოგრაფიაში ჩვენს მიერ შედგენილი მათემატიკური ამოცანები სხვადასხვა შინაარსისაა. პირველ რიგში უნდა შევნიშნოთ, რომ შედგენილი ყველა ამოცანა განმავითარებელი შინაარსისაა. ამ ამოცანებიდან ნაწილი სამიეზოა, ნაწილი საოლიმპიადო, მაგრამ ყველა ამოცანას აქვს საგანმანათლებლო მიზანი, რადგან ამოცანების შედგენისას გათვალისწინებულია მოსწავლეთა ასაკობრივი და გონებრივი განვითარების ძირითადი პრინციპები და თავისებურებები.

6. მათემატიკური ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებლის მიერ დასმულ კითხვებს შორის მნიშვნელოვანია ის კითხვები, რომელთა მიზანია მოსწავლის მიღებული ცოდნის ადგილის გარკვევა პიროვნული ფასეულობების სისტემაში. რაშიც მას დაეხმარება საქართველოს ისტორიის, მისი ყოფის, წეს-ჩვეულებების, ტრადიციის, რელიგიის, ეთნოლოგიის, ლიტერატურის, სოფლის მეურნეობის, მედიცინის, ხელოვნების, ეკოლოგიის და სხვა მრავალი ასპექტის სრულყოფილი და სიღრმისეული ცოდნა. საქართველოს მრავალმხრივ და სრულყოფილად შესწავლა ზნეობრივი

აღზრდის შემადგენელი ნაწილიც არის და ხელს უწყობს მოსწავლეების აღზრდასა საქართველოს პატრიოტებად.

7. საქართველოში მიმდინარე განათლების რეფორმის წარმატება დიდად არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორ პატრიოტებს, სამშობლოს მოყვარე, მისი წარსულის და აწმყოს მცოდნე, ლოგიკური აზროვნების და მიღებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარებით აღჭურვილი დაამთავრებს ახალგაზრდა სკოლას. მიმდინარე რეფორმა მოითხოვს სკოლაში მიღებული ცოდნის პრაქტიკაში გამოყენების უნარჩვევების ფორმირებას. მათემატიკის შესწავლაში ეს მიიღწევა ისეთი ამოცანების ამოხსნით, რომელთა პირობები შეიცავს რეალურ, ცხოვრებისეულ მონაცემებს. საქართველოს შესწავლისათვის განკუთვნილი ამოცანების შედგენის და სწავლების დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა გადავიტანოთ გამოყენებითი ხასიათის ამოცანების განხილვაზე. დაწყებითი სკოლის სწავლა/სწავლების პრაქტიკაში მოსწავლეთა მიერ სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნა ცოდნისა და უნარების დაუფლების, გონებრივი შესაძლებლობებისა და პიროვნული თვისებების განვითარების ერთ-ერთ მნიშვნელოვანი ფაქტორია.

8. პედაგოგიურ ფსიქოლოგიაში დადასტურებულია, რომ ამოცანების სასწავლო, განმავითარებელი და აღმზრდლობითი ფუნქციები წარმატებით ხორციელდება მაშინ, როცა მოსწავლეს შეთავაზებული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი და მოთხოვნილება უჩნდება. ეს მაშინ ხდება, როცა მისთვის ამოცანის არსი გა-

საგებია. დაწყებითი კლასებისათვის საქართველოს შესწავლისათვის განკუთვნილ ამოცანებში ყურადღება გამახვილებული გვაქვს ამოცანების პირობის შინაარსზე, მასში მკაფიოდაა გადმოცემული სხვა საგნებიდან აღებული რეალური მონაცემები და მათზე დაყრდნობით დასმულია კითხვა სამიებელი სიდიდის/სიდიდეების პოვნაზე. ამოცანის პირობა მოსწავლეებისათვის საინტერესოდ და მიმზიდველადაა მოცემული, ამიტომ მოსწავლეები ამოცანის პირობას სიამოვნებით კითხულობენ, პირობის წაკითხვის შემდეგ მასწავლებელი ერთი, მაქსიმუმ ორი წუთის მანძილზე კითხვების დასმით მოსწავლეებს ამოგზაურებს ამოცანის პირობით მოცემულ სამყაროში, რაც მათში წარმოშობს არა მარტო დასმული ამოცანის ამოხსნისადმი მზაობას, არამედ სურვილს-შემდგომშიც ამოხსნან ასეთი შინაარსის ამოცანები. საქართველოზე ამოცანების ჩართვა დაწყებითი კლასების მათემატიკის გაკვეთილებზე მოსწავლეებს შესაძლებლობას აძლევს თავისუფლად იფიქრონ, გამოავლინონ შემოქმედებითი უნარები, გააკეთონ დასკვნები, მოახდინონ განზოგადება, დასახონ გეგმები, გამოთქვან ვარაუდები და ა.შ. ასეთი ამოცანების ამოხსნისას მოსწავლე გრძნობს თავისი შრომის სარგებლიანობას, აღძრული ინტერესი ხელს უწყობს დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებას, ცოდნის მიღებისადმი პოზიტიური დამოკიდებულების გაზრდას, სწავლების ხარისხის და ცოდნის დონის ამაღლებას, მოსწავლეთა აზროვნების აქტივიზებას, ყურადღების მობილიზებას, თვალთახედვის გაფართოებას, ფართო ზო-

გადი განათლების მიღებას, მოსწავლის ხასიათის თვისებების ფორმირებას და სხვ.

9. საქართველოზე მათემატიკურ ამოცანების სწავლების პროცესში ჩართვამდე მასწავლებელმა კლასში უნდა შექმნას დადებითი მოტივაცია, რომელიც სასიკეთო გავლენას ახდენს მოსწავლეთა შემეცნებითი უნარების ფორმირებაზე. უნარებში, რომლებიც სპეციფიკურნი არიან მათემატიკისათვის, ვგულისხმობთ ამოცანების ამოხსნის უნარებს. მისთვის დამახასიათებელია უნივერსალურობა და სხვა სასწავლო საგნებში გადატანის შესაძლებლობა. ასეთ უნარებს მიეკუთვნება ამოცანის პირობის გაცნობიერებასა და ანალიზთან დაკავშირებული უნარები, ამოცანის ამოხსნის ხერხები (არითმეტიკული, ანალიზური, გრაფიკული და სხვ.) ამოხსნის მოხერხებული ფორმები: მოქმედებებით, გრაფების სახით, ცხრილებით, სქემატური ნახაზით და ა.შ. ამოცანის ამოხსნის ჩანაწერის პრაქტიკულად განხორციელების უნარი; შემოწმების უნარი, გამოკვლევის უნარი და სხვ. ამოცანათა ამოხსნა მოსწავლეთა ცოდნის ათვისების, ჩვევების, მათემატიკური მეთოდების და ხერხების დაუფლების ეფექტური საშუალებაა. ამიტომ, მათემატიკური ამოცანები პედაგოგიკური ინტერესის ცენტრში იმყოფება. დაწყებით კლასებში საქართველოს შესასწავლად მათემატიკური ამოცანებისადმი სწავლების სწორი მეთოდიკური მიდგომები ქმნის წანამდღვარს, რომ დაწყებითი კლასის მოსწავლეები ჩაერთონ აქტიურ სწავლებაში. ამ დროს ერთიან სისტემაში მოდის დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესი, რაც საგრძნობ-

ლად ზრდის დაწყებითი კლასის მოსწავლეთა ზოგად განათლებას, ამაღლებს მათი ცოდნის ხარისხს არა მარტო მათემატიკაში და სხვა სასწავლო საგნებში, არამედ თითქმის ყველა დისციპლინაში, რომელსაც შემდგომში ისწავლიან. საქართველოს ყოველმხრივ და საფუძვლიანად შესწავლისთვის მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ ასეთი ამოცანების ჩართვა მათემატიკის გაკვეთილებზე უნდა დაიწყოს პირველი კლასიდან და მიზანმიმართულად გაგრძელდეს ყველა კლასში, კონკრეტული თემების გავლის დროს. ერთ გაკვეთილზე უნდა ამოვხსნათ ერთი ან არაუმეტეს ორი ასეთი შინაარსის ამოცანა, ხოლო საშინაო დავალებად მივცეთ მოსწავლეებს არაუმეტეს ერთი ამოცანა, რომელიც საკლასო მეცადინეობაზე განხილული ამოცანის მსგავსია, მაგრამ მისი სირთულე შედარებით ნაკლებია. ამავე დროს, მხოლოდ მასწავლებელმა უნდა გადაწყვიტოს რომელი თემის გავლისას, რა დოზით, რა შინაარსის, როგორი სირთულის ამოცანები ჩართოს სასწავლო პროცესში, რადგან ეს დამოკიდებულია კლასის ფსიქო-ფიზიოლოგიურ შესაძლებლობებზე, სასწავლო საგნებში მოსწავლეთა მომზადების დონეზე, ასაკობრივ განვითარებაზე და სხვ. მეთოდოლოგიურად მიზანშეწონილია განსახილავი ამოცანები დავალებით სირთულის მიხედვით. გაკვეთილებზე განვიხილოთ რთული ამოცანები, ხოლო საშინაო დავალებად ან/და დამოუკიდებელი მუშაობისათვის მოსწავლეებს მივცეთ შედარებით დაბალი სირთულის ამოცანები.

10. იმისათვის, რომ გაიზარდოს საქართველოს შესწავლით დაინტერესებული პირთა რიცხვი და ამოცა-

ნების სახეები, მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ განგვე-  
ხილა ამოცანების ამოხსნის სპეციალური მეთოდები  
და ხერხები. კერძოდ, განვიხილეთ არითმეტიკული  
და ალგებრული მეთოდები, ცდისა და შეცდომის მე-  
თოდი, ბოლოდან თავისკენ მეთოდი, ინდუქციის და  
დედუქციის მეთოდები, დირიხლეს პრინციპი, გან-  
ზოგადება და მისი გამოყენება, ანალიზისა და სინ-  
თეზის მეთოდები, ანალოგია და მისი გამოყენება,  
გრაფები და მათი გამოყენება, ნაშთების და გაყოფა-  
დობის გამოყენება, ინვარიანტების მეთოდი და სხვ.  
რითაც გავზარდეთ საქართველოს შესასწავლად გა-  
მოსაყენებელი ამოცანების სახეები, შენაარსი და ასე-  
თი ამოცანების ამოხსნით დაინტერესებულ პირთა  
რაოდენობა.

11. საქართველოს შესასწავლად მათემატიკური  
ამოცანების ჩართვა სასწავლო პროცესში წარმოდგე-  
ნილი მეთოდიკით მტკიცე ხიდს დებს დაწყებით კლას-  
ებში, საშუალო და უმაღლეს სკოლებში საგანთა სწავ-  
ლებას შორის. საგანთა სწავლება დაწყებით და საშუ-  
ალო სკოლებში დაუახლოვდება თანამედროვე მეცნი-  
ერებათა სწავლების სტილს და შინაარსს.

## გამოყენებული ლიტერატურა

1. გ. ბერძულიშვილი, გ. ბრეგაძე-საშუალო სკოლაში არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის ზოგიერთი მეთოდოლოგიური ასპექტი. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2021 წელი. 358 გვ.

2. გ. ბერძულიშვილი, გ. ბრეგაძე, გ. მარგველაშვილი-საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდოლოგია. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2019 წელი. 536 გვ.

3. გ. ბერძულიშვილი, ბ. ბაკურაძე-მათემატიკის სწავლების მეთოდოლოგია, I ნაწილი. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2019 წელი. 286 გვ.

4. გ. ბერძულიშვილი-სასკოლო და საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის მეთოდები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2018 წელი. 546 გვ.

5. გ. ბერძულიშვილი, გ. ბრეგაძე-მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სპეციალური ხერხების სწავლების მეთოდოლოგიური თავისებურებები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2015 წელი. 252 გვ.

6. გ. ბერძულიშვილი, გ. ბრეგაძე, თ. დოგრაშვილი, ი. გოგიბერიძე-საძიებო და საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანები დაწყებით კლასებში (I-VI კლასე-

ბი). აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2021 წელი. 232 გვ.

7.გ.ბერძულიშვილი, გ.ბრეგაძე–საოლიმპიადო მათემატიკური ამოცანები დაწყებით კლასებში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. თბილისი. 2016 წელი. 680 გვ.

8.გ.ბერძულიშვილი, გ.ბრეგაძე–საოლიმპიადო მათემატიკურ ამოცანათა ამოხსნის პრაქტიკული ჩვევების ფორმირება საშუალო სკოლაში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2017 წელი. 404 გვ.

9.გ.ბერძულიშვილი, გ.ბრეგაძე, ზოგიერთი მეთოდური ხასიათის შენიშვნა არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების შესახებ. საქართველოს მეცნიერების განვითარების ფონდის, ბათუმის შოთა რუსთაველის სახელობის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, შავი ზღვის საერთაშორისო უნივერსიტეტის, თბილისის ღია უნივერსიტეტის, განჯის სახელმწიფო უნივერსიტეტის (აზერბაიჯანი) და ზამან უნივერსიტეტის (კამბოჯა) მეორე საერთაშორისო-სამეცნიერო კონფერენციის შრომები. ბათუმი, 2012 წელი. გვ. 195-197.

10.გ.ბერძულიშვილი, გ.ბრეგაძე, ტექსტური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგიერთი მეთოდოლოგიური თავისებურების შესახებ (I ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012 წ. №1(42). გვ. 59-62.

11. გ. ბერძულიშვილი, გ. ბრეგაძე, ტექსტური ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგიერთი მეთოდიკური თავისებურებების შესახებ (II ნაწილი). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2012წ. №1(42). გვ. 63-66.

12. გ. ბერძულიშვილი, ი. გოგიბერიძე-მათემატიკისა და ბუნებისმეტყველების საგათაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები დაწყებით კლასებში. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის, ქუთაისის უნივერსიტეტის და საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის ერთობლივი სამეცნიერო-პრაქტიკული კონფერენცია მიძღვნილი პროფესორ ვალერიან ქელბაქიანის დაბადებიდან 80 წლისთავისადმი. ქუთაისი. 2013 წელი. გვ. 143-147.

13. გ. ბერძულიშვილი, ი. გოგიბერიძე, თ. დოგრაშვილი. საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე ამოცანები დაწყებით კლასებში და სასწავლო პროცესის მართვა. საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდის პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2013 წელი №3(47). გვ. 36-39.

14. ი. გოგიბერიძე-დაწყებით კლასებში საგანთაშორისი კავშირების მეთოდიკური ასპექტები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2014 წელი. 158 გვ.

15.ა.დოგრაშვილი-დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდთა. გამომცემლობა „განათლება“. თბილისი. 1998 წელი.

16.თ.დოგრაშვილი-უმცროსკლასელთა (I-III კლასები) აქტიური სწავლება განმავითარებელი და საგანთაშორისი კავშირების შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანებით. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2017 წელი. 664 გვ.

17.ეროვნული სასწავლო გეგმა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებისათვის. თბილისი, 2018 წელი.

18.თ.მორალიშვილი-ამოცანათა ამოხსნის ძიების სწავლება საშუალო სკოლაში. „განათლება“. თბილისი. 1991 წ. 128 გვ.

19. თ. მორალიშვილი, გ.ჯინჯიხაძე-არასტანდარტული ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის კურსის სწავლების პრაქტიკაში. იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“, №19, თბილისი, 2005, გვ. 46-54.

20.თ.მორალიშვილი, გ.ონიანი, გ.ჯინჯიხაძე-სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება დაწყებით და საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით. გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი, 2008 წელი.

21.ნ. ონიანი-სადინამე, გ.ბერძულიშვილი-დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასკოლო კურსში ამოცანების ამოხსნის ზოგიერთი სპეციალური ხერხი (ნაწილი I). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგა-

დოების განვითარების ფონდი, საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2017 წელი №1 (57). გვ. 79–82.

22. ნ.ონიანი–სადინაძე, გ.ბერძულიშვილი–დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასკოლო კურსში ამოცანების ამოხსნის ზოგიერთი სპეციალური ხერხი (ნაწილი II). საქართველოს მეცნიერებისა და საზოგადოების განვითარების ფონდი, საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. 2017 წ. №1 (57). გვ. 83–87.

23.სახელმწიფო საგანმანათლებლო სტანდარტი მათემატიკაში. საკანონმდებლო მაცნე. თბილისი. 2002 წელი.

24.ვ.ქელბაქიანი-მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა, ქუთაისი, 2001 წ.

25.ი.ჩხიკვაძე, გ.ბერძულიშვილი-განმავითარებელი და საძიებო ალგებრული ამოცანების ამოხსნის სწავლება საშუალო სკოლაში. I ნაწილი. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი. 2022 წელი. 320 გვ.

26.გ.ჯინჯიხაძე გ.-არასტანდარტული ამოცანა, როგორც მათემატიკის კურსის ამოცანათა სისტემის ელემენტი. იაკობ გოგებაშვილის სახელობის პედაგოგიკურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“, №19. თბილისი. 2005 წ.

27.გ.ჯინჯიხაძე-ცნებები ამოცანა და არასტანდარტული მათემატიკური ამოცანა თანამედროვე მეცნიერულ გამოკვლევებში. იაკობ გოგებაშვილის სახელო-

ბის პედაგოგიურ მეცნიერებათა ეროვნული ინსტიტუტის შრომების კრებული „საზრისი“ №18, თბილისი. 2005 წ.

28.ჯ. ჯინჯიხაძე-მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდика და ტექნოლოგია. გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი 2011 წელი. 853 გვ.

29. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для студентов физ.-мат. фак-ов пед.инст./В.А. Оганесян, Ю.М.Колягин и др.-4-е изд.-Просвещение, 1998. – 368с.

30.Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач: основные понятия, изучение и преподавание. Пер. с англ./Под ред. С. А. Яновской.-Москва. Наука, 1976.-448 с.

31.Пойа Д. Как решать задачу. Пер. с англ. В.Г. Звонаревой и Д.Н Белла; Под ред. Ю.М.Гайдука.- М., Учпедгиз, 1959.-207 с.

32.Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. Пер. с англ. И.А.Вайпштейна; Под ред. С.А. Яновской. 2-е изд., испр. Москва. Наука, 1975.-463 с.

33.Столяр А.А. Методы обучения математике: Учебное пособие для пединститутов/А.А.Столяр.-Минск: Народная асвета, 1981. 191 с.

34.Столяр А.А. Педагогика математики/А.А.Столяр.-3-е изд.-Минск: Вышэйшая школа, 1986.-158 с.

35.Чаплыгин В.Ф.-Нестандартные задачи. Некоторые методические аспекты. Ярославский педагогический вестник. 1998 №3 (15). стр. 96-104.

36. Ingrid Bohm, Jens Schneider. Productive Learning-An Educational Opportunity for Young People in Europe. Berlin, 2009.

37. Productive Learning in the Learning Workshops: Pilot Projects in Pecs, St. Petersburg, and Berlin Present Their Work. Berlin, 2011.

38. Learning mathematics. Q.E.Lapointe, N.A.Mead, J. M.Askew.-The International Assessment of Educational Progress, Educational Testing service,-2009.-158 p.

39. Mathematics. Cole W.L., Haubher M.A., Sparks J.M., W.G.Quast/Coordinating Author E.R.Duncan.- Boston: Houghton Mifflin Company, 2010.-486 p.

40. Ross Honsberger. More mathematical morsels.-The Mathematical association of America, 2011.-237 p.

41. Assessment Standards for School mathematics. Working Draft.-National Council of teachers of mathematics, 2008.-244 p.

42. Eisenmann, B. (2009) Curriculum vision and coherence Adapting curriculum to focus on authentic mathematics Mathematics Teacher, 103 (1), 70-75.

43. National Council of Teachers of Mathematics. Principles and standards for school mathematics Reston, VA: Author. Nowlin, D. 2007). Precision: The neglected part of the measurement standard. Mathematics Teacher, 100 (5), 356-360.

44. <http://problems.ru/>

45. <http://olympnew.ncfu.ru/>

46. <http://www.5egena5.ru/>

47. <http://rupark.com/>

48. <http://zaba.ru/>
49. <http://math4scool.ru>
50. <http://pikabu.ru/>
51. <http://nsportal.ru/>
52. <http://olehnik.ru/>
53. <http://ilib.mccme.ru/>
54. <http://matica.narod.ru/>
55. <http://lyamb-da.livejournal.com/>
56. <http://mmmf.msu.ru/>
57. <http://concurs.mziuri.ge>
58. <http://imedi.mziuri.ge>
59. <https://olympiads.mccme.ru/>

## სარჩევი

|                            |   |
|----------------------------|---|
| ავტორთა წინასიტყვაობა..... | 3 |
|----------------------------|---|

### I თავი

#### მათემატიკური ამოცანებით სწავლების თეორიული საფუძვლები დაწყებით კლასებში

|                                                                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| §1.1. მათემატიკური ამოცანები. მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლება დაწყებით კლასებში.....                                   | 4  |
| §1.2. მათემატიკური ამოცანებით სწავლება დაწყებით კლასებში.....                                                                    | 14 |
| §1.3. საქართველოზე ამოცანების ჩართვის აუცილებლობა დაწყებითი კლასების მათემატიკის გაკვეთილებზე.....                               | 23 |
| §1.4. მათემატიკური ამოცანებით საქართველოს შესწავლის მეთოდური თავისებურებები დაწყებით კლასებში.....                               | 27 |
| §1.5. საქართველოზე მათემატიკური ამოცანების ამოხსნისა და შედგენის ურთიერთკავშირში სწავლების ზოგიერთი მეთოდიკური თავისებურება..... | 38 |

### II თავი

#### საქართველოზე მათემატიკური ამოცანების სისტემების ამოხსნის ზოგიერთი მეთოდი და ხერხი

|                                                |     |
|------------------------------------------------|-----|
| §2.1. არითმეტიკული და ალგებრული მეთოდები.....  | 54  |
| §2.2. ცდისა და შეცდომის მეთოდი.....            | 63  |
| §2.3. ბოლოდან თავისკენ მეთოდი.....             | 68  |
| §2.4. ინდუქციის და დედუქციის მეთოდები.....     | 75  |
| §2.5. დირიხლეს პრინციპი.....                   | 97  |
| §2.6. განზოგადება და მისი გამოყენება.....      | 108 |
| §2.7. ანალიზისა და სინთეზის მეთოდები.....      | 116 |
| §2.8. ანალოგია და მისი გამოყენება.....         | 128 |
| §2.9. გრაფები და მათი გამოყენება.....          | 145 |
| §2.10. ნაშთების და გაყოფადობის გამოყენება..... | 167 |
| §2.11. ინვარიანტების მეთოდი.....               | 179 |

### III თავი

#### საქართველოზე მათემატიკური ამოცანების სისტემები და მათი შედგენა დაწყებით კლასებში

|                                                                                                                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| §3.1. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ეკოლო-<br>გიაზე, მის დაცვაზე და ასეთი ამოცანების სისტემა.....                                                             | 185 |
| §3.2. მათემატიკური ამოცანები საქართველოში ვაზზე და<br>მელვინეობაზე. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა.....                                                         | 207 |
| §3.3. მათემატიკური ამოცანები საქართველოში ტურიზ-<br>მზე, ტურისტულ მარშრუტებსა და ტურებზე. ასეთი ამო-<br>ცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის.....       | 220 |
| §3.4. მათემატიკური ამოცანები საქართველოში გავრცე-<br>ლებულ ფლორაზე, ფაუნაზე და მათ დაცვაზე. ასეთი ამო-<br>ცანების სისტემის შედგენა დაწყებით კლასებისათვის.....     | 234 |
| §3.5. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ეკონომი-<br>კაზე, ფინანსებზე, ვაჭრობაზე. ასეთი ამოცანების სისტე-<br>მები დაწყებითი კლასებისათვის.....                     | 242 |
| §3.6. მათემატიკური ამოცანები ქართული კულტურის გა-<br>საცნობად (ლიტერატურა, ქართული ზღაპრები, მითები,<br>ლეგენდები, კინოფილმები, მულტფილმები და სხვ.).....          | 300 |
| §3.7. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ფიზიკური<br>გეოგრაფიის და მისი კუთხეების გასაცნობად. ასეთი ამო-<br>ცანების სისტემის შედგენა .....                         | 318 |
| §3.8. მათემატიკური ამოცანები საქართველოს ისტორიის,<br>რელიგიის, სამხედრო საქმის, მეფეთა და მხედართმთავარ-<br>თა გასაცნობად. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა..... | 328 |
| §3.9. მათემატიკური ამოცანები ქართული ეთნოლოგი-<br>ური მემკვიდრეობის და სოფლის მეურნეობის გასაცნო-<br>ბად. ასეთი ამოცანების სისტემის შედგენა .....                  | 340 |
| §3.10. სხვადასხვა სახის ამოცანები, რომლებიც უკავშირ-<br>დება საქართველოში მედიცინას, სპორტს, კოსმოსს, ჯან-<br>საღ კვებას, ჰიგიენას და სხვ. ....                    | 352 |
| • დასკვნები და მეთოდური რეკომენდაციები.....                                                                                                                        | 365 |
| • გამოყენებული ლიტერატურა.....                                                                                                                                     | 374 |

ტირაჟი 600

დაიბეჭდა ი/მ მარიამ იოზაძის მიერ.  
ქ. ქუთაისი, ახალგაზრდობის გამზირი 25-ა  
ტელ.: 579 10 13 23; 599 18 20 98; 592 02 25 55