

საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი

ბიძინა აბესაძე

კომპოზიტური მასალების რეოლოგიური თვისებების
შესწავლა მოდელების თეორიის მიხედვით

მონოგრაფია

დამტკიცებულია საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტის
სარედაქციო საბჭოს მიერ

თბილისი

2025

Georgian Aviation University

Bidzina Abesadze

**Rheological Properties of Composite Materials in the
Framework of Model Theory**

Monograph

Approved by the Editorial Board of the Georgian Aviation University

**Tbilisi
2025**

UDC (უკ) 678

ა-159

მონოგრაფია შესაძლებელია გამოყენებული იქნეს ბაკალავრიატის მაგისტრატურის ან დოქტორანტურის სტუდენტებისთვის დამხმარე სახელმძღვანელოდ კომპოზიტური მასალების მექანიკის შესწავლისას.

ავტორი: აკადემიური დოქტორი, მექანიკის ინჟინერიასა

და ტექნოლოგიებში, პროფესორი

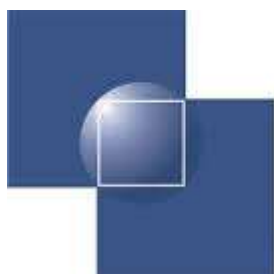
ბიძინა აბესაძე

რეცენზენტები: 1. ტ.მ.დ. პროფესორი

გელა ყიფიანი

2. ასოც. პროფესორი

რობერტ ხაჩიძე



შოთა რუსთაველის საქართველოს
ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE
FOUNDATION OF GEORGIA

მადლიერება: კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით [YS-23-796, კომპოზიტური სივრცითი კონსტრუქციების გაანგარიშების ახალი მეთოდი, ალგორითმი და პროგრამა].

ISBN 978-9941-8-8366-8

© ბიძინა აბესაძე

2025 წ.

გამომცემლობა: შპს „Printer.ge“

2025 წ.

თბილისი, ს. ჩიქოვანის ქ. №30, ტელ: (32) 2478668, ელ-ფოსტა: info@printer.ge

შინაარსი:

წინასიტყვაობა	6
Preface	8
შესავალი.....	10
თავი 1. კომპოზიტური მასალების დახასიათება.....	13
1.1 თანამედროვე კომპოზიტების სპეციფიკურობა და მათი არაერთგვაროვნება	13
1.2 საფრენი აპარატების დაპროექტება კომპოზიტური მასალების გამოყენებით	14
1.3 საფრენ აპარატებში კომპოზიტური მასალების გამოყენების მაგალითები ...	15
1.4 საფრენი აპარატის კონსტრუქციაზე მოქმედი დატვირთვები	18
1.5 საფრენი აპარატის კონსტრუქციული ელემენტების პროექტირება და დაშვებები	19
1.6. კომპოზიტური მასალების სიმტკიცე და სიხისტე	20
1.7 კომპოზიტური მასალების თვისებების აღწერა	22
თავი 2. მოდელების თეორია. კომპოზიტური მასალების რეოლოგიური თვისებების აღწერა.....	24
2.1 მოდელების თეორია. მოდელის შემადგენელი ელემენტები.....	24
2.2 მარტივი მოდელები.....	26
2.3 სამეღეღმენტოანი განზოგადებული მოდელები.....	33
2.4 ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი განზოგადებული მოდელები.....	36
2.5. ოთხელემენტოანი განზოგადებული მოდელები ორი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით.....	43
2.6. დრეკად-ბლანტი სხეულების თვისებების აღმწერი ოთხელემენტოანი განზოგადებული მოდელების შედარებითი ანალიზი	48
2.7 ხუთელემენტოანი მოდელი სამი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით....	52
2.8 ხუთელემენტოანი მოდელები ხახუნის ელემენტით	54
თავი 3. მოდელების თეორიის გამოყენებით სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტა	56
3.1 სუფთა ღუნვის ამოცანა კომპოზიტური ღეროს შემთხვევაში, ოთხელემენტოანი მოდელის საფუძველზე.....	56
3.2. დროის მიხედვით წრფივი დატვირთვის და დეფორმაციის შესაბამისი დინამიკური ამოცანა სამეღეღმენტოანი განზოგადებული მოდელისთვის	60
3.3. ოთხელემენტოანი განზოგადებული მოდელით აღწერილი კომპოზიტური სხეულის დინამიკური დატვირთვის ამოცანა	64

3.4. ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე სამელემენტური მოდელების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდისა და ანალიზი	68
3.5 „უმცირეს კვადრატთა მეთოდის“ გამოყენება	71
3.6 ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე ხუთელემენტური მოდელების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდისა	74
3.7 ძაბვების რელაქსაციის პროცესის ექსპერიმენტული კვლევა:	79
3.8 პოლიმერული კომპოზიტური მასალის გრებიითი დეფორმაციის აღწერა ხუთელემენტური მოდელების გამოყენებით	81
შეჯამება.....	87
ლიტერატურა.....	89

წინასიტყვაობა

თანამედროვე საინჟინრო პრაქტიკაში კომპოზიტური მასალები სულ უფრო ფართოდ იკავებენ წამყვან ადგილს, ავიაციის, კოსმოსური ტექნიკის, ტრანსპორტის, ენერგეტიკისა და მანქანათმშენებლობის სხვადასხვა მიმართულებაში. მათი გამოყენება განპირობებულია თვისებების უნიკალური კომბინაციით: მაღალი ხვედრითი სიმტკიცითა და სიხისტით, მასის მნიშვნელოვანი შემცირების შესაძლებლობით, კონსტრუქციული ფორმების თავისუფალი მოდელირებითა და საექსპლუატაციო მახასიათებლების წინასწარ განსაზღვრული მართვის შესაძლებლობით. ეს უპირატესობები განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია საფრენი აპარატების კონსტრუქციებისთვის, სადაც მასისა და სიმტკიცის ოპტიმალური თანაფარდობა პირდაპირ განსაზღვრავს მათ საფრენოსნო და ეკონომიკურ ეფექტიანობას.

კომპოზიტური მასალების ფართო დანერგვასთან ერთად მკვეთრად გამოიკვეთა მათი მექანიკური ქცევის კვლევის სირთულე, რაც არსებითად განსხვავდება ტრადიციული მეტალური მასალებისთვის დამახასიათებელი კანონზომიერებებისგან. პოლიმერულ მატრიცაზე დაფუძნებული ბოჭკოვანი კომპოზიტები, როგორც წესი, ხასიათდება ანიზოტროპიით, სტრუქტურული არაერთგვაროვნებით და დროზე დამოკიდებული დეფორმაციული პროცესებით. ამგვარ მასალებში ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის კავშირი მხოლოდ მყისიერი დატვირთვით არ შემოიფარგლება და მნიშვნელოვან როლს ასრულებს დროის ფაქტორი, რაც ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენებში ვლინდება.

აღნიშნული თავისებურებების გამო, კომპოზიტური მასალების ანალიზი კლასიკური „მასალათა გამძლეობის“ ჩარჩოებში ხშირად არ იძლევა დამაკმაყოფილებელ შედეგებს. პრაქტიკა ცხადყოფს, რომ მცირე ძაბვების არეშიც კი მრავალი კომპოზიტური მასალისთვის წრფივი დეფორმირების დიაპაზონი შეზღუდულია, ხოლო არაწრფივი ეფექტების უგულებელყოფამ შეიძლება გამოიწვიოს კონსტრუქციის არასრულყოფილი დაპროექტება და ექსპლუატაციისას არასასურველი შედეგები. შესაბამისად, განსაკუთრებულ მნიშვნელობას იძენს ისეთი თეორიული მიდგომების განვითარება, რომლებიც ადეკვატურად აღწერს დრეკად-ბლანტი მასალების რეალურ ქცევას.

წარმოდგენილი მონოგრაფია ეძღვნება კომპოზიტური მასალების რეოლოგიური თვისებების კვლევას მოდელების თეორიის საფუძველზე. ნაშრომში განხილულია დრეკადი და ბლანტი ელემენტების სხვადასხვა კომბინაციით აგებული მექანიკური მოდელები, რომელთა საშუალებით შესაძლებელია კომპოზიტების დეფორმაციის პროცესების, ცოცვადობისა და რელაქსაციის, როგორც თვისობრივი, ისე რაოდენობრივი აღწერა.

განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა მაქსველის, კელვინ-ჟოიხტისა და მათი განზოგადებული სამ, ოთხ და ხუთელემენტიანი მოდელების ანალიზს, მათი კლასიფიკაციისა და გამოყენების შესაძლებლობების შეფასებას.

მონოგრაფიაში წარმოდგენილი თეორიული კვლევა ემყარება რეოლოგიური დიფერენციალური განტოლებების გამოყენებასა და მათ ამოხსნას სპეციფიკურ სასაზღვრო პირობებში. ნაჩვენებია, რომ ელემენტების რაოდენობის ზრდა მოდელში, ერთი მხრივ, ზრდის მათემატიკური აპარატის სირთულეს, თუმცა, მეორე მხრივ, იძლევა ექსპერიმენტულ მონაცემებთან გაცილებით უკეთესი შეთავსების შესაძლებლობას. ამ თვალსაზრისით, ოთხ და ხუთელემენტიანი განზოგადებული მოდელები წარმოადგენს მნიშვნელოვან ინსტრუმენტს კომპოზიტური მასალების დროზე დამოკიდებული მექანიკური ქცევის ადეკვატური აღწერისთვის.

ნაშრომის შინაარსი აგებულია ლოგიკური თანმიმდევრობით, კომპოზიტური მასალების ზოგადი დახასიათებიდან და მათი გამოყენების პრაქტიკული მაგალითებიდან, რეოლოგიური მოდელების დეტალურ თეორიულ ანალიზამდე და საინჟინრო გაანგარიშებებში მათი გამოყენების შესაძლებლობების განხილვამდე. განსაკუთრებული აქცენტი კეთდება საავიაციო კონსტრუქციებზე, სადაც კომპოზიტური თხელკედლიანი სივრცითი ელემენტები მუშაობენ რთულ, დროზე დამოკიდებულ დატვირთვებზე და მათი სანდოობის უზრუნველყოფა პირდაპირ კავშირშია გამოყენებული მოდელების სიზუსტესთან.

მონოგრაფია განკუთვნილია ინჟინრების, მკვლევარებისა და უმაღლესი საფეხურის სტუდენტებისთვის, რომლებიც მუშაობენ კომპოზიტური მასალების მექანიკის, საავიაციო კონსტრუქციების პროექტირებისა და რეოლოგიური მოდელირების სფეროში. ნაშრომი შეიძლება გამოყენებულ იქნეს როგორც სასწავლო-მეთოდური მასალა ბაკალავრიატის, მაგისტრატურისა და დოქტორანტურის საფეხურებზე, ასევე პრაქტიკული სახელმძღვანელო სპეციალისტებისთვის, რომლებიც დაკავებულნი არიან კომპოზიტური კონსტრუქციების ანალიზითა და დაპროექტებით.

წინამდებარე კვლევა განხორციელდა შოთა რუსთაველის საქართველოს ეროვნული სამეცნიერო ფონდის მხარდაჭერით და ასახავს ავტორის მრავალწლიანი თეორიული და პრაქტიკული საქმიანობის შედეგებს. არის მოლოდინი, რომ მონოგრაფიაში წარმოდგენილი მიდგომები და დასკვნები ხელს შეუწყობს კომპოზიტური მასალების მექანიკის შემდგომ განვითარებას და მათი გამოყენების ეფექტიანობის ზრდას თანამედროვე საინჟინრო პრაქტიკაში.

Preface

In contemporary engineering practice, composite materials are increasingly assuming a leading role across a wide range of fields, including aviation, aerospace engineering, transportation, energy systems, and mechanical engineering. Their widespread adoption is driven by a unique combination of properties, such as high specific strength and stiffness, significant potential for weight reduction, freedom in structural form design, and the ability to purposefully tailor operational characteristics. These advantages are particularly critical for aircraft structures, where an optimal balance between mass and strength directly determines flight performance and economic efficiency.

Along with the extensive implementation of composite materials, the complexity of studying their mechanical behavior has become increasingly evident, as it differs fundamentally from the laws governing traditional metallic materials. Fiber-reinforced composites with polymer matrices are typically characterized by anisotropy, structural heterogeneity, and time-dependent deformation processes. In such materials, the relationship between stresses and strains is not limited to instantaneous loading conditions; instead, the time factor plays a significant role, manifesting itself in creep and relaxation phenomena.

Due to these characteristics, the analysis of composite materials within the framework of classical “strength of materials” often fails to yield satisfactory results. Practical experience demonstrates that even in the low-stress regime, the range of linear deformation for many composites is limited, and neglecting nonlinear effects may lead to uneconomical structural designs or undesirable outcomes during operation. Consequently, the development of theoretical approaches that adequately describe the actual behavior of viscoelastic materials becomes particularly important.

The present monograph is devoted to the investigation of the rheological properties of composite materials based on the theory of mechanical models. The work examines mechanical models constructed from various combinations of elastic and viscous elements, which enable both qualitative and quantitative descriptions of deformation processes, creep, and relaxation in composites. Special attention is given to the analysis of the Maxwell and Kelvin–Voigt models, as well as their generalized three-, four-, and five-element extensions, including their classification and assessment of applicability.

The theoretical research presented in this monograph is grounded in the derivation and solution of rheological differential equations under specific boundary conditions. It is shown that increasing the number of elements in a model, on the one hand, leads to greater mathematical complexity, while on the other hand, provides significantly improved agreement with experimental data. From this perspective, generalized four- and five-element models represent an important tool for the adequate description of the time-dependent mechanical behavior of composite materials.

The content of the monograph is structured in a logical sequence, progressing from a general characterization of composite materials and practical examples of their

application to a detailed theoretical analysis of rheological models and a discussion of their use in engineering calculations. Particular emphasis is placed on aerospace structures, where composite thin-walled spatial elements are subjected to complex, time-dependent loads, and where ensuring reliability is directly linked to the accuracy of the models employed.

This monograph is intended for engineers, researchers, and advanced-level students engaged in the mechanics of composite materials, the design of aerospace structures, and rheological modeling. It may be used as an educational and methodological resource at the undergraduate, master's, and doctoral levels, as well as a practical reference for specialists involved in the analysis and design of composite structures.

The present research was carried out with the support of the Shota Rustaveli National Science Foundation of Georgia and reflects the results of the author's many years of theoretical and practical work. It is expected that the approaches and conclusions presented in this monograph will contribute to the further development of composite materials mechanics and to the increased efficiency of their application in modern engineering practice.

შესავალი

მრავალფენიანი თხელკედლიანი კონსტრუქციები ფართოდ გამოიყენება საავიაციო და აეროკოსმოსურ დარგებში, რაკეტების მშენებლობაში, სატრანსპორტო, ქიმიურ, ენერგეტიკულ, მანქანათმშენებლობასა და ტექნიკის სხვა დარგებში. საფრენ აპარატებში მათი გამოყენება კონსტრუქციების სიმტკიცის გაზრდითა და წონის საგრძნობი შემცირების აუცილებლობითაა გამოწვეული. რიგ შემთხვევებში ეს ბგერითი, თბო- და ვიბროსაიზოლაციო მოთხოვნების უზრუნველყოფითაა განპირობებული. ამ აუცილებელი თავისებურებების ერთობლიობა უზრუნველყოფილია მრავალფენიანი კონსტრუქციების ცალკეული ფენებისთვის სხვადასხვა სახის მასალების გამოყენებით. მზიდი ფენებისთვის გამოიყენება კომპოზიციური მასალები.

მასის პრობლემა მუდმივად ასტიმულირებს საავიაციო ტექნოლოგიების განვითარებას გაუმჯობესებული მასალების მიღების, ახალი კონსტრუქციული კონცეფციის, კონსტრუქციების მუშაობის უფრო მეტად სრულყოფილად აღქმის და ანალიზის მიმართულებით. მასალის შერჩევა და კონსტრუქციის პროექტირება უნდა წარიმართოს არამარტო მექანიკური თვისებების ანალიზის ან კონსტრუქციული ფუნქციის მიხედვით, ასევე საექსპლუატაციო მახასიათებლების და ღირებულების აუცილებელი გათვალისწინებით.

საფრენი აპარატების პროექტირება წარმოებს ისე, რომ მოცემული მოთხოვნების დაკმაყოფილების გარდა გარანტირებული იყოს აუცილებელი საფრენოსნო ხარისხი, მოცემული სასარგებლო დატვირთვის, ფრენის სიშორის, კრეისერული სიჩქარის, ფრენის სიმაღლის გათვალისწინებით. თანაბარ პირობებში საუკეთესოა ყველაზე მცირე მასის მქონე კონსტრუქცია. აქედან გამომდინარეობს მარტივი დასკვნა, რომ თვითმფრინავი, რომელიც დამზადებულია მსუბუქი მასალისგან, იქნება ყველაზე ეფექტური. ეს დასკვნა უპირველეს ყოვლისა ეხება კომპოზიციურ მასალებს [20].

მასალის სიმტკიცე და დრეკადობის მოდული განსაზღვრავს გარსული კონსტრუქციის ქცევას. ეს სწორედ ის მახასიათებლებია რომლის სიდიდეც მნიშვნელოვნად შეიძლება გაიზარდოს კომპოზიციური მასალების გამოყენების შემთხვევაში.

ტექნიკის სხვა დარგებში პოლიმერული მასალების გამოყენების პრაქტიკა, ცხადყოფს რომ მეტალებისაგან განსხვავებით, მათთან მუშაობა ქმნის ნაკლებ სირთულეს გარემო პირობების გავლენებთან მიმართებაში. ასევე, კომპოზიციური მასალების და კონსტრუქციების ლაბორატორიულმა კვლევამ დაადასტურა, რომ შესაძლებელია მნიშვნელოვნად გაიზარდოს დადლილობის

სიმტკიცე და რღვევისადმი წინააღმდეგობა ასეთი კომბინირებული მასალების სისტემების გამოყენებით.

საავიაციო ტექნიკის მიმართულებით ფართო გამოყენება აქვს „ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი“ ტიპის კომპოზიციურ მასალებს, რაც უპირატესად გამოწვეულია იმით, რომ უშუალოდ ხდება კონკრეტული გეომეტრიული პარამეტრების მქონე (რთული ფორმის ზედაპირები) კონსტრუქციის დამზადება. ლითონებისგან განსხვავებით, აღარ არის საჭირო რაიმე შუალედური, ნახევარფაბრიკატის ფორმის ნამზადების არსებობა, რომელთა შემდგომი რთული ტექნოლოგიური დამუშავების გზით მიიღწეოდა სასურველი ფორმის კონსტრუქციის მიღება. გარდა ამისა, საკმაოდ დაბალია მათი ხვედრითი წონა. ასევე შესაძლებელია დამზადდეს კონკრეტული სიმტკიცის მახასიათებლების მქონე კონსტრუქცია უშუალოდ შემადგენელი ბოჭკოების მასალის, მათი ორიენტაციის, დამზადების ტექნოლოგიის და სხვა შერჩევის გზით.

კომპოზიციური მასალების გამოყენება კონსტრუქტორისგან მოითხოვს ორი გარემოების გათვალისწინებას: პირველი არის ის, რომ თვითონ კონსტრუქცია ხდება გაცილებით რთული, რადგან აუცილებელია მთლიანობაში გათვალისწინებული იქნას მასალის ფენებში ბოჭკოების მიმართულება და მასთან დაკავშირებული თვისებების ცვლილება. მეორეს მხრივ, შესაძლოა გამოყენებული იქნას აეროდინამიკული მახასიათებლების (აეროდინამიკული პროფილი, ზედაპირის სისუფთავე, გაბარიტული პარამეტრების თანაფარდობა) გაუმჯობესების მრავალი კონსტრუქციული გადაწყვეტა. ეს მოითხოვს კონსტრუქტორისგან მრავალმხრივ ტექნიკურ ცოდნას და ინოვაციურ აზროვნებას, რაც მნიშვნელოვანია პერსპექტიული საფრენი აპარატების დაპროექტებისთვის. გარდა ამისა, კომპოზიციური მასალები საშუალებას იძლევა შემცირდეს თვითმფრინავის, როგორც წარმოების, ასევე ექსპლუატაციის ღირებულება და გაიზარდოს მისი საიმედოობა. ახალი კონსტრუქციული იდეები, კომპოზიციური მასალების გამოყენებით, საშუალებას იძლევა მნიშვნელოვნად გაუმჯობესდეს თვითმფრინავის საფრენოსნო მახასიათებლები [20].

კომპოზიციური სხეული თავისთავად გულისხმობს იმას, რომ ის სხვადასხვა თვისებების მქონე სხეულთა ნაერთს - კომპოზიციას წარმოადგენს, რომელსაც მთლიანობაში გააჩნია ისეთი ახალი თვისება, რაც მასში შემავალი ცალკე აღებული სხეულების თვისებებისგან განსხვავდება [8]. იმისათვის, რომ შეიქმნას ისეთი კომპოზიციური სხეული, რომელსაც მუშაობის პირობების მიხედვით წინასწარ მოცემული თვისებების მქონე მექანიკური მახასიათებლები ექნება, ტექნიკურად რთული ამოცანაა და მისი გადაწყვეტა მრავალ ფაქტორთან არის დაკავშირებული. კერძოდ, ნაკლებად არის

შესწავლილი დეფორმაციული და სიმტკიცის თვისებები დროის ფაქტორის გათვალისწინებით, პროექტირებისა და გაანგარიშების სრულყოფილი მეთოდების არარსებობა და სხვა ფაქტორები, რომლებიც ამუხრუჭებენ პრაქტიკაში კომპოზიციური სხეულების ფართო დანერგვას. ამის მიუხედავად, დღეის მდგომარეობით, მაინც მიღწეულია უაღრესად მნიშვნელოვანი შედეგები.

„ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი“ ტიპის კომპოზიციური მასალების ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის კავშირი შეიცავს დროის ფაქტორსაც, ანუ მათი დეფორმაცია, გარდა ძაბვებისა, დამოკიდებულია დროზეც. ასეთ სხეულებს ზოგადად დრეკად-ბლანტ სხეულებს უწოდებენ. მცირე ძაბვების შემთხვევაში, ბლანტი დრეკადობის თეორიის პრინციპების გამოყენებით, დამაკმაყოფილებელ შედეგებს იძლევა დეფორმაციის წრფივი მიახლოება, მაგრამ ზოგიერთი კომპოზიციური სხეულისთვის წრფივი დეფორმირების არე ძალიან ვიწროა და ასეთი მასალის გამოყენება კონსტრუქციაში არაეკონომიურია. ეს კი ბიძგის მიმცემია იმისა, რომ აუცილებელია შემუშავდეს კომპოზიციური მასალებისთვის დეფორმირების არაწრფივი თეორია.

დაზუსტებისთვის, საჭიროა განიმარტოს, რომ პოლიმერულ კომპოზიციურ მასალებს არ გააჩნია „მასალათა გამძლეობა“, ამიტომ ყოველი კონკრეტული ნიმუში ინდივიდუალურად უნდა იქნას შესწავლილი [8].

თავი 1. კომპოზიტური მასალების დახასიათება

1.1 თანამედროვე კომპოზიტების სპეციფიკურობა და მათი არაერთგვაროვნება

კომპოზიტების კვლევის პროცესში მათი ანიზოტროპია და არადრეკადობა მოითხოვს ისეთი თეორიების ჩამოყალიბებას, რომელიც უფრო დამახასიათებელია მასალისთვის, ვიდრე დრეკადობის თეორია და ანიზოტროპული ტანის რეოლოგია, რომელიც ითვალისწინებს მასალის სტრუქტურას. სიძნელეები, რომელიც ამ გზაზე დგას, აშკარაა. ამიტომ აუცილებელია ამ საკითხისადმი ინჟინრული მიდგომა. მოდელის სიღრმე უნდა შეესაბამებოდეს კომპოზიტის ზუსტ თვისებებს მასალებთან ურთიერთქმედებისას [15]. ამასთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს ა.გ. სკუდროს და ფ. ბულავსის შრომები არმირებული ფირფიტის სტრუქტურის თეორიაზე [87].

როცა არმირებული ბოჭკოს ტრაექტორია და მთავარი ძაბვები არ ემთხვევა ერთმანეთს, არსებითია მასალის სიბლანტის მახასიათებელი. აღსანიშნავია, რომ პოლიმერული მატრიცები კომპოზიტებს ძლიერ მგრძნობიარეს ხდის ძალების, ტემპერატურის, დამზადების ტექნოლოგიის და ექსპლუატაციის რეჟიმის მიმართ. რიგ შემთხვევებში, კომპოზიტების ტექნოლოგიური უპირატესობა, განსაკუთრებით ოპტიმიზაციის ანალიზური მეთოდით გადაწყვეტისას, იყო ზედმეტად გაზრდილი.

კომპოზიტური კონსტრუქციების პროექტირებისას საგრძნობლად დიდ როლს ასრულებს ტექნოლოგიური შეზღუდვები, ვიდრე მეტალისაგან დამზადებული კონსტრუქციებისთვის. განსაკუთრებით მგრძნობიარეა ისეთი პარამეტრები, როგორიცაა ფენებშორისი ძვრის წინაღობა და განივი მოწყვეტა.

ბოლო დროს დიდი ყურადღება ექცევა რღვევის პრობლემას, მათ შორის, კომპოზიტების ნგრევის სპეციფიკურ სახეებს, ისეთი როგორიცაა განშრევა და აშრევა, ბოჭკოების რღვევა მატრიცაში და სხვა. შემოთავაზებულია მყიფე მასალის რღვევის მოდელი, როცა მასზე ხანგრძლივად მოქმედი დატვირთვების გამო ჩნდება ბზარები, რომელიც იზრდება დროში და ხდება გახლეჩა. ბზარების განვითარების პროცესის აღწერისთვის შემოიტანება დაზიანების პარამეტრები. გამოყენებული იდეა გახდა ნაყოფიერი ცოცვადობის სტრუქტურული თეორიისა და არმირებული ფირფიტის ხანგრძლივი სიმტკიცის განვითარების საქმეში.

კომპოზიტების მექანიკური თვისებები მეტალებისგან განსხვავებით, მრავალი ექსპერიმენტული მუდმივით ხასიათდება. მათი გამოთვლა დაკავშირებულია არსებულ მეთოდურ სიძნელეებთან. პრაქტიკაში ცნობილია

მრავალი სხვადასხვა ფორმა, ზომა და ნიმუშის დამზადების ტექნოლოგიები, ექსპერიმენტის მეთოდოლოგია. ყოველივე ამას მივყავართ შედეგების შეუჯერებლობასთან და კომპოზიტებზე, როგორც კონსტრუქციულ მასალებზე, იქმნება ურთიერთსაწინააღმდეგო აზრები. მექანიკური გამოცდებისადმი რეალური მიდგომა მოითხოვს გარკვეული მახასიათებლების რიცხვის მკაფიო რეგლამირებას, კომპოზიტების სიმტკიცისა და სიხისტის მეთოდების დადგენას. ყოველივე ეს აძლიერებს არსებული მეთოდების შეფასებისა და განზოგადების კრიტიკულ მიდგომას. მსოფლიო მიღწევების გათვალისწინებით, ყველაზე პერსპექტიული გამოცდის მეთოდები თანამედროვე ბოჭკოვანი კომპოზიტებისა გაჭიმვაზე, კუმშვაზე, ძვრასა და ღუნვაზე ბრტყელ და წრიულ ნიმუშებზე ამოკრებილი და განხილულია [94] ლიტერატურაში. კვლევის მეთოდები და სხვადასხვა კლასის კომპოზიტების საფუძვლიანი გამოყენების სფერო ემყარება მდიდრულ რეალურ მასალას.

1.2 საფრენი აპარატების დაპროექტება კომპოზიტური მასალების გამოყენებით

კონსტრუქტორების ყურადღების ცენტრში დგას საფრენი აპარატების საფრენოსნო მახასიათებლების: სიჩქარე, მასა, სიმძლავრე და ა.შ. სრულყოფა. მაგრამ ამის გამო არ შეიძლება სხვა პარამეტრების უგულებელყოფა, რომელიც განსაზღვრავს თვითმფრინავის სამომხმარებლო ხარისხს, როგორიცაა ხარჯების შემცირება დამზადებასა და ექსპლუატაციისას, უსაფრთხოების გაზრდაზე, საფრენი მახასიათებლების გაუმჯობესებაზე. რამდენიმე მათგანი შეიძლება განსაზღვროს ქვესისტემების, მასალების და ა.შ. ოპტიმალურმა შერჩევამ. ამასთან დაკავშირებით კონსტრუქტორმა სიღრმისეულად უნდა იცოდეს საექსპლუატაციო მოთხოვნები და ასევე მასალების სამომსახურებლო თვისებები, რომელსაც ის აირჩევს და კონსტრუქციის გეომეტრია.

თვითმფრინავის დაპროექტებისას კომპოზიტური მასალების გამოყენების დროს აუცილებელია ახლებური მიდგომა. ამის გამო იშლება კონსტრუქტორსა და მასალათმცოდნეს შორის გავლებული საზღვარი. კონსტრუქტორს შეუძლია გამოიყენოს კომპოზიტური მასალების ანიზოტროპია. კონკრეტული კვანძის ან აგრეგატის დამზადებისას ის მიაღწევს ოპტიმალურ რეზულტატებს ბოჭკოების მიმართულების ვარირებით და ამ გზით, დააპროექტებს მასალას ისევე როგორც კონსტრუქციას. როგორც აღინიშნა, ამ საქმეში კონსტრუქტორმა უნდა განსაზღვროს კვანძის ან აგრეგატის არამარტო გარე, არამედ შიდა კონსტრუქცია. ეს პროცესი კი

განსხვავდება ტრადიციული მეთოდებისგან, რომელიც გამოიყენება მეტალებთან მიმართებაში.

კომპოზიტური მასალების გამოყენება კონსტრუქტორისგან მოითხოვს ორი გარემოების გათვალისწინებას: პირველი არის ის, რომ თვითონ საფრენი აპარატის კონსტრუირება ხდება გაცილებით რთული, რადგან აუცილებელია მთლიანობაში გათვალისწინებული იქნას მასალის ფენებში ბოჭკოების მიმართულება და მასთან დაკავშირებული თვისებების ცვლილება. მეორეს მხრივ, შესაძლოა გამოყენებული იქნას აეროდინამიკული მახასიათებლების (აეროდინამიკული პროფილი, ზედაპირის სისუფთავე, გაბარიტული პარამეტრების თანაფარდობა) გაუმჯობესების მრავალი კონსტრუქციული გადაწყვეტა. ეს მოითხოვს კონსტრუქტორისგან მრავალმხრივ ტექნიკურ ცოდნას და ინოვაციურ აზროვნებას, რაც მნიშვნელოვანია პერსპექტიული საფრენი აპარატების დაპროექტებისთვის. გარდა ამისა, კომპოზიტური მასალები საშუალებას იძლევა შემცირდეს თვითმფრინავის როგორც წარმოების ასევე ექსპლუატაციის ღირებულება და გაიზარდოს მისი საიმედოობა. ახალი კონსტრუქციული იდეები, კომპოზიტური მასალების გამოყენებით, მნიშვნელოვნად გააუმჯობესებს თვითმფრინავის საფრენოსნო მახასიათებლებს.

1.3 საფრენ აპარატებში კომპოზიტური მასალების გამოყენების მაგალითები

მინაპლასტები წარმოადგენს ყველაზე ადრეულ და ავიაციაში ხშირად გამოყენებად კომპოზიტურ მასალას. პირველად მათი გამოყენება მოხდა 40-იან წლებში, საავიაციო სარადარო მოწყობილობების დამზადებისას სამხედრო თვითმფრინავებზე, როცა საჭირო გახდა ისეთი მასალების არსებობა, რომელიც უზრუნველყოფდა აეროდინამიკური წინააღობის შემცირებას და ამავე დროს ექნებოდა დაბალი რადიოსიხშირული გაბნევა. ამ ტიპის ადრეულ კონსტრუქციებში იყენებდნენ მინის ქსოვილებს პოლიეთერული მაკავშირებლებით. თანამედროვე ამრეკლებში იყენებენ არაქსოვილურ შემავსებელზე და ეპოქსიდურ ფისებზე დაფუძნებულ მინაპლასტებს.

თავის მხრივ ამრეკლი წარმოადგენს მეორეხარისხოვან კონსტრუქციას, რადგანაც ის არ იღებს თვითმფრინავზე მოქმედ დატვირთვებს. მინაპლასტების გამოყენების სხვა მაგალითად გამოდგება თვითმფრინავის უკანა ნაწილები, ფრთის დაბოლოებები და სხვა ელემენტები [18]. თანამედროვეობაში მნიშვნელოვნად დაიხვეწა, უშუალოდ ადგილზე, კომპოზიტური მასალებისგან მსხვილმაშტანიანი დეტალების წარმოების ტექნოლოგია, რაც საშუალებას

იძლევა დამზადდეს არა მარტო მცირე ზომის მეორეხარისხოვანი, არამედ დიდი ზომის მნიშვნელოვანი დეტალები, მათ შორის ძალური კონსტრუქციები.

სურ. 1.3.1-ზე მოცემულია მინაპლასტისგან დამზადებული თვითმფრინავის დეტალების რამდენიმე მაგალითი.

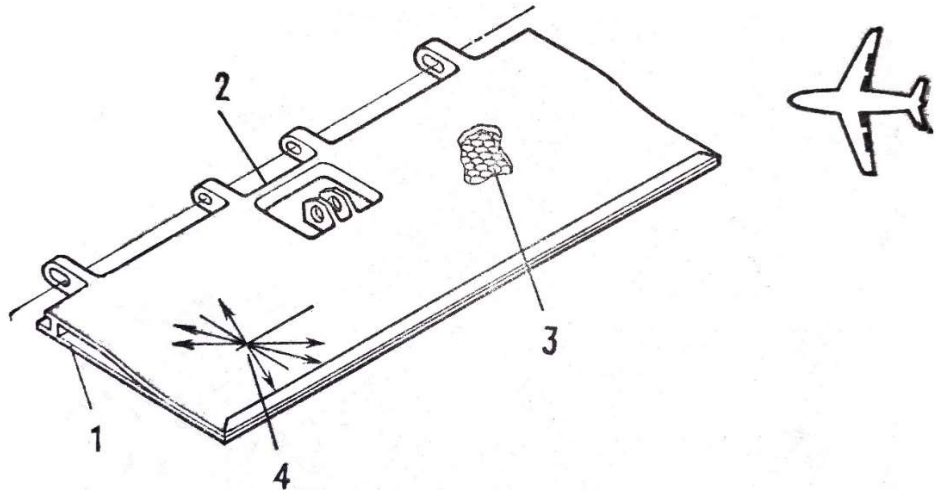


სურ. 1.3.1 მინაპლასტისგან დამზადებული თვითმფრინავის დეტალები

რაც შეეხება ბორო და ნახშირპლასტებს ისინი თავდაპირველად გამოყენებული იყო სამხედრო აპარატების აგრეგატების დასამზადებლად. ტექნოლოგიების განვითარებასთან ერთად, დღესდღეობით სულ უფრო დიდი რაოდენობით ხდება მათი გამოყენება საავიაციო მრეწველობაში (როგორც სამხედრო, ასევე სამოქალაქო). ასეთი მასალების გამოყენება იძლევა 25%-იან ეკონომიას მასაში, ანალოგიური, სრულად მეტალური, ალუმინის კონსტრუქციის გამოყენებასთან შედარებით [32].

სურ. 1.3.2-ზე გამოსახულია „ბოინგ 737“ თვითმფრინავის ექსპერიმენტული ინტერცეპტორი, რომელიც დამზადებულია ეპოქსიდური

ნახშირპლასტისგან. ეს არის კონსტრუქციაში მასალის სტრუქტურის ოპტიმიზაციის მეთოდის გამოყენების კარგი მაგალითი.



სურ. 1.3.2 „ბოინგ 737“ თვითმფრინავის ექსპერიმენტული ინტერცეპტორი. 1-მინაპლასტის ნერვიურა; 2-ალუმინის ფიტინგი და ლონჟერონი; 3-ალუმინის ფიჭური შემავსებელი; 4-ზედა და ქვედა შემონაკერი - ჯვარედინარმირებული ეპოქსიდური ნახშირპლასტი

მოცემულ შემთხვევაში, ეპოქსიდური ნახშირპლასტი გამოყენებულია ინტერცეპტორის ზედა და ქვედა შემონაკერისთვის, ლონჟერონი და სამაგრი ფიტინგები დამზადებულია ალუმინისგან, დამაბოლოებელი ნერვიურა კი ეპოქსიდური მინაპლასტისგან. შემავსებლად გამოყენებულია ალუმინის ფიჭა, აქვე უნდა აღინიშნოს, რომ დღესდღეობით ფართო გამოყენება აქვს წებო-მუყაოს ფიჭის და ქაფის ტიპის შემავსებლებს [18].

სტატიკურ გამოცდაზე ინტერცეპტორმა გაუძლო მაქსიმალური საანგარიშო დატვირთვის 169%-ს, რის გამოც გაღუნვა შემცირდა 20%-ით. მიღწეული მასის ეკონომია გამოვიდა 24% [33]. მასური და სიმტკიცის მახასიათებლების მნიშვნელოვანი გაუმჯობესების მიუხედავად, საჭიროა უფრო ზუსტი დათვლის მეთოდის გამოყენება (როგორიცაა სასრულ ელემენტთა მეთოდი) რათა მიღწეული იქნას ოპტიმიზაციის მეტი ხარისხი. გამოცდის შემდეგ ორი ასეთი ინტერცეპტორი დაყენებული იქნა „ბოინგ 737“-ზე შემდგომი ხანგრძლივი ექსპლუატაციის მიზნით.

1.4 საფრენი აპარატის კონსტრუქციაზე მოქმედი დატვირთვები

თვითმფრინავის პლანერის პროექტირება იწყება მოცემული საფრენი მახასიათებლების ანალიზით. ისინი ჩვეულებრივ აღიწერება თვითმფრინავის ჰაერში მდებარეობის მიხედვით და მოიცავს ისეთ პარამეტრებს, როგორიცაა შეტევის კუთხის დადებითი და უარყოფითი მნიშვნელობა, გადატვირთვა პიკირებიდან გამოსვლისას და სხვა. ისინი მოცემულია სამხედრო და სამოქალაქო საავიაციო ტექნიკის მოთხოვნებსა და ინსტრუქციებში [18].

ახალი თვითმფრინავების დაპროექტებისას აეროდინამიკულ მილში მოდულების გამოცდის შედეგების ანალიზით განისაზღვრება ამწევი ძალა და შუბლა წინააღმდეგობა, რომლებიც წარმოიქმნება ფრენის სხვადასხვა სტადიაზე. ისინი თავის მხრივ გამოიყენება ფრთებზე, ფიუზელაჟზე და ფრთასხმულობაზე მდუნავი მომენტების, მგრები დატვირთვების და ძვრის ძალების განსაზღვრისთვის და განაწილებისთვის, ამის გამო, ბუნებრივია, გათვალისწინებული უნდა იქნას სხვა მრავალი ფაქტორი, მათ შორის მკაცრად სპეციფიკური. მაგალითად დაკიდებული მოტოგონდოლები შეიძლება გამოიცადოს უფრო მაღალ აჩქარებაზე, ვიდრე მთლიანი თვითმფრინავი. რის გამოც მისი განთავსება უნდა წარიმართოს ფრთაზე მოქმედი მდუნავი და მგრები მომენტების საფუძვლიანი ბალანსირებით. მარტივად რომ ვთქვათ, თვითმფრინავის პროექტი მთლიანობაში წარმოადგენს აეროდინამიკული მოთხოვნების და კონსტრუქტორის შესაძლებლობების კომპრომისულ ვარიანტს. პროექტირების საწყის ეტაპზე წყდება ასევე მასალების არჩევის საკითხი. კომპოზიტური მასალების მომატებული სიმტკიცე და სიხისტე კონსტრუქტორებს შესაძლებლობას აძლევს უზრუნველყონ მზიდი ზედაპირების სექციის გათხელება და ფრთის ფარდობითი გაქანის გაზრდა ალუმინის კონსტრუქციასთან შედარებით.

1.5 საფრენი აპარატის კონსტრუქციული ელემენტების პროექტირება და დაშვებები

მასალების არჩევისას კონსტრუქტორს ხელთ უნდა ჰქონდეს ე.წ. საანგარიშო დაშვებები. ის წარმოადგენს მონოფენის ან ფენოვანი მასალის თვისებების მაჩვენებელს გაჭიმვაზე, კუმშვაზე და ძვრაზე, რომლითაც დამზადებულია კონსტრუქციის ელემენტი. მონოფენები ანიზოტროპულია და ამის გამო კონსტრუქტორი ცნობარში ვერ აღმოაჩენს სიმტკიცის მახასიათებლების გამომსახველ ერთ კონკრეტულ მნიშვნელობას: დრეკადობის მოდულს, პუასონის კოეფიციენტს და ა.შ. როგორც მეტალის შემთხვევაში იქნებოდა. ამის ნაცვლად გამოიყენება გრაფიკების სერიები, რომელზეც ილუსტრირებულია სიმტკიცის მოდულის ცვლილება ბოჭკოების მიმართულების დამოკიდებულებაზე. ამ მაჩვენებლების თეორიული მნიშვნელობები შესაძლოა მიღებული იქნას მიკრომექანიკის კანონების საფუძველზე, თუმცა პრაქტიკულად რეალიზებისთვის საჭიროა განისაზღვროს ექსპერმენტულად. გასათვალისწინებელია ასევე, რომ აღნიშნული პარამეტრები მნიშვნელოვნად არის დამოკიდებული მასალის ექსპუატაციის ტემპერატურაზე.

შემდეგ სტადიას წარმოადგენს კონსტრუქციის შიდა კვანძის გეომეტრიის შესახებ გადაწყვეტილების მიღება. ამისათვის შეიძლება გამოყენებული იქნას ინოვაციური მიდგომა, რომელიც უზრუნველყოფს ეფექტური კონსტრუქციული გადაწყვეტის პროდუქტიული საწარმოო ტექნოლოგიის გამოყენებას. მცირე თვითმფრინავების შემთხვევაში ეს შეიძლება უზრუნველყოფილი იქნას ინტეგრალური კონსტრუქციის დამზადებით, როგორცაა შემონაკერი - ნერვიურა - ლონჟერონი, რომელიც საშუალებას იძლევა შემცირდეს დეტალების და აწყობის ოპერაციების რაოდენობა.

ზოგჯერ კვანძის გეომეტრიის განსაზღვრისთვის წარმოებს მთელი კონსტრუქციის დატვირთვების ანალიზი. რთული კონსტრუქცია შეიძლება წარმოდგენილი იქნას როგორც სასრული ელემენტების ერთობლიობა. ისინი წარმოადგენს სამ და ოთხკუთხა (ზოგჯერ უფრო რთულ) მემბრანებს, ძვრაზე მომუშავე პანელებს, ერთღერძიან ღეროებს. შემონაკერის იმიტაციისთვის გამოიყენება ბრტყელი ელემენტები. აღნიშნული ელემენტების ზომები აირჩევა დატვირთვის სურათის სირთულიდან და კონსტრუქციის გეომეტრიიდან. კომპიუტერის გამოყენებით შესაძლებელია მოცემულ პირობებში და დატვირთვებში კონსტრუქციის დეფორმაციის გამოთვლა, რის შედეგაც, წინასწარ დათვლებში შედის აუცილებელი კორექტირებები. გამარტივებულ

ელემენტებზე (მოდულებზე) მოქმედი დატვირთვები და ძალები გამოთვლება იგივე მეთოდით და შეესაბამება რეალურ კონსტრუქციას.

ასეთი მიდგომა შესაძლებელია გამოყენებული იქნას კონსტრუქციის ცალკეული ნაწილის ანალიზისთვის, ხშირად ამოკვეთენ შეერთების ადგილებს და კვანძებს. დღესდღეობით არსებობს საკმაო რაოდენობის კვალიფიციური კომპიუტერული პროგრამა, რომლის საშუალებით მარტივად გადაწყდება აღნიშნული საკითხი.

პროექტირების პროცესი დაკავშირებულია ასევე მრავალი კონსტრუქციული ელემენტის (ნიმუშის) დამზადებასთან, ისეთი როგორიცაა მცირე ზომის სამაგრი პანელები, შეერთების ადგილები, ნიმუშები ამონაჭრებით, მილისმაგვარი ნიმუშები და ა.შ. ისინი შემდგომ გამოიცდება დატვირთვის სიჩქარის, ტემპერატურების და საკმარისად სრულად წარმოებული დატვირთვის ინტენსიობის იმიტირებით. დატვირთვებით, რომელსაც უნდა გაუძლოს მითითებულმა ელემენტებმა, როგორც უფრო რთული კონსტრუქციის კვანძის შემადგენელმა ნაწილებმა. სხვადასხვა ელემენტების ხანგამძლეობის მახასიათებლები უნდა განისაზღვროს ადრეულ სტადიაზე, რათა შეტანილი იქნას აუცილებელი კორექტივები მისი კონსტრუქციის სრულყოფისთვის.

განსახილველი პროცესის უკანასკნელ სტადია ანალოგიურია მეტალების შემთხვევისა და მდგომარეობს სრულმშტაბიანი აგრეგატის გამოცდაში საანგარიშო დატვირთვების პირობებში.

1.6. კომპოზიტური მასალების სიმტკიცე და სიხისტე

თანამედროვე თვითმფრინავებს აქვთ პოლიმონოკოკური კონსტრუქცია, რომელიც შედგება ერთმანეთთან კოჭებით (ფერმებით) და სტრინგერებით დაკავშირებული თხელკედლიანი ფურცლებისგან, რათა აღმოფხვრილი იქნას მდგრადობის დაკარგვა. გარე შემონაკერი ან კედელი წარმოქმნის აგრეგატის (ფიუზელაჟი, ფრთა, სტაბილიზატორი) აეროდინამიკურ კონტურს. სიხისტის ელემენტები მაგრდება შემონაკერის შიდა ზედაპირზე და თავზე იღებს კონცენტრირებულ დატვირთვებს. ეს კონსტრუქცია დიდი ხნის მანძილზე ითვლებოდა აერონავტიკის გამოკვლევის ობიექტად და მნიშვნელოვნად განსხვავდება ჩვეულებრივი კონსტრუქციის აპარატებისაგან.

სიხისტის ელემენტების გამოყენება კონტურის საწყისი გადახრის თავიდან აცილების საშუალებას იძლევა, რომელიც გამოიწვევდა გარსის რღვევას, ხოლო შიდა წნევის გამოყენება უზრუნველყოფს თეორიული

მნიშვნელობის მიღებას. ზემოთ მოცემული გამოსახულებიდან ცხადია, რომ მასალის სიმტკიცე და დრეკადობის მოდული განსაზღვრავს გარსული კონსტრუქციის ქცევას. ეს სწორედ ის მახასიათებლებია რომლის სიდიდეც მნიშვნელოვნად შეიძლება გაიზარდოს კომპოზიციური მასალების გამოყენების შემთხვევაში.

ტექნიკის სხვა დარგებში პოლიმერული მასალების გამოყენების პრაქტიკა, ცხადყოფს რომ მეტალებისაგან განსხვავებით, მათთან მუშაობა ქმნის ნაკლებ სირთულეს გარემო პირობების გავლენებთან მიმართებაში.

კომპოზიციური მასალების და კონსტრუქციების ლაბორატორიულმა კვლევამ დაადასტურა შესაძლებლობა მნიშვნელოვნად გაიზარდოს დადლილობის სიმტკიცე და რღვევისადმი წინააღმდეგობა ასეთი კომბინირებული მასალების სისტემების გამოყენებით.

არაერთგვაროვანი სტრუქტურის ბუნების მქონე მასალა თავისი ფიზიკურ მექანიკური ქცევით საკმაოდ მდიდარია, ვიდრე ერთგვაროვანი. კომპოზიტების დეფორმაცია და რღვევა სხვადასხვა სიტუაციაში იპყრობს მრავალი დარგის სპეციალისტების ყურადღებას. ბოჭკოებით არმირებული კომპოზიტის ელემენტს ყოველთვის აქვს ბზარები, რაც გამოწვეულია ტექნოლოგიის არასრულყოფილებით, ასევე მასალის იდეალური მოდელის არ ქონის გამო. გ. ბარენბლანტის მიერ შემოთავაზებული „კანონური“ ნახაზის ფარგლებში მოცემული მოდელი, გვეუბნება, რომ კომპოზიტებში ბზარები შეადგენს ტანის საერთო საზღვრის ნაწილს. დატვირთვების გაზრდით, რათქმაუნდა, ბზარებიც განვითარდება. კომპოზიტები, დეფექტებისა და დამატებითი საზღვრების გამო, რომლებიც ეწინააღმდეგება მათში ბზარების განვითარებას, წარმოადგენს რღვევის მექანიკის კვლევის ობიექტს. ამ მიმართულებით სამუშაოთა რიცხვი განუწყვეტლივ იზრდება [18].

პერსპექტივები, რაც დაკავშირებულია კომპოზიტური მასალების დამუშავებასა და დანერგვასთან გვაძლავს ანგარიშის მეთოდების და ამ მასალებისაგან დამზადებული კონსტრუქციების აუცილებელ შემდგომ განვითარებას. ამ კომპლექსურ საკითხზე მუშაობს კომპოზიტების საინჟინრო მექანიკა.

1.7 კომპოზიტი მასალების თვისებების აღწერა

კომპოზიტი დროის მიხედვით იცვლის თვისებებს, ჩვეულებრივ ტემპერატურაზე ემორჩილება ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენებს, რაც მათი ერთ-ერთი ძირითადი უარყოფითი თვისებაა, რომლის გაუთვალისწინებლობა დაუშვებელია, რათა აცილებული იქნას საფრენი აპარატის ექსპლუატაციისას, შესაძლო კატასტროფული შედეგები.

ასეთი ტიპის კომპოზიტების მექანიკური თვისებების აღსაწერად ძირითადად იყენებენ ორ მიდგომას:

1) მოდელების თეორია, რომელიც დაფუძნებულია დრეკადი და ბლანტი ელემენტებისგან გარკვეული კომბინაციით შემდგარი სისტემების დეფორმაციის ხასიათის გამოკვლევით და კონკრეტულ მასალასთან მისი დაკავშირება ხდება შესაბამისი პარამეტრების შერჩევით [8].

2) მემკვიდრეობის ანუ ბოლცმანის თეორია, რომლის მიხედვით: დრეკადი ძალები დამოკიდებულია არა მარტო მყისიერად მიღებულ გადაადგილებაზე, არამედ მის შემდგომ განვითარებულ დეფორმაციებზეც, რომლებიც დატვირთვის დროის ზრდასთან ერთად, თანდათანობით მცირდება. ასევე, დროის სხვადასხვა მომენტისთვის მიღებული დეფორმაციების გავლენა შეჯამდება, ანუ გაერთიანდება უშუალო შეკრების გზით. აქაც კონკრეტულ მასალასთან დაკავშირება ხდება შესაბამისი პარამეტრების შერჩევით [8].

უკანასკნელი იძლევა ექსპერიმენტთან შეთანხმების ფართო შესაძლებლობას და დიდი სიზუსტის შედეგების მიღებას, თუმცა პრაქტიკული გამოყენების თვალსაზრისით დიდ სირთულეებთანაა დაკავშირებული, შესაძლებელია მხოლოდ რიცხვითი ან გაფიკული გამოსახულებების გამოყენება. თუმცა შემუშავდა ნახევრად ემპირიული მიდგომა, რომელიც თანამედროვე კომპიუტერული პროგრამების დახმარებით შესაძლებელს ხდის მარტივად და ზუსტად მოხდეს აღნიშნული საკითხის გადაწყვეტა, რაც ამ მეთოდის ფართოდ დანერგვის საშუალებას იძლევა [18].

რაც შეეხება მოდელების თეორიას, მიღებული შედეგების სიზუსტე, ექსპერიმენტთან შეთანხმების თვალსაზრისით, მცირედით ნაკლებია, თუმცა გამოყენების მხრივ საკმარისი. მოდელის დეფორმირების აღმწერი განტოლებები უმეტეს შემთხვევაში ამოხსნადია და აქვს ანალიზური ფორმა. ეს კი მნიშვნელოვნად ამარტივებს მისი გამოყენების შესაძლებლობას. დღემდე არსებული მონაცემებით გამოკვლეულია მხოლოდ მოდელების რამდენიმე მარტივი ვარიანტი (მაქსველის, კელვინ-ფოიხტის და მათი განზოგადებული შემთხვევის რამდენიმე ვარიანტი).

წარმოდგენილი მონოგრაფია შედგება თეორიული და ექსპერიმენტული ნაწილსაგან. თეორიული ნაწილი გულისხმობს მოდელების საფუძველზე „ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი“ ტიპის კომპოზიციური მასალების დეფორმაციის ხასიათის შესწავლას, რაც გულისხმობს: მოდელების არსებული თეორიის (ბოლცმანის, კელვინ-ფოიხტის და ხოგიერთი სამელემენტური განზოგადებული მოდელი) განვითარებას. ეს გამოიხატება დრეკადი და ბლანტი ელემენტების შეერთების მიხედვით მათ კლასიფიკაციასა და დახარისხებაში და თავისუფლად შეერთებული ბლანტი ელემენტის მქონე 3-, 4- და 5-ელემენტური მოდელების დეფორმაციის ხასიათის შესწავლას ძირითადად ცოცვადობის (მუდმივი დატვირთვის შემთხვევა) და რელაქსაციის (მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა) პროცესებისთვის. შედგენილია დროზე დამოკიდებული დეფორმაციისა და ძაბვების მაკავშირებელი დიფერენციალური დამოკიდებულება და კონკრეტული პროცესისთვის დადგენილია მისი ამონახსნები, როგორც ანალიზური, ასევე თვისობრივი გარაფიკული ფორმით. შესწავლილია ზოგიერთი სხვა ტიპის სტატიკური თუ დინამიკური პროცესი.

თავი 2. მოდელების თეორია. კომპოზიტური მასალების რეოლოგიური თვისებების აღწერა

2.1 მოდელების თეორია. მოდელის შემადგენელი ელემენტები

კომპოზიტური სხეული თავისთავად გულისხმობს იმას, რომ ის სხვადასხვა თვისებების მქონე სხეულთა ნაერთს - კომპოზიციას წარმოადგენს, რომელსაც მთლიანობაში გააჩნია ისეთი ახალი თვისება, რაც მასში შემავალი ცალ-ცალკე აღებული სხეულების თვისებებისგან განსხვავდება. კომპოზიტური სხეულის შექმნა, რომელსაც მუშაობის პირობების მიხედვით წინასწარ მოცემული თვისებების მქონე მექანიკური მახასიათებლები ექნება, ტექნიკურად რთული ამოცანაა და მისი გადაწყვეტა მრავალ ფაქტორთან არის დაკავშირებული. კერძოდ: ა) ნაკლებად არის შესწავლილი დეფორმაციული და სიმტკიცის თვისებები დროის ფაქტორის გათვალისწინებით პროექტირებისა და ბ) გაანგარიშების სრულყოფილი მეთოდების არ არსებობა და სხვა ფაქტორები, რომელიც ამუხრუჭებს პრაქტიკაში კომპოზიტური სხეულების ფართო დანერგვას. ამის მიუხედავად, დღეის მდგომარეობით, მაინც მიღწეულია უაღრესად მნიშვნელოვანი შედეგები [18].

„ბოჭკოვანი მატრიცა + ებონიტური შემავსებელი“ ტიპის კომპოზიციური მასალების ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის კავშირი შეიცავს დროის ფაქტორსაც, ანუ მათი დეფორმაცია, გარდა ძაბვებისა, დამოკიდებულია დროზეც.

კომპოზიტი დროის მიხედვით იცვლის თვისებებს, ჩვეულებრივ ტემპერატურაზე ემორჩილება ცოცვადობისა და რელაქსაციის მოვლენებს, რაც მათი ერთ-ერთი ძირითადი უარყოფითი თვისებაა, რომლის გაუთვალისწინებლობა დაუშვებელია, რათა აცილებული იქნას საფრენი აპარატის ექსპლუატაციისას შესაძლო კატასტროფული შედეგები.

სხეულის დეფორმაციის იდეალურ შემთხვევებზე შეიძლება დავასახელოთ ორი მათგანი:

1) მყარი სხეულის დრეკადი დეფორმაცია, რომელიც ჰუკის კანონს ემორჩილება

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.1.1)$$

სადაც σ ძაბვაა, ε ფარდობითი დეფორმაცია, E მასალის დრეკადობის (იუნგის) მოდული.

2) სითხის დენადობა, რომელიც ემორჩილება ნიუტონის კანონს

$$\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.1.2)$$

სადაც η არის სიბლანტის კოეფიციენტი, ხოლო $\frac{d\varepsilon}{dt}$ დეფორმაციის ცვლილების სიჩქარე.

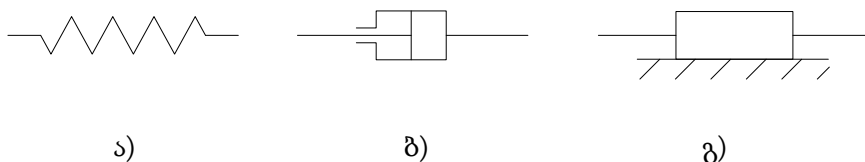
არსებობს რეალურ სხეულებში დეფორმაციის იდეალური განვითარებისაგან გადახრის ორი შემთხვევა:

1. პირდაპირ პროპორციული დამოკიდებულების არ არსებობა, დეფორმაციასა (მყარ სხეულებში), დეფორმაციის სიჩქარესა (სითხეებში) და ძაბვას შორის, ე.ი. არ სრულდება ჰუკის და ნიუტონის კანონები.
2. ძაბვის ერთდროული დამოკიდებულება დეფორმაციაზე, დეფორმაციის სიჩქარეზე, ასევე დეფორმაციის დროით მაღალი რიგის წარმოებულებზე. ასეთი ანომალიები დამახასიათებელია ისეთი სხეულებისთვის, რომელიც ერთდროულად ატარებს როგორც მყარი სხეულის, ასევე სითხის თვისებებს. ასეთი ტიპის მასალებს უწოდებენ ბლანტ-დრეკად, ან დრეკად-ბლანტ სხეულებს.

ლიტერატურაში, დრეკად-ბლანტი სხეულების ქვეშ განიხილება დენადი სხეულები, რომლებსაც გააჩნია დრეკადობა (მაგალითად, მაღალელასტიური თხევადი პოლიმერები და მათი ხსნარები) [8].

ბლანტ-დრეკად სხეულებს მიეკუთვნება დრეკადი სხეულები, რომლებსაც დენადობა არ გააჩნიათ, მაგრამ ახასიათებთ შინაგანი ხახუნის (მაგალითად, სივრცული-სტრუქტურირებული პოლიმერები და სხვა).

სურ. 2.1.1-ზე წარმოდგენილია მარტივი დეფორმაციის ამსახველი ელემენტები, რომლებიც შემდგომში გამოყენებული იქნება კომპოზიტური მასალის თვისებების აღსაწერი სახვადასხვა მოდელის კონსტრუქციის ასაგებად.



სურ. 2.1.1 მარტივი დეფორმაციის ამსახველი ელემენტები: ა) დრეკადი ელემენტი, ბ) ბლანტი ელემენტი, გ) ხახუნის ელემენტი

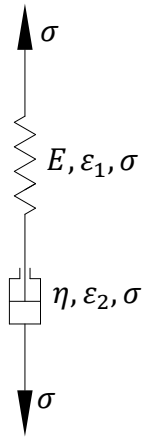
ამ ელემენტების დეფორმაცია აღიწერება: ა) შემთხვევაში ჰუკის კანონით (2.1.1), ბ) შემთხვევაში ნიუტონის კანონით (2.1.2) და გ) შემთხვევაში, როცა დატვირთვა მცირეა, მაშინ ეს ელემენტი იქნება უძრავ მდგომარეობაში, ხოლო თუ დატვირთვა აღემატება უძრაობის ხახუნის მაქსიმალურ მნიშვნელობას მაშინ ის გახდება მუდმივი მნიშვნელობის. დეტალურად ხახუნის ელემენტის გამოყენება განხილულია ხუთელემენტიანი მოდელების შემთხვევაში [9].

2.2 მარტივი მოდელები

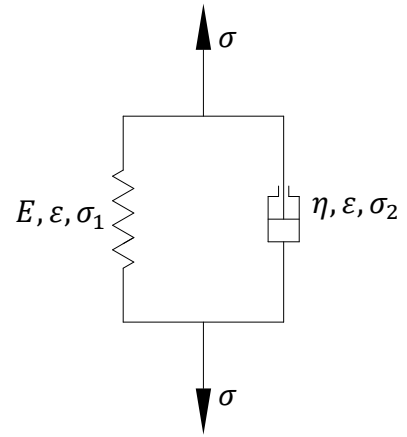
პირველად, დრეკად-ბლანტი სხეულების მოდელირება მოახდინა მაქსველმა, რომელიც წარმოადგენს მიმდევრობით შეერთებულ დრეკად და ბლანტი ელემენტების ერთობლიობას, ხოლო კელვინმა და მოგვიანებით ფოიხტმა დრეკადი და ბლანტი ელემენტების უკვე პარალელური შეერთებით, შექმნეს ბლანტ-დრეკადი სხეულის მოდელი. სურ. 2.2.1-ზე გამოსახულია ეს მოდელები.

ცდა აჩვენებს, რომ ძაბვებისა და დეფორმაციების მცირე მნიშვნელობებისთვის, სხეულების უმრავლესობის დეფორმირების კანონი შეიძლება აღიწეროს წრფივი განტოლებებით. მათში, ჰუკის კანონისგან განსხვავებით უნდა შედიოდეს t დრო, ამავე დროს კავშირი ძაბვას, დეფორმაციასა და დროს შორის არ არის ცხადი სახის, ის მოცემულია დიფერენციალური ან ინტეგრალური ფორმით.

ფუნქციონალური $\varepsilon = \varepsilon(\sigma, t)$ დამოკიდებულების შემთხვევაში დეფორმაციის მნიშვნელობა დროის t მომენტში არ იქნებოდა დამოკიდებული დატვირთვის პროცესისგან, ე.ი. ძაბვის იმ მნიშვნელობისგან τ მომენტში, რომელიც წინ უსწრებდა t დროს ($\tau < t$). სინამდვილეში კი τ მომენტიდან დაძაბული მდგომარეობის განვითარების მთელი შემდგომი პროცესი ძლიერ კავშირში იმყოფება სხეულში დაძაბულობის სურათთან დროის ნებისმიერი (t) მომენტისთვის. ამიტომ ნებისმიერი ფუნქციონალური $\varepsilon(\sigma, t)$ დამოკიდებულება ვერ დაახასიათებს დეფორმირების სურათს დროის მიხედვით.



მაქსველის მოდელი



კელვინ-ჟოიხტის მოდელი

სურ. 2.2.1 მაქსველისა და კელვინ-ჟოიხტის მოდელები

კომპოზიტური მასალების მექანიკური თვისებების მოდელებით აღწერის იდეა გამოიხატება იმაში, რომ მასში შემავალი ელემენტების მარტივი დეფორმაციის გამომსახველი (2.1.1) და (2.1.2) დამოკიდებულებების საშუალებით აღიწეროს მთლიანი სხეულის დეფორმაციის სურათი.

მოდელის ამოხსნა გულისხმობს, რომ დადგინეს მათემატიკური დამოკიდებულება სისტემის ჯამურ დეფორმაციას, ჯამურ ძაბვასა და დროს შორის (ე.წ. რეოლოგიური დამოკიდებულება) მოდელში შემავალი ელემენტების მახასიათებლების (დრეკადობის მოდული და სიბლანტის კოეფიციენტი) გამოყენებით. ამისათვის საჭიროა მოდელში შემავალი თითოეული ელემენტისთვის დაიწეროს მარტივი დამოკიდებულება ჰუკის კანონის და ნიუტონის კანონის სახით; ასევე ჯამური ძაბვისა და დეფორმაციის გამომსახველი განტოლებები და მოხდეს ინდექსიანი კოეფიციენტების გამორიცხვა. შედეგად მიიღება მოდელის, როგორც მთლიანი სხეულის ჯამური ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელ რეოლოგიურ განტოლება [18].

ა) მაქსველის მოდელი:

გასათვალისწინებელია, რომ ამ მოდელში ელემენტების მიმდევრობით შეერთებისას თითოეულ ელემენტში აღძრული ძაბვა ყველგან ერთნაირია და ჯამური ძაბვის ტოლია, ხოლო ჯამური დეფორმაცია თითოეული ელემენტების დეფორმაციების ჯამის

$$\begin{cases} \sigma = E \varepsilon_1 \\ \sigma = \eta \frac{d\varepsilon_2}{dt} \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (2.2.1)$$

საჭიროა ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვა: (2.2.1) სისტემის პირველი განტოლებიდან $\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E}$, მისი დროის მიხედვით გაწარმოების შემდეგ მიიღება $\frac{d\varepsilon_1}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt}$, ხოლო მეორე განტოლებიდან $\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{\sigma}{\eta}$. მიღებული გამოსახულებების (2.2.1)-ის მესამე განტოლების დროით გაწარმოებით მიღებულ $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{d\varepsilon_2}{dt}$ გამოსახულებაში შეტანის შემდეგ მიიღება:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.2.2)$$

(2.2.2) რეოლოგიური განტოლება ასახავს დიფერენციალურ კავშირს მაქსველის მოდელის შესაბამის ჯამურ ძაბვასა და დეფორმაციას შორის.

ბ) კელვინ-ფოიხტის მოდელი:

ანალოგიური მიდგომა საჭირო კელვინ-ფოიხტის მოდელის შემთხვევაშიც. გასათვალისწინებელია, რომ პარალელურად შეერთებული ელემენტებისთვის დეფორმაცია ყველგან ერთნაირია, ხოლო ჯამური ძაბვა ტოლია თითოეულ ელემენტში აღძრული ძაბვების ჯამის

$$\begin{cases} \sigma_1 = E\varepsilon \\ \sigma_2 = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \end{cases} \quad (2.2.3)$$

ამ შემთხვევაშიც უნდა მოხდეს ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვა. ეს უშუალოდ მოხერხდება (2.2.3)-ის პირველი და მეორე განტოლების შეტანით მესამეში, მიიღება:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.2.4)$$

სანამ უშუალოდ მოხდება (2.2.2) და (2.2.4) განტოლებების გაანალიზება, საჭიროა შემოტანილ იქნას რამდენიმე ცნება, კერძოდ, „ხანგრძლივი“ და „მყისი“ დრეკადობის მოდულები.

როცა გვაქვს დროის მიხედვით ნელი დეფორმაცია, მაშინ რეოლოგიურ განტოლებებში ძაბვის და დეფორმაციის სიჩქარეების ($\frac{d\sigma}{dt} = \dot{\sigma}$ და $\frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon}$) მნიშვნელობები გაცილებით მცირეა შესაბამისად ძაბვისა და დეფორმაციის მნიშვნელობებზე, ამიტომ მათი უკუგდება შეიძლება, შედეგად დარჩება ჰუკის კანონის მაგვარი დამოკიდებულება ძაბვასა და დეფორმაციას შორის:

$$\sigma = E_{b\&\varepsilon} \varepsilon \quad (2.2.5)$$

სადაც $E_{b\&\varepsilon}$ არის ეფექტური დრეკადობის „ხანგრძლივი“ მოდული. იმ შემთხვევაში თუ გვაქვს სწრაფი დეფორმაცია, მაშინ ძაბვისა და დეფორმაციის

სიჩქარეების მნიშვნელობები გაცილებით მეტი იქნება შესაბამისად ძაბვისა და სიჩქარის მნიშვნელობებზე და აქ უკვე ამ უკანასკნელთა უგულებელყოფა შესაძლებელი. შესაბამისად დარჩება დამოკიდებულება ძაბვისა და დეფორმაციის სიჩქარეებს შორის

$$\dot{\sigma} = H_{\dot{\sigma}} \dot{\epsilon} \quad (2.2.6)$$

სადაც $H_{\dot{\sigma}}$ არის ეფექტური დრეკადობის „მყისი“ მოდული.

(2.2.2) და (2.2.4) განტოლებების უშუალო ინტეგრება ვერ ხერხდება. საჭიროა რაიმე კონკრეტული პროცესის განხილვა, როცა რომელიმე პარამეტრი ძაბვა ან დეფორმაცია წინასწარი განსაზღვრული ფორმით იქნება მოცემული (დროის მიხედვით ცვლილების მოცემული ფორმით).

საფრენი აპარატის დეტალებსა და კვანძებზე, მისი ექსპლუატაციის პროცესში, მოდის დატვირთვები, რომელიც, საზოგადოდ, დროზე დამოკიდებული რთული ფუნქციებია. უმეტეს შემთხვევაში, მათი ცხადი სახე უცნობია. შესაბამისად, ამ დეტალებსა და კვანძებში შემავალ კომპოზიტებშიც აღძრული ძაბვები რთული ფორმით იქნება დამოკიდებული კოორდინატებსა და დროზე $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$. წრფივი დეფორმაციის განხილვის დროსაც კი, როცა დარჩება მხოლოდ დროზე დამოკიდებულება $\sigma = \sigma(t)$, დეფორმაციის ამსახველი სიდიდის ცხადი სახეც რთული ან საერთოდ უცნობი იქნება. მიღებული ფორმაა, რომ საფრენ აპარატზე მოსული დატვირთვები გამოსახონ ემპირიული ხარისხობრივი მწკრივის სახით, ან უსასრულო ტრიგონომეტრიული ფუნქციების მწკრივის სახით. ზუსტ მათემატიკურ ტერმინებში აღნიშნულის გამოხატულებაა ფუნქციის გაშლა ან ტეილორისა და უფრო კონკრეტულად მაკლორანის ხარისხობრივ მწკრივად ან მისი წარმოდგენა ტრიგონომეტრიული ფუნქციებისგან შემდგარ ფურიეს მწკრივად.

ტეილორისა და მაკლორანის მწკრივები:

$$f(t) = f(p) + \frac{f'(p)}{1!}(t-p) + \frac{f''(p)}{2!}(t-p)^2 + \dots = a_0 + a_1(t-p) + a_2(t-p)^2 + \dots \quad (I)$$

$$f(t) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}t + \frac{f''(0)}{2!}t^2 + \dots = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots \quad (II)$$

ფურიეს მწკრივი:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt) \quad (III)$$

$f(t)$ -ს როლში შეიძლება იყოს არა მხოლოდ $\sigma(t)$ ძაბვა, ასევე $\epsilon(t)$ დეფორმაციაც, მაგალითად იმ შემთხვევაში, თუ რაიმე აგრეგატი იწვევს

მოცემული კვანძის ან დეტალის დროში წინასწარ განსაზღვრულ დეფორმაციას.

რაც შეეხება (2.2.2) და (2.2.4) განტოლებების ამოხსნის შესაძლებლობას, მათი უშუალო ინტეგრება ვერ ხერხდება, მაგრამ თუ რომელიმე მექანიკური მახასიათებელი ძაბვა ან დეფორმაცია წინასწარ არის განსაზღვრული და მას აქვს (I), (II) ან (III) ფორმა, მაშინ ამ განტოლებების ამოხსნა ცხადი სახით სრულად იქნება შესაძლებელი.

სიმარტივითვის, თავდაპირველად განვიხილავთ შემთხვევები, როცა წინასწარ განსაზღვრული ძაბვა ან დეფორმაცია არის მუდმივი სიდიდეები, ანუ დროზე არ არის დამოკიდებული. ეს შემთხვევები გადაიქცევა სტანდარტულ ცოცვადობის და რელაქსაციის ამოცანებად. რაც შეეხება დინამიურ შემთხვევებს (როცა ძაბვა ან დეფორმაცია დროის ფუნქციებია) განვიხილავთ იქნება მოგვიანებით.

ყველაზე მარტივი ფორმის ორი ასეთი პროცესია ცოცვადობა (მუდმივი დატვირთვის შემთხვევა) და ძაბვების რელაქსაცია (მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა). ასევე განვიხილავთ განტვირთვის მოვლენა, რაც გულისხმობს კომპოზიტურ სხეულში განვითარებულ დროში დეფორმირების პროცესებს მასზე დატვირთვის მყისიერად მოხსნის შემდეგ.

1. მაქსველის მოდელის შემთხვევა.

ნელი დეფორმაციისას (2.2.2) გამოსახულებაში წარმოებულების უგულებელყოფის შემდეგ დარჩება $\sigma \rightarrow 0$, რაც ნიშნავს, რომ მაქსველის მოდელს არ გააჩნია „ხანგრძლივი“ დრეკადობის მოდული. ხოლო სწრაფი დეფორმაციის შემთხვევაში, (2.2.2)-ში უნდა მოხდეს ბოლო $\frac{\sigma}{\eta}$ შესაყრების უგულებელყოფა და მიიღება:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} \quad (2.2.7)$$

მარტივი მისახვედრია, რომ დრეკადობის მყისი მოდული $H_{\partial y} = E$.

ა) ცოცვადობის მოვლენა $\sigma = \sigma_c = \text{const.}$ (2.2.2) გამოსახულება გადაიწერება შემდეგი სახით: $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_c}{\eta}$, საიდანაც $d\varepsilon = \frac{\sigma_c}{\eta} dt$, რომლის უშუალო ინტეგრებით მიიღება:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_c}{\eta} t = \frac{\sigma_c}{E} + \frac{\sigma_c}{\eta} t \quad (2.2.8)$$

(2.2.8) გამოსახულებაში საწყისი დეფორმაცია $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{E}$, რომელიც მიღებულია ზოგადი დამოკიდებულებიდან, რომელიც ასახავს ჰუკის კანონს დატვირთვის მოდების მომენტში. ამ დროს ძალიან მცირე დროში ხდება საწყისი დეფორმაციის განხორციელება, სწრაფი დეფორმაციის დროს კი

მასალის დამახასიათებლად უნდა განვიხილოთ მისი დრეკადობის მყისი $H_{\partial y}$ მოდული და ჰუკის კანონსაც ექნება სახე:

$$\sigma = H_{\partial y} \varepsilon_0 \quad (2.2.9)$$

ამ შემთხვევაში კი $H_{\partial y} = E$ და $\sigma = \sigma_c$, რომელთა ერთობლიობითაც მიიღება საწყისი დეფორმაციის მოცემული გამოსახულება ($\varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{E}$). აღსანიშნავია, რომ (2.2.8) დამოკიდებულება არის დროის მიხედვით წრფივი ფუნქცია.

თუ განვიხილავთ განტვირთვის შემთხვევას, როცა დროის რაღაც მომენტისთვის მოიხსნება დატვირთვა $\sigma_c = 0$, მაშინ სისტემა მყისიერად ახლებურად ფორმირდება და მიიღება რაღაც ახალი საწყისი დეფორმაცია ε'_0 , ხოლო დეფორმაციის სიჩქარე შეიცვლის ნიშანს, გახდება საპირისპირო. ასეთ შემთხვევაში (2.2.8) მიიღებს სახეს $\varepsilon(t) = \varepsilon'_0$, ის დროის მიხედვით მუდმივი ფუნქციაა.

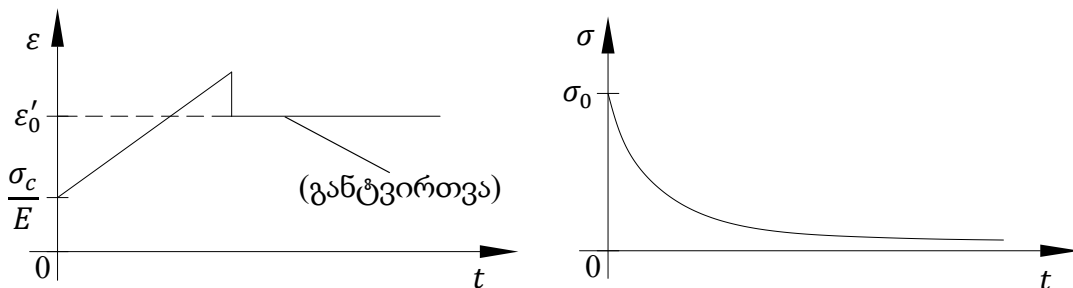
ბ) ძაბვების რელაქსაციის მოვლენა $\varepsilon = \varepsilon_c = const$. ამ დროს (2.2.2) რეოლოგიური განტოლებიდან მიიღება:

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} = 0 \quad (2.2.10)$$

რომელიც განცალკევად ცვლადიანი დიფერენციალური განტოლებაა, საიდანაც $\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{\eta} dt \rightarrow \ln|\sigma| = -\frac{E}{\eta} t + C$, საბოლოოდ

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\eta} t} \quad (2.2.11)$$

(2.2.8) და (2.2.11) გამოსახულებები, ასევე განტვირთვის შესაბამისი მრუდები გამოსახულია სურ. 2.2.2-ზე.



სურ. 2.2.2 მაქსველის მოდელის შესაბამისი ცოცვადობის, განტვირთვის და ძაბვების რელაქსაციის მრუდები

2. კელვინ-ფოიხტის მოდელის შემთხვევა.

ნელი დეფორმაციის შემთხვევაში (2.2.4) რეოლოგიურ განტოლებაში წარმოებულების უგულებელყოფის შემდეგ დარჩება $\sigma = E\varepsilon$, ანუ „ხანგრძლივი“ დრეკადობის მოდული $E_{b\delta} = E$. ხოლო სწრაფი დეფორმაციის შემთხვევაში, ძაბვის და დეფორმაციის უგულებელყოფის შემდეგ, დარჩება $\frac{d\varepsilon}{dt} \rightarrow 0$, ანუ „მყისი“ დრეკადობის მოდული არ განისაზღვრება.

ა) ცოცვადობის მოვლენა $\sigma = \sigma_c = const.$ (2.2.4) გამოსახულება გადაიწერება შემდეგი სახით:

$$\sigma_c = E\varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.2.12)$$

საიდანაც

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta} \varepsilon = \frac{\sigma_c}{\eta} \quad (2.2.13)$$

რომელიც წარმოადგენს პირველი რიგის წრფივ დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ამონახსნი მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon(t) = \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_c}{E} \right) e^{-\frac{E}{\eta}t} + \frac{\sigma_c}{E} \quad (2.2.14)$$

სისტემის განტვირთვის შემთხვევაში $\sigma_c = 0$, სისტემა მყისიერად ახლებურად ფორმირდება და მიიღება რაღაც ახალი საწყისი დეფორმაცია ε'_0 , ხოლო დეფორმაციის სიჩქარე შეიცვლის ნიშანს, გახდება საპირისპირო. ასეთ შემთხვევაში (2.2.14) მიიღებს სახეს:

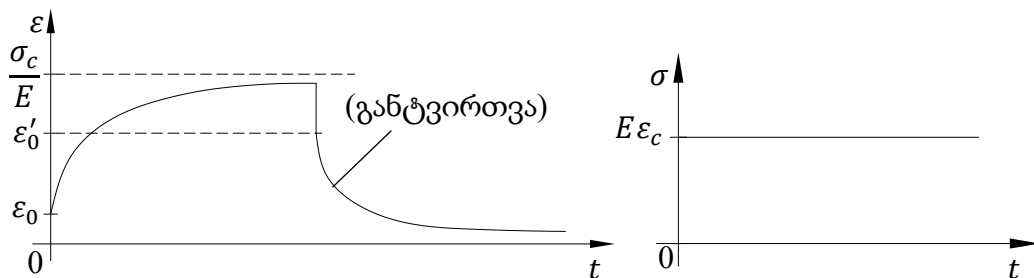
$$\varepsilon(t) = \varepsilon'_0 e^{-\frac{E}{\eta}t} \quad (2.2.15)$$

ის დროის მიხედვით კლებადი ფუნქციაა.

ბ) ძაბვების რელაქსაციის მოვლენა $\varepsilon = \varepsilon_c = const.$ ამ დროს (2.2.4) რეოლოგიური განტოლებიდან მიიღება:

$$\sigma(t) = E\varepsilon_c \quad (2.2.16)$$

რაც დროის მიხედვით მუდმივი ფუნქციაა. (2.2.14) და (2.2.16) გამოსახულებები, ასევე განტვირთვის შესაბამისი მრუდები გამოსახულია სურ. 2.2.3-ზე.



სურ. 2.2.3 კელვინ-ფოიხტის მოდელის შესაბამისი ცოცვადობის, განტვირთვის და ძაბვების რელაქსაციის მრუდები

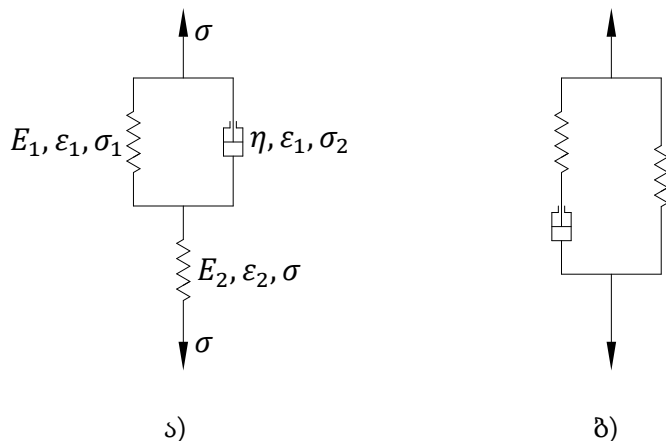
როგორც წარმოდგენილი ანალიზიდან ჩანს, მაქსველის მოდელი თვისობრივად აღწერს კომპოზიტებში ძაბვების რელაქსაციის ხასიათს, ხოლო ცოცვადობის პროცესს ვერ აღწერს, ხოლო კელვინ ფოიხტის მოდელი პირიქით, კარგად აღწერს ცოცვადობის მოვლენას, თუმცა რელაქსაციის პროცესს ვერა. ამიტომ მოცემული მოდელები ვერ გამოდგება კომპოზიტების დეფორმირების ხასიათის აღწერის თვალსაზრისით, თუნდაც თვისობრივი თვალსაზრისით.

2.3 სამელემენტური განზოგადებული მოდელები

დრეკად-ბლანტი სხეულების დეფორმაციის ხასიათის უკეთ აღწერისას შესაძლებელია მოდელებში მარტივი ელემენტების (დრეკადი და ბლანტი ელემენტები) რაოდენობის გაზრდა და მათი შეერთება მიმდევრობით ან პარალელურად. ასეთი განზოგადებული მოდელების კლასიფიკაციის მიზნით შეიძლება გამოიყოს ორი ძირითადი ხაზი [18]:

- 1) ელემენტების ჯაჭვში არის შემკვრელი დრეკადი ელემენტი ან უწყვეტად მიმდევრობით შეერთებული დრეკადი ელემენტების ერთობლიობა.
- 2) ელემენტების საერთო ჯაჭვში არსებობს სხვებისგან დამოუკიდებლად მიმდევრობით ჩართული ერთი მაინც ბლანტი ელემენტი.

სურ. 2.3.1-ზე გამოსახულია კლასიფიკაციის პირველი ხაზის განზოგადებული სამ ელემენტური (ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით) მოდელების ორი ვარიანტი. მათგან ა) შემთხვევა იწოდება ა. იმლინსკის „ტიპურ სხეულად“ [8]. ბ) ვარიანტი ზუსტად ანალოგიური თვისებების მატარებელია როგორც ა) და აღიწერება ძაბვის, დეფორმაციის და დროის მაკავშირებელი იდენტური პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლებით. განვიხილოთ დაწვრილებით:



სურ. 2.3.1 სამელემენტური მოდელები ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით

ვიხილავთ მხოლოდ ა) ვარიანტს. თითოეული ელემენტისთვის უნდა დაიწეროს დეფორმაციის და ძაბვის მაკავშირებელი განტოლება (ჰუკის კანონი და ნიუტონის კანონი) და ასევე ჯამური ძაბვისა და დეფორმაციის გამომსახველი განტოლებები, მიიღება:

$$\begin{cases} \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 \\ \sigma_2 = \eta \frac{d\varepsilon_1}{dt} \\ \sigma = E_2 \varepsilon_2 \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (2.3.1)$$

უნდა მოხდეს ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვა. სისტემის პირველი და მეორე განტოლების მეოთხეში შეტანით მიიღება $\sigma = E_1 \varepsilon_1 + \eta \frac{d\varepsilon_1}{dt}$ (*). მესამე განტოლებიდან $\varepsilon_2 = \frac{\sigma}{E_2}$, ხოლო მეხუთე განტოლებიდან $\varepsilon_1 = \varepsilon - \varepsilon_2 = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_2}$, რომლის (*)-ში შეტანით მიიღება $\sigma = E_1 \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E_2} \right) + \eta \frac{d \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E_2} \right)}{dt} = E_1 \varepsilon - \frac{E_1}{E_2} \sigma + \eta \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{\eta}{E_2} \frac{d\sigma}{dt} \Rightarrow \frac{E_1 + E_2}{E_2} \sigma + \frac{\eta}{E_2} \frac{d\sigma}{dt} = E_1 \varepsilon + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$, საბოლოოდ:

$$\sigma + \frac{\eta}{E_1 + E_2} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon + \frac{\eta E_2}{E_1 + E_2} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.3.2)$$

სისტემის წელი დეფორმაციისას, ზემოთ განხილულის ანალოგიურად, (2.3.2)-დან მიიღება $\sigma = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon$, რომელიც უნდა შედარდეს გამოსახულებას $\sigma = E_{\text{ბაზ}} \varepsilon$, შედეგად განისაზღვრება „ხანგრძლივი“ დრეკადობის მოდული $E_{\text{ბაზ}} \equiv E = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$, ხოლო სწრაფი დეფორმაციისას (2.3.2)-დან საბოლოოდ დარჩება $\dot{\sigma} = E_2 \dot{\varepsilon}$, რაც უნდა შედარდეს გამოსახულებას $\dot{\sigma} = H_{\text{ფ}} \dot{\varepsilon}$, შედეგად მიიღება

დრეკადობის „მყისი“ მოდული $H_{\partial y} \equiv H = E_2$. შემოვიტანოთ კიდევ ერთი აღნიშვნა $n = \frac{\eta}{E_1 + E_2}$, საბოლოოდ (2.3.2) გამოსახულება მიიღებს სახეს:

$$nH\dot{\varepsilon} + E\varepsilon = \sigma + n\dot{\sigma} \quad (2.3.3)$$

ამ შემთხვევაშიც უნდა მოხდეს კონკრეტული, ცოცვადობის და რელაქსაციის მოვლენების განხილვა:

- 1) ცოცვადობა $\sigma = \sigma_c = const$. ამ დროს (2.3.3) განტოლებიდან დარჩება $nH\dot{\varepsilon} + E\varepsilon = \sigma_c$, საიდანაც მიიღება:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{E}{nH}\varepsilon = \frac{\sigma_c}{nH} \quad (2.3.4)$$

ის წარმოადგენს პირველი რიგის წრივ დიფერენციალურ განტოლებას და მისი ამონახსნი მოიცემა სახით $\varepsilon(t) = e^{-\int \frac{E}{nH} dt} \left(C + \int \frac{\sigma_c}{nH} e^{\int \frac{E}{nH} dt} dt \right) = e^{-\frac{E}{nH}t} \left(C + \frac{\sigma_c}{nH} \frac{nH}{E} e^{\frac{E}{nH}t} \right)$, საბოლოოდ

$$\varepsilon(t) = C e^{-\frac{E}{nH}t} + \frac{\sigma_c}{E} \quad (2.3.5)$$

განუსაზღვრელი მუდმივას დასადგენად განიხილება კოშის ამოცანა, როცა $t = 0$, $\varepsilon(0) = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{H}$, შესაბამისად მიიღება $\frac{\sigma_c}{H} = C e^{-\frac{E}{nH}0} + \frac{\sigma_c}{E} \rightarrow C = -\sigma_c \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H} \right)$, საიდანაც:

$$\varepsilon(t) = -\sigma_c \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H} \right) e^{-\frac{E}{nH}t} + \frac{\sigma_c}{E} \quad (2.3.6)$$

განტვირთვის პროცესის განხილვისას, როცა $\sigma_c = 0$, დროის ათვლის მომენტიდან ახალი საწყისი პირობით $\varepsilon(0) = \varepsilon'_0$ დარჩება

$$\varepsilon(t) = \varepsilon'_0 e^{-\frac{E}{nH}t} \quad (2.3.7)$$

- 2) რელაქსაცია $\varepsilon = \varepsilon_c = const$. ამ დროს (2.3.3) განტოლებიდან დარჩება $\sigma + n\dot{\sigma} = E\varepsilon_c$, საიდანაც:

$$\dot{\sigma} + \frac{1}{n}\sigma = \frac{E\varepsilon_c}{n} \quad (2.3.8)$$

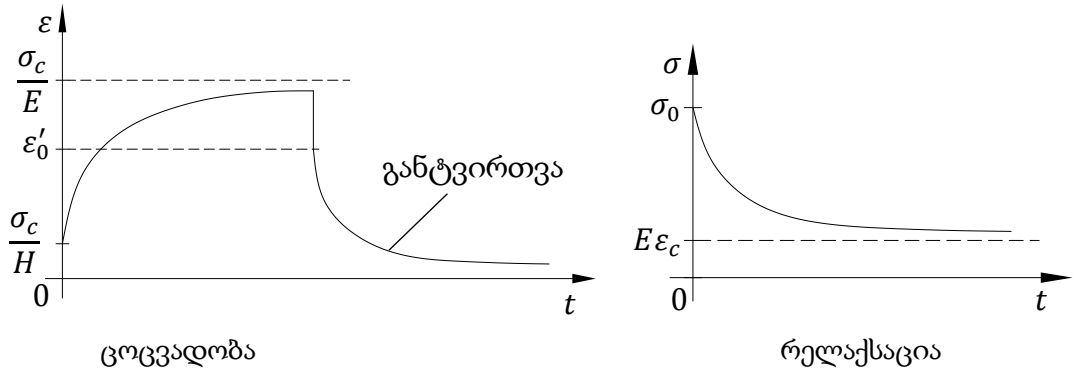
(2.3.8) განტოლების ამონახსნი (2.3.4)-ის ანალოგიურად $\sigma(t) = e^{-\int \frac{1}{n} dt} \left(C + \int \frac{E\varepsilon_c}{n} e^{\int \frac{1}{n} dt} dt \right) = e^{-\frac{t}{n}} \left(C + \frac{E\varepsilon_c}{n} n e^{\frac{t}{n}} \right)$, საბოლოოდ

$$\sigma(t) = C e^{-\frac{t}{n}} + E\varepsilon_c \quad (2.3.9)$$

საწყისი პირობების შესაბამისად, როცა $t = 0$, $\sigma(0) = \sigma_0$, მიიღება $\sigma_0 = C e^{-\frac{0}{n}} + E\varepsilon_c \rightarrow C = \sigma_0 - E\varepsilon_c$, საიდანაც:

$$\sigma(t) = (\sigma_0 - E\varepsilon_c)e^{-\frac{t}{\tau}} + E\varepsilon_c \quad (2.3.10)$$

ცოცვალობის, განტვირთვის და რელაქსაციის მრუდები ამ შემთხვევითვის წარმოდგენილია სურ. 2.3.2-ზე.



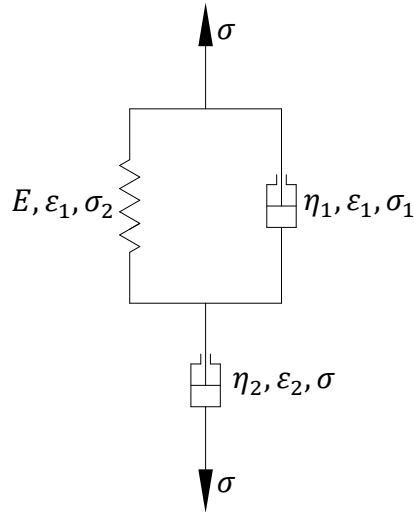
სურ. 2.3.2 სამელემენტარული განზოგადებული მოდელის (ორი დრეკადი ელემენტით) შესაბამისი ცოცვალობის და ძაბვების რელაქსაციის მრუდები

2.4 ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი განზოგადებული მოდელები

მრავალ ელემენტიან განზოგადებულ მოდელებში, ბლანტი ელემენტების რაოდენობის გაზრდა იწვევს შესაბამისი რეოლოგიური დიფერენციალური განტოლების რიგის გაზრდას, რაც, რა თქმა უნდა, ართულებს მის ამოხსნადობას, თუმცა იძლევა უფრო მეტად დახვეწილ შედეგებს [18].

ამდგომარეობაში მოდელებს შორის ყველაზე მარტივი შემთხვევაა სამელემენტარული განზოგადებული მოდელი ერთი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით. შესაძლებელია ორი განსხვავებული ვარიანტის შედგენა, განვიხილოთ დეტალურად:

ა) სურ. 2.4.1-ზე წარმოდგენილია ასეთი განზოგადებული მოდელის I ვარიანტი



სურ. 2.4.1 სამ ელემენტარული მოდელის I ვარიანტი

მასში შემავალ თითოეულ ელემენტს შეესაბამება მექანიკური მახასიათებლები: დრეკად ელემენტს დრეკადობის E მოდული, ხოლო ბლანტ ელემენტებს - სიბლანტის კოეფიციენტები η_1 და η_2 .

მოცემული ვარიანტისთვის დაიწერება თითოეული ელემენტის ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება, ასევე საერთო სისტემის ჯამური ძაბვა და დეფორმაცია:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \eta_1 \frac{d\epsilon_1}{dt} \\ \sigma_2 = E\epsilon_1 \\ \sigma = \eta_2 \frac{d\epsilon_2}{dt} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 \end{cases} \quad (2.4.1)$$

(2.4.1) განტოლებებიდან უნდა მოხდეს ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვა, შედეგად მიიღება შემდეგი დიფერენციალური დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება):

$$\frac{d^2\epsilon}{dt^2} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{\eta_1\eta_2} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E}{\eta_1} \frac{d\epsilon}{dt} + \frac{E}{\eta_1\eta_2} \sigma \quad (2.4.2)$$

ნელი დეფორმაციის შემთხვევაში (2.4.2)-დან მიიღება $\sigma \rightarrow 0$. ეს ნიშნავს, რომ ამ ხერხით „ხანგრძლივი“ დრეკადობის მოდული ვერ დგინდება.

სწრაფი დეფორმაციისას შემოვიფარგლოთ მხოლოდ პირველი რიგის წარმოებულებით, რადგანაც ამ დროს ძაბვისა და დეფორმაციის ცვლილების სიჩქარის სიდიდეები გაცილებით მაღალია ვიდრე განტოლებაში შემავალი სხვა დანარჩენი წევრების მნიშვნელობები, შედეგად (2.4.2)-დან დარჩება:

$$\dot{\sigma} = \frac{E\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \dot{\varepsilon} \quad (2.4.3)$$

შედეგად, დრეკადობის „მყისი“ მოდულისთვის მიიღება გამოსახულება:

$$H = \frac{E\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \quad (2.4.4)$$

დამატებით აღნიშვნებს აქვს სახე:

$$n = \frac{\eta_1}{E}; \quad \eta_2 = \eta \quad (2.4.5)$$

რის შემდეგაც (2.4.2) ჩაიწერება ფორმით:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{n\eta} \sigma \quad (2.4.6)$$

1) განვიხილოთ მუდმივი ძაბვის შემთხვევა $\sigma = \sigma_c = const$ (ცოცვადობა):

(2.4.6)-დან მიიღება:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_c}{n\eta} \quad (2.4.7)$$

(2.4.7) წარმოადგენს მეორე რიგის მუდმივ კოეფიციენტებთან არაერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ამონახსნი მოიცემა ერთგვაროვანი განტოლების ამონახსნისა და არაერთგვაროვანი განტოლების რაიმე კერძო ამონახსნის ჯამის სახით, გასათვალისწინებელია აგრეთვე შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების 0-ის ტოლი ფესვების რაოდენობაც. დეტალური გამოყვანის გარეშე, (2.4.7)-ს ამონახსნი მოიცემა სახით:

$$\varepsilon(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{t}{n}} + \frac{\sigma_c}{\eta} t \quad (2.4.8)$$

მიღებული დიფერენციალური განტოლებები უნდა ამოიხსნას საწყისი პირობების გათვალისწინებით, ე.წ. კოშის ამოცანა. მოცემულ შემთხვევაში, საწყის პირობებს ექნება სახე:

$$\text{როცა } t = 0, \varepsilon(0) = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{H} \text{ და } \dot{\varepsilon}(0) = v_0 \quad (2.4.9)$$

სადაც v_0 არის დეფორმაციის საწყისი სიჩქარე. ამის გათვალისწინებით მიიღება:

$$C_1 = \sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{n}{\eta} \right) + nv_0 \text{ და } C_2 = \frac{n\sigma_c}{\eta} - nv_0 \quad (2.4.10)$$

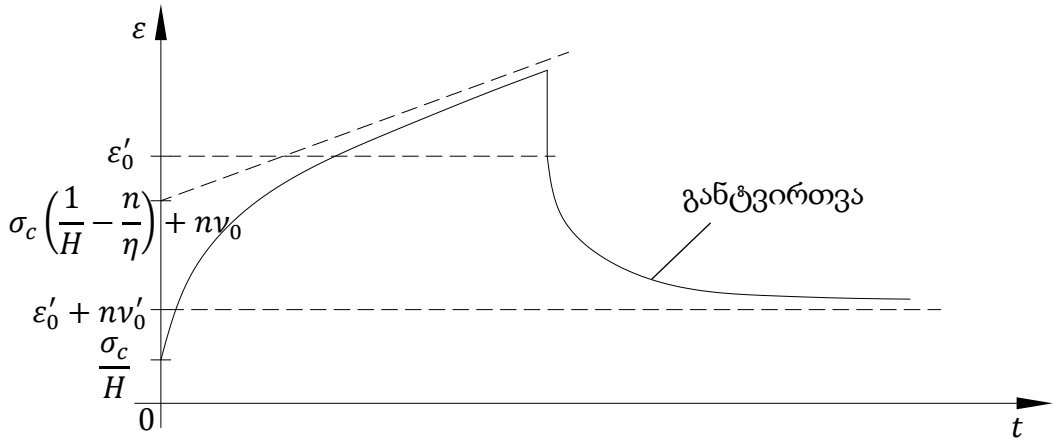
საბოლოოდ (2.4.8) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon(t) = \left[\sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{n}{\eta} \right) + n\nu_0 \right] + \left[\frac{n\sigma_c}{\eta} - n\nu_0 \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\sigma_c}{\eta} t \quad (2.4.11)$$

თუ რაღაც დროის შემდეგ მოხდება სისტემის განტვირთვა ანუ $\sigma_c = 0$, მაშინ თითქმის მყისიერად მოხდება სისტემის ახლებურად ფორმირება (მოცემულ მოდელში დრეკადი ელემენტის არსებობის გამო) და შეიცვლება საწყისი პირობებით მოცემული სიდიდეებიც. დეფორმაცია გახდება რამდენადმე მცირე ვიდრე დროის მოცემული მომენტისთვის იყო, ხოლო დეფორმაციის სიჩქარე შეიცვლის ნიშანს. ისინი გახდება რაღაც ε'_0 და ν'_0 ($\text{sign}(\nu'_0) = -\text{sign}(\nu_0)$), რის შედეგადაც (2.4.11) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon = \varepsilon'_0 + n\nu'_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (2.4.12)$$

სურ. 2.4.2-ზე გამოსახულია (2.4.11) და (2.4.12) დამოკიდებულებების შესაბამისი გრაფიკები:



სურ. 2.4.2 I მოდელის შესაბამისი ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები

- 2) მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა $\varepsilon = \varepsilon_c = \text{const}$ (რელაქსაცია):
(2.4.7) რეოლოგიური განტოლებიდან მივიღებთ:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{H}{\eta} \sigma = 0 \quad (2.4.13)$$

ცვლადების განცალგების შემდეგ დარჩება $\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{H}{\eta} dt$, რომელიც მარტივად ინტეგრირდება და მიიღებს სახეს:

$$\ln|\sigma(t)| = C - \frac{H}{\eta}t \Rightarrow \sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{H}{\eta}t} \quad (2.4.14)$$

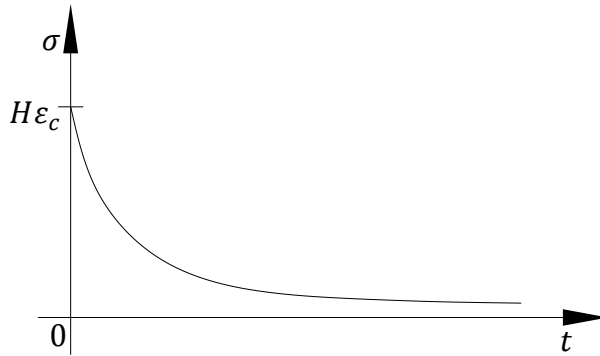
ამ შემთხვევაშიც საწყისი პირობებიდან,

$$\text{როცა } t = 0, \sigma = \sigma_0 = H\varepsilon_c \quad (2.4.15)$$

საბოლოოდ

$$\sigma(t) = H\varepsilon_c e^{-\frac{H}{\eta}t} \quad (2.4.16)$$

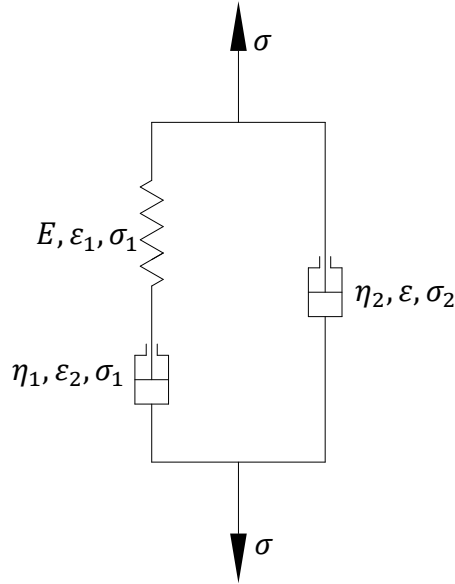
(2.4.16) დამოკიდებულების გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია სურ. 2.4.3-ზე:



სურ. 2.4.3 I მოდელის შესაბამისი ძაბვების რელაქსაციის მრუდი

წარმოდგენილი მოდელი ცოცვადობის აღწერის თვალსაზრისით იძლევა მეორე რიგის დიფერენციალურ განტოლებას, მისი ამონახსნი კარგად ეთავსება ექსპერიმენტის თვისობრივ შედეგებს და ორი განუსაზღვრელი კოეფიციენტის არსებობა იძლევა შესაძლებლობას რაოდენობრივად კარგად შეეთავსოს ექსპერიმენტულ შედეგებს. თუმცა რელაქსაციის პროცესის აღწერისას მიიღება მარტივი გამოსახულება, განუსაზღვრელი ერთი კოეფიციენტით და შესაბამისად ექსპერიმენტთან შეთავსების შესაძლებლობა უფრო შემცირებულია.

ბ) სურ. 2.4.4-ზე წარმოდგენილია სამეღემენტიანი განზოგადებული მოდელის II ვარიანტი.



სურ. 2.4.4 სამელემენტიანი მოდელის II ვარიანტი

აქაც უნდა დაიწეროს თითოეული ელემენტისთვის ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება, ასევე საერთო სისტემის ჯამური ძაბვა და დეფორმაცია:

$$\begin{cases} \sigma_1 = E \varepsilon_1 \\ \sigma_1 = \eta_1 \frac{d\varepsilon_2}{dt} \\ \sigma_2 = \eta_2 \frac{d\varepsilon}{dt} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{cases} \quad (2.4.17)$$

ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვის შემდეგ მიიღება შემდეგი დიფერენციალურ დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება):

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta_2} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{(\eta_1 + \eta_2)E}{\eta_1\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta_1\eta_2} \sigma \quad (2.4.18)$$

ნელი დეფორმაციისას, ზემოთ განხილულის ანალოგიურად მიიღება $\sigma \rightarrow 0$. ამ ხერხით „ხანგრძლივი“ დრეკადობის მოდული აქაც ვერ დგინდება.

სწრაფი დეფორმაციისას შემოვიფარგლოთ მხოლოდ პირველი რიგის წარმოებულებით, (2.4.18)-დან გვექნება:

$$\dot{\sigma} = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E}{\eta_1} \dot{\varepsilon} \quad (2.4.19)$$

და დრეკადობის „მყისი“ მოდული მიიღებს სახეს:

$$H = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E}{\eta_1} \quad (2.4.20)$$

შემოვიღოთ დამატებითი აღნიშვნები:

$$n = \frac{\eta_2}{H}; \quad \eta_1 = \eta \quad (2.4.21)$$

რის შემდეგაც (2.4.18) მიიღებს სახეს:

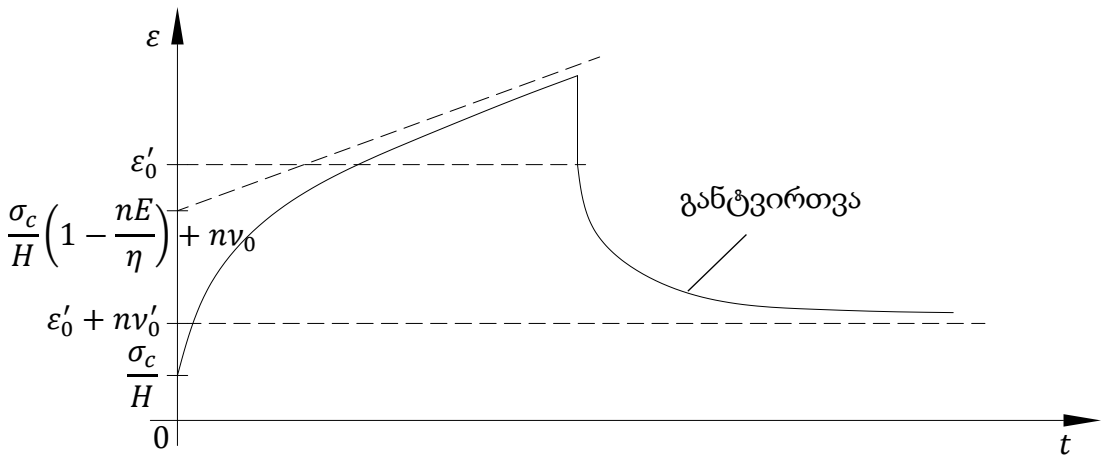
$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{nH\eta} \sigma \quad (2.4.22)$$

როგორც ჩანს (2.4.22) და (2.4.7) არის ერთი და იგივე ტიპის დიფერენციალური განტოლება ბოლო σ -ს წინა კოეფიციენტის განსხვავებით, რომელიც შედეგებზე არანაირ ზეგავლენას მოახდენს, რადგანაც მასალის თვისებების აღწერისას ეს კოეფიციენტი მხოლოდ ექსპერიმენტთან შედარების შემდეგ დადგინდება.

მცირედი ცვლილება იქნება ცოცვადობის პროცესის აღმწერ ამონახსნში, ამ შემთხვევაში მიიღება:

$$\varepsilon(t) = \left[\frac{\sigma_c}{H} \left(1 - \frac{nE}{\eta} \right) + n\nu_0 \right] + \left[\frac{En\sigma_c}{H\eta} - n\nu_0 \right] e^{-\frac{t}{n}} + \frac{E\sigma_c}{H\eta} t \quad (2.4.23)$$

განტვირთვის პროცესი წინა შემთხვევის ანალოგიურად აღიწერება $\varepsilon = \varepsilon'_0 + n\nu'_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{n}} \right)$ (2.4.12) განტოლებით. ცხადია, აქაც იგივე ითქმის საწყის დეფორმაციასა და მის სიჩქარეზე, ხოლო გრაფიკულ გამოსახულებას ცოცვადობისა თუ განტვირთვისთვის ექნება სახე (სურ. 2.4.5):



სურ. 2.4.5 II მოდელის შესაბამისი ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები

მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევა $\varepsilon = \varepsilon_c = const$ (რელაქსაცია):

იგივე შეიძლება ითქვას რელაქსაციის პროცესზე (2.4.16)-ის მსგავსად ამ შემთხვევაში პროცესის აღმწერ თანაფარდობას ექნება სახე:

$$\sigma = H\varepsilon_c e^{-\frac{E}{\eta}t} \quad (2.4.24)$$

ხოლო მისი გრაფიკული გამოსახულება სურ. 2.4.3-ის იდენტურია.

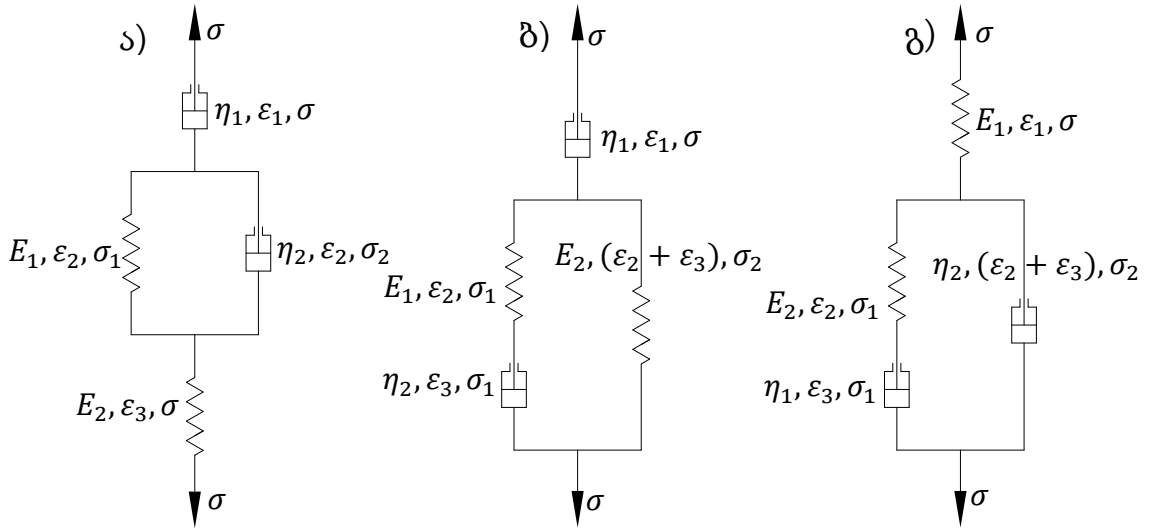
ამ შემთხვევაშიც იგივე დასკვნები გაკეთდება, რაც I მოდელის განხილვისას იყო.

2.5. ოთხელემენტური განზოგადებული მოდელები ორი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით

იმისათვის, რომ ამოიწუროს მოდელების ზემოთ აღწერილი კლასიფიკაციით ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი 2) ტიპის ვარიანტები, საჭიროა განხილულ იქნას ოთხელემენტური მოდელები, რომლებიც შეიცავს ორ დრეკად და ორ ბლანტ ელემენტს.

ასეთი მოდელების შედგენის რამდენიმე კომბინაციიდან გამოიყოფა სამი ერთმანეთისგან დამოუკიდებელი ვარიანტი. განვიხილოთ მათი დეფორმაციის მახასიათებლები მუდმივი დატვირთვის და მუდმივი დეფორმაციის შემთხვევებში.

სიმბოლურად ერთ-ერთ ასეთ ვარიანტს წარმოადგენს მიმდევრობით შეერთებულ მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის მოდელების კომბინაცია (სურ. 2.5.1 ა), ხოლო იდენტური თვისებების მქონე სხვა ორი მოდელი წარმოდგენილია სურ. 2.5.1 ბ), გ)-ზე.



სურ. 2.5.1 ოთხელემენტური მოდელების ვარიანტები

თითოეული მოდელისთვის უნდა დაიწეროს შემადგენელი ელემენტების ძაბვასა და დეფორმაციას შორის დამოკიდებულება, ასევე საერთო სისტემის ჯამური ძაბვა და დეფორმაცია:

$$\begin{aligned}
 \text{ა)} \quad & \begin{cases} \sigma = \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} \\ \sigma_1 = E_1 \varepsilon_2 \\ \sigma_2 = \eta_2 \frac{d\varepsilon_2}{dt} \\ \sigma = E_2 \varepsilon_3 \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{cases} & \text{ბ)} \quad & \begin{cases} \sigma = \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt} \\ \sigma_1 = E_1 \varepsilon_2 \\ \sigma_1 = \eta_2 \frac{d\varepsilon_3}{dt} \\ \sigma_2 = E_2 (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{cases} & \text{გ)} \quad & \begin{cases} \sigma = E_1 \varepsilon_1 \\ \sigma_1 = E_2 \varepsilon_2 \\ \sigma_1 = \eta_1 \frac{d\varepsilon_3}{dt} \\ \sigma_2 = \eta_2 \frac{d(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{dt} \\ \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{cases} \quad (2.5.1)
 \end{aligned}$$

ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვის შემდეგ, თითოეული მოდელისთვის მიიღება შემდეგი დიფერენციალური დამოკიდებულებები (რეოლოგიური განტოლებები):

$$\text{ა)} \quad \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E_2} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{(\eta_1 + \eta_2) E_2 + \eta_1 E_1}{\eta_1 \eta_2 E_2} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E_1}{\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_1}{\eta_1 \eta_2} \sigma \quad (2.5.2)$$

ნელი დეფორმაციის დროს მიიღება $\sigma \rightarrow 0$, შესაბამისად „ხანგრძლივი“ დრეკადობის მოდული აქაც ვერ განისაზღვრება. სწრაფი დეფორმაციისას თუ შემოვიფარგლებით პირველი რიგის წარმოებულებით დარჩება

$$\dot{\sigma} = \frac{\eta_1 E_1 E_2}{(\eta_1 + \eta_2) E_2 + \eta_1 E_1} \dot{\varepsilon} \quad (2.5.3)$$

„მყისი“ დრეკადობის მოდულისთვის მიიღება გამოსახულება:

$$H = \frac{\eta_1 E_1 E_2}{(\eta_1 + \eta_2) E_2 + \eta_1 E_1} \quad (2.5.4)$$

შემოვიღოთ დამატებითი აღნიშვნები:

$$n = \frac{\eta_2}{E_1}; \quad \eta_1 = \eta; \quad E_2 = E \quad (2.5.5)$$

რის შემდეგაც (2.5.2) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{n\eta} \sigma \quad (2.5.6)$$

ანალოგიურად, დანარჩენი ორი შემთხვევისთვის:

$$\text{ბ) } \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E_1 + E_2} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{(E_1 + E_2)\eta_2 + \eta_1 E_1}{\eta_1 \eta_2 (E_1 + E_2)} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E_1 E_2}{\eta_2 (E_1 + E_2)} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_1 E_2}{\eta_1 \eta_2 (E_1 + E_2)} \sigma \quad (2.5.7)$$

„მყისი“ დრეკადობის მოდული:

$$H = \frac{\eta_1 E_1 E_2}{(E_1 + E_2)\eta_2 + \eta_1 E_1} \quad (2.5.8)$$

ხოლო დამატებითი აღნიშვნები:

$$n = \frac{(E_1 + E_2)\eta_2}{E_1 E_2}; \quad \eta_1 = \eta; \quad E_1 + E_2 = E \quad (2.5.8)$$

ამის შემდეგ (2.5.7) მიიღებს ზუსტად (2.5.6) სახეს.

$$\text{ბ) } \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} - \frac{1}{E_1} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E_2 + \eta_1 E_1}{\eta_1 \eta_2 E_1} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{E_2(\eta_1 + \eta_2)}{\eta_1 \eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2}{\eta_1 \eta_2} \sigma \quad (2.5.9)$$

„მყისი“ დრეკადობის მოდული:

$$H = \frac{(\eta_1 + \eta_2)E_1 E_2}{(\eta_1 + \eta_2)E_2 + \eta_1 E_1} \quad (2.5.10)$$

ხოლო დამატებითი აღნიშვნები:

$$n = \frac{\eta_1 \eta_2}{(\eta_1 + \eta_2)E_2}; \quad \eta_1 + \eta_2 = \eta; \quad E_1 = E \quad (2.5.11)$$

ამის შემდეგ (2.5.9) გამოსახულებაც მიიღებს ზუსტად (2.5.6) სახეს.

გამოდის, რომ სამივე ეს მოდელი ერთნაირად აღწერს მათთან დაკავშირებულ დეფორმაციის პროცესებს, განვიხილოთ დაწვრილებით:

1) ცოცვადობა და განტვირთვის პროცესი ($\sigma = \sigma_c = \text{const}$)

(2.5.6) გამოსახულებიდან მიიღება:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma_c}{n\eta} \quad (2.5.12)$$

რაც ზუსტად (2.4.7) განტოლებაა. ამ განტოლების ამონახსნი და მისი გრაფიკული წარმოდგენა როგორც ცოცვადობისთვის ასევე განტვირთვისთვის მოცემულია ზემოთ.

2) რელაქსაცია ($\varepsilon = \varepsilon_c = const$)

(2.5.6) ფორმულიდან მიიღება:

$$\frac{d^2 \sigma}{dt^2} + \frac{E}{nH} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{E}{n\eta} \sigma = 0 \quad (2.5.13)$$

(2.5.13) წარმოადგენს მეორე რიგის მუდმივკოეფიციენტებთან ერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ზოგადი ამონახსნი ჩაიწერება ასე:

$$\sigma = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} \quad (2.5.14)$$

სადაც k_1 და k_2 არის

$$k^2 + \frac{E}{nH} k + \frac{E}{n\eta} = 0 \quad (2.5.15)$$

მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები:

$$k_1 = \frac{-E + \sqrt{E^2 - \frac{4nEH^2}{\eta}}}{2n} < 0 \text{ და } k_2 = \frac{-E - \sqrt{E^2 - \frac{4nEH^2}{\eta}}}{2nH} < 0 \quad (2.5.16)$$

საწყისი პირობებით

$$\text{როცა } t = 0, \sigma(0) = \sigma_0 = H\varepsilon_c \text{ და } \dot{\sigma}(0) = \mu_0 \quad (2.5.17)$$

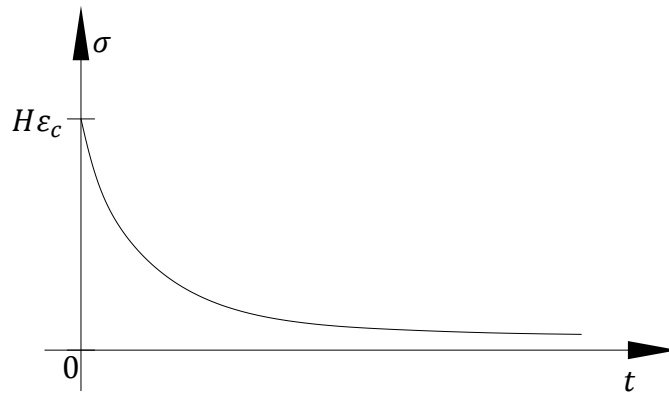
სადაც μ_0 არის ძაბვის ცვლილების საწყისი სიჩქარე. შედეგად განუსაზღვრელი კოეფიციენტებისთვის მივიღებთ:

$$C_1 = \frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_2}{k_1 - k_2} \text{ და } C_2 = -\frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_1}{k_1 - k_2} \quad (2.5.18)$$

საბოლოოდ (2.5.14) მიიღებს სახეს:

$$\sigma(t) = \frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_2}{k_1 - k_2} e^{k_1 t} - \frac{\mu_0 - H\varepsilon_c k_1}{k_1 - k_2} e^{k_2 t} \quad (2.5.19)$$

მისი გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია სურ. 2.5.2-ზე:



სურ. 2.5.2 ძაბვების რელაქსაციის მრუდი ოთხელემენტიანი განზოგადებული მოდელებისთვის

სამელემენტიანი მოდელებისგან განსხვავებით, ამ შემთხვევაში მიიღება რეოლოგიურ განტოლებას (2.5.6), რომელშიც ძაბვა და დეფორმაცია სიმეტრიულად შედის (შეიცავს ორივე სიდიდის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულებს). ცოცვადობის შემთხვევის ამონახსნი ემთხვევა სამ ელემენტიანი მოდელების შესაბამის ამონახსნს და დასკვნებიც იგივეა, ხოლო რელაქსაციის განხილვისას ოთხელემენტიანი მოდელები იძლევა უფრო ფართო შესაძლებლობებს ექსპერიმენტთან შედარების თვალსაზრისით, კერძოდ რელაქსაციის მრუდი არ წარმოადგენს მარტო ერთ მარტივ ექსპონენტს (ორი ექსპონენტის კომბინაციაა) და ასევე გვაქვს ერთის ნაცვლად ორი დამოუკიდებელი მუდმივა, რაც ექსპერიმენტთან კარგად შეთავსების საშუალებას იძლევა.

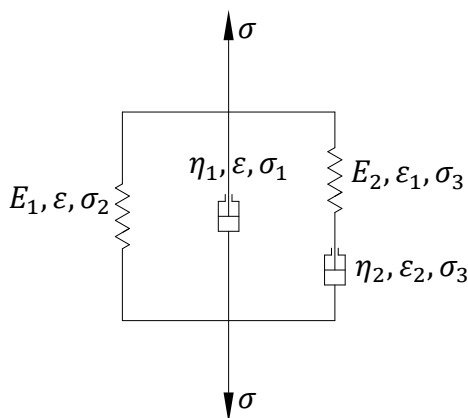
თუ η კოეფიციენტი (გ) მოდელისთვის η_1 -ს) მივასწრაფებთ უსასრულობისკენ, მაშინ ეს ოთხელემენტიანი მოდელები გადაიქცევა კელვინ-ფოიხტის განზოგადებულ სამ ელემენტიან მოდელებად, რომლებიც თვისობრივად კარგად აღწერენ კომპოზიციური მასალების თვისებებს, თუმცა რაოდენობრივად ექსპერიმენტთან შედარებით დიდ ცდომილებას იძლევიან.

მოდელში ელემენტების რაოდენობის გაზრდა ართულებს მის ამოხსნას, მაგრამ იძლევა კარგ შესაძლებლობას გაცილებით ნაკლები ცდომილებით მოხდეს ექსპერიმენტულ მონაცემებთან შეთავსება. განხილული ოთხელემენტიანი მოდელები კარგი შესაძლებლობაა კომპოზიციური მასალების თვისებების აღსაწერად.

2.6. დრეკად-ბლანტი სხეულების თვისებების აღწერილობითი მოთხელემენტური განზოგადებული მოდელების შედარებითი ანალიზი

მოთხელემენტური მოდელების მრავალი კომბინაციიდან შეირჩა ზემოთ აღწერილი კლასიფიკაციის 1) და 2) ხაზის მოდელების თითო კომბინაცია და მოხდა მათი თვისებების შედარებითი ანალიზი [18]. ასეთ შემთხვევებად სიმბოლურად აირჩა პარალელურად და მიმდევრობით შეერთებული მაქსველისა და კელვინ-ფოიხტის ორ ელემენტური მოდელები.

1. მოთხელემენტური მოდელი კლასიფიკაციის 1) ხაზის მიხედვით (სურ. 2.6.1):



სურ. 2.6.1 მოთხელემენტური მოდელი შემკვრელი დრეკადი ელემენტით

ამ შემთხვევაშიც თითოეული ელემენტისათვის უნდა დაიწეროს ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელი დამოკიდებულება (ჰუკის კანონი ან ნიუტონის კანონი), ასევე საერთო ძაბვისა და დეფორმაციის გამომსახველი განტოლებები. ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვის შემდეგ მიიღება ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელი დიფერენციალური დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება), რომელსაც მოცემულ შემთხვევაში აქვს სახე:

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta_1} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{(E_1 + E_2)\eta_2 + E_2\eta_1}{\eta_1\eta_2} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E_2}{\eta_1\eta_2} \sigma - \frac{E_1 E_2}{\eta_1\eta_2} \varepsilon \quad (2.6.1)$$

ნელი და სწრაფი დეფორმაციის განხილვისას შესაძლებელია შესაბამისად წარმოებულების და თავისუფალი წევრების უკუგდება. ასეთ შემთხვევაში მიიღება მარტივი დამოკიდებულებები: $\sigma = E\varepsilon$ ნელი დეფორმაციისას და $\dot{\sigma} = H\dot{\varepsilon}$ სწრაფი დეფორმაციისას. დრეკადობის

„ხანგრძლივი“ და „მყისი“ მოდულების გამოსახულებებს და დამატებით აღნიშვნებს აქვს სახე:

$$E = E_1 \text{ და } H = \frac{(E_1+E_2)\eta_2+E_2\eta_1}{\eta_2}, n = \frac{\eta_2}{E_1} \text{ და } \eta = \eta_1 \quad (2.6.2)$$

(2.6.2)-ის გათვალისწინებით (2.6.1) მიიღებს ფორმას:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta n} \sigma - \frac{E}{\eta n} \varepsilon \quad (2.6.3)$$

(2.6.3) განტოლების ზოგადი ამოხსნა ვერ ხერხდება. კერძო შემთხვევებში:

ა) $\sigma = \sigma_c = const$ (ცოცვადობა). ამ შემთხვევაში (2.6.3) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta n} \varepsilon = \frac{\sigma_c}{\eta n} \quad (2.6.4)$$

რომლის ამონახსნი, როცა $t = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{\sigma_c}{H}$ და $\dot{\varepsilon}(0) = \nu_0$ (დეფორმაციის საწყისი სიჩქარე), საწყისი პირობების გათვალისწინებით მოიცემა ფორმით:

$$\varepsilon(t) = \frac{\nu_0 - k_2 \sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{E} \right)}{k_1 - k_2} e^{k_1 t} - \frac{\nu_0 - k_1 \sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{E} \right)}{k_1 - k_2} e^{k_2 t} + \frac{\sigma_c}{E} \quad (2.6.5)$$

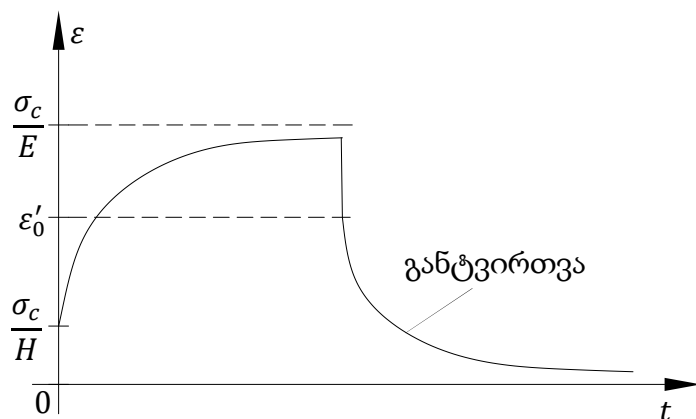
$$\text{სადაც } k_1 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0 \quad \text{და} \quad k_2 = \frac{-H - \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0 \quad \text{არის} \quad (2.6.4)$$

გამოსახულების შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები.

თუ გარკვეული დროის შემდეგ მოიხსნება დატვირთვა, სისტემა მყისიერად ახლებურად ფორმირდება, დეფორმაციის დროში განვითარება გაგრძელდება სხვაგვარად ახალი საწყისი პირობებით: როცა $t = 0$, $\varepsilon = \varepsilon'_0$ და $\dot{\varepsilon}(0) = \nu'_0$ (უნდა აღინიშნოს, რომ საწყისი დეფორმაციის სიჩქარე იცვლის თავის მიმართულებას). ასეთ შემთხვევაში (2.6.4) განტოლების ამონახსნი განტვირთვის დროს ($\sigma_c = 0$) მიიღებს სახეს:

$$\varepsilon(t) = \frac{\nu'_0 - k_2 \varepsilon'_0}{k_1 - k_2} e^{k_1 t} - \frac{\nu'_0 - k_1 \varepsilon'_0}{k_1 - k_2} e^{k_2 t} \quad (2.6.6)$$

(2.6.5) და (2.6.6) გამოსახულებებით მოცემული ცოცვადობის და განტვირთვის შესაბამისი სქემატური გრაფიკული გამოსახულებები მოცემულია სურ. 2.6.2-ზე.



სურ. 2.6.2 ცოცვადობის და განტვირთვის მრუდები

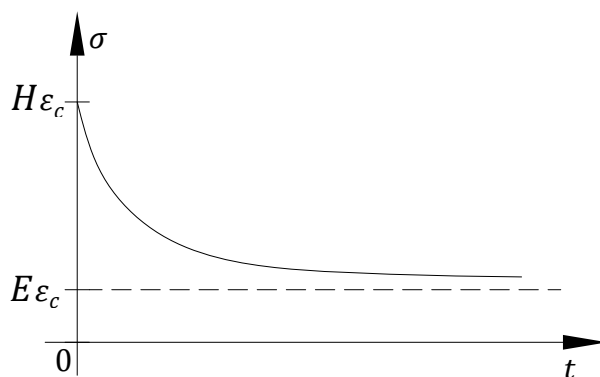
ბ) $\varepsilon = \varepsilon_c = \text{const}$ (რელაქსაცია). (2.6.3) მიიღებს სახეს:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{n}\sigma = \frac{E\varepsilon_c}{n} \quad (2.6.7)$$

რომლის ამონახსნი საწყისი პირობებით, როცა $t = 0$, $\sigma = \sigma_0 = H\varepsilon_c$, მოიცემა ფორმით:

$$\sigma(t) = \varepsilon_c(H - E)e^{-\frac{t}{n}} + E\varepsilon_c \quad (2.6.8)$$

(2.6.8) განტოლების სქემატური გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია სურ. 2.6.3-ზე:



სურ. 2.6.3 ძაბვების რელაქსაციის მრუდი

2. ოთხელემენტისანი მოდელი კლასიფიკაციის 2) ხაზის მიხედვით (იხ. სურ. 2.5.1 ა))

ეს მოდელი განხილულია 2.5. ქვეთავში. ამ სქემის შესაბამისი რეოლოგიური განტოლება აღიწერება (2.5.6) განტოლებით. ცოცვადობის და რელაქსაციის აღმწერი ამონახსნები მოიცემა შესაბამისად (2.4.11) და (2.5.19) გამოსახულებებით, ხოლო მათი სქემატური გრაფიკული გამოსახულებები მოცემულია შესაბამისად სურ. 2.4.2 და სურ. 2.5.2-ზე. ამავე ქვეთავში არის აღწერილი ამ მოდელის მახასიათებლები, მისი უპირატესობები და ნაკლოვანებები.

აქ განხილული ორივე ტიპის მოდელისთვის მიიღება დროის მიხედვით მეორე რიგის დიფერენციალური დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება), მაგრამ მათში ძაბვები და დეფორმაციები, წარმოებულების რიგის მიხედვით, არასიმეტრიულია. მეორე შემთხვევაში განსხვავება მხოლოდ (2.5.6) რეოლოგიურ განტოლებაში დეფორმაციის შემცველი თავისუფალი წევრის არარსებობითაა გამოწვეული.

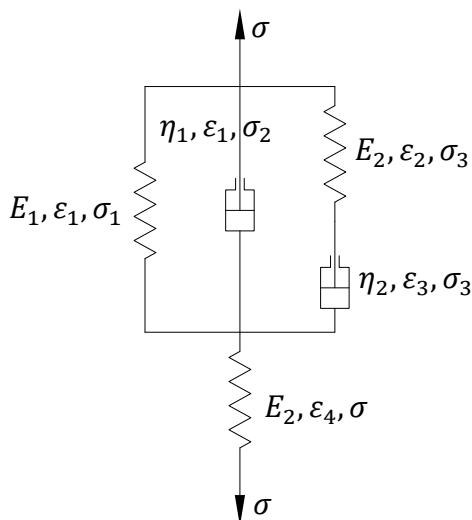
ცოცვადობის და რელაქსაციის პროცესების აღწერისას ორივე ტიპის მოდელი იძლევა განსხვავებულ შედეგებს, კერძოდ, პირველი მოდელით ცოცვადობის პროცესი აღიწერება ისე, რომ ხანგრძლივი დროის შემდეგ დეფორმაცია აღწევს რაღაც მაქსიმალურ მნიშვნელობას. პრაქტიკა აჩვენებს, რომ ასეთი შემთხვევა იშვიათია, რეალურად, დროის მიხედვით დეფორმაციის პროცესი არ ჩერდება. თუმცა გარკვეული სიზუსტით შედეგები შეიძლება დამაკმაყოფილებლად ჩაითვალოს. კლასიფიკაციის ამ ხაზის მოდელების სამელემენტისანი ვარიანტისგან განსხვავებით ცოცვადობის მრუდი წარმოადგენს ორი ექსპონენციალური შესაკრების კომბინაციას, დამოუკიდებელი პარამეტრების რიცხვი უფრო მეტია და ექსპერიმენტთან ეფექტურად შეთავსების მეტი შესაძლებლობაა. განტვირთვის დროს სისტემა სრულად აღიდგენს საწყის მდგომარეობას, ნარჩენი დეფორმაცია არ იქნება. რაც შეეხება რელაქსაციის პროცესს, ამონახსნი წარმოადგენს მარტივ ექსპონენტას რაც ექსპერიმენტთან მიმართებით მეტ უზუსტობას იძლევა. ამ შემთხვევაში, ხანგრძლივი დროის შემდეგ ძაბვა ჩერდება რაღაც არანულოვან მნიშვნელობაზე.

კლასიფიკაციის მეორე მოდელის შემთხვევაში ცოცვადობისა და რელაქსაციის მრუდები არ წარმოადგენს მარტივ ექსპონენტებს, დამოუკიდებელი პარამეტრების რიცხვიც მეტია მათ სამ ელემენტისანი ვარიანტებთან შედარებით და ექსპერიმენტთან შედარების მეტი ეფექტური შესაძლებლობაა. ცოცვადობის პროცესის აღწერისას დეფორმაცია ხანგრძლივი დროის მანძილზე ყოველთვის მიმდინარეობს, რისი გამოვლინებაც პრაქტიკაშიც ხშირად გვხვდება. η_1 სიბლანტის კოეფიციენტის ვარირებით ეს

პროცესი შესაძლოა იმართოს ექსპერიმენტულ მონაცემებთან შეთავსების თვალსაზრისით, ხოლო თუ მას მივასწრაფებთ უსასრულობისკენ მაშინ სურ. 2.5.1 ა)-ზე გამოსახული მოდელი გადაიქცევა კლასიფიკაციის 1) ხაზის განზოგადებული მოდელის სამეწმენტიან ვარიანტად. განტვირთვის შემდეგ სისტემაში რჩება ნარჩენი დეფორმაციები, რაც პრაქტიკული თვალსაზრისით რეალობასთან უფრო ახლოს დგას. რელაქსაციის პროცესი ამ შემთხვევაში იძლევა შედეგს, რომ ხანგრძლივი დროის შემდეგ ძაბვა 0-მდე ეცემა, რაც პრაქტიკულად ზოგ შემთხვევაში არ ვლინდება. ეს ფაქტი ამ მოდელის უარყოფით მხარედ შეიძლება შეფასდეს, თუმცა პრაქტიკული სიზუსტის თვალსაზრისით დასაშვებია.

2.7 ხუთელემენტიანი მოდელი სამი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით

ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი მოდელებიდან ყველაზე რთულ შემთხვევას წარმოადგენს სურ. 2.7.1-ზე წარმოდგენილი სქემა (ხუთელემენტიანი მოდელი):



სურ. 2.7.1 ხუთელემენტიანი მოდელი სამი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით

ამ შემთხვევაშიც თითოეული ელემენტისათვის უნდა დაიწეროს ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელი დამოკიდებულება (ჰუკის კანონი ან ნიუტონის კანონი), ასევე საერთო ძაბვისა და დეფორმაციის გამომსახველი განტოლებები. ინდექსიანი პარამეტრების გამორიცხვის შემდეგ მიიღება ძაბვისა და დეფორმაციის მაკავშირებელი დიფერენციალური

დამოკიდებულება (რეოლოგიური განტოლება), რომელსაც მოცემულ შემთხვევაში აქვს სახე:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\eta_1\eta_2}{E_2}\right)\frac{d^2\sigma}{dt^2} + \left(\frac{\eta_2(E_1+E_3)}{E_2} + \eta_1 + \eta_2\right)\frac{d\sigma}{dt} + (E_1 + E_3)\sigma = \\ = E_3 \left[\left(\frac{\eta_1\eta_2}{E_2}\right)\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \left(\frac{E_1\eta_2}{E_2} + \eta_1 + \eta_2\right)\frac{d\varepsilon}{dt} + E_1\varepsilon \right] \end{aligned} \quad (2.7.1)$$

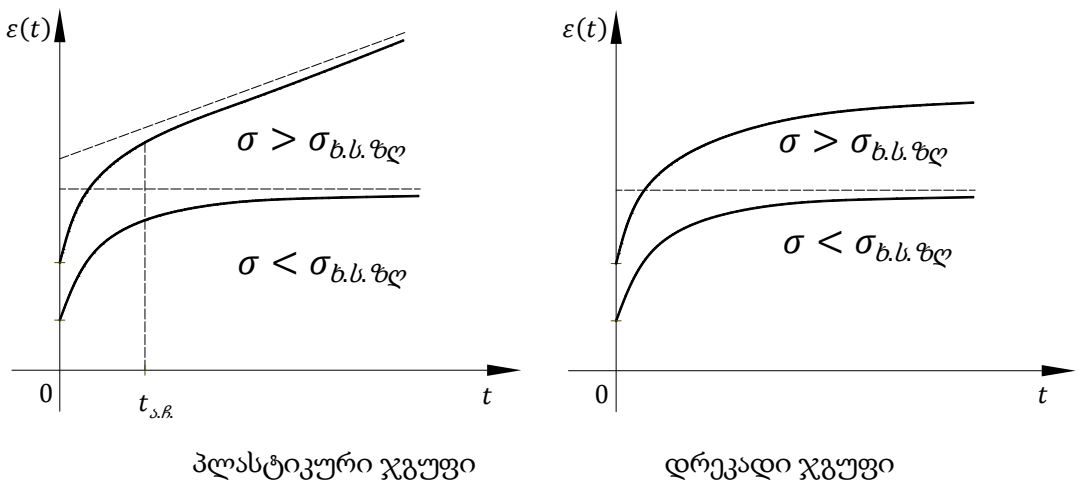
ნელი და სწრაფი დეფორმაციების განხილვისას დადგინდება დრეკადობის „ხანგრძლივი“ და „მყისი“ მოდულების მნიშვნელობები ზემოთ აღწერილი მეთოდით.

აღსანიშნავია, რომ ასეთ შემთხვევაში, როგორც ცოცვადობის, ასევე რელაქსაციის პროცესის აღწერისას (2.7.1) გამოსახულებიდან მიიღება დროის მიხედვით მეორე რიგის დიფერენციალური განტოლებები, რომლებიც ცხადი სახით შეიცავენ საძიებელ ფუნქციას, მის პირველი და მეორე რიგის წარმოებულებს. შესაბამის მახასიათებელ განტოლებებსაც ექნება არატრივიალური ამონახსნები, რაც თავის მხრივ ზრდის განუსაზღვრელი კოეფიციენტების რაოდენობას ორივე პროცესისთვის. ეს კი მოდელის ექსპერიმენტულ მონაცემებთან შეთავსების უკეთეს შესაძლებლობას იძლევა. ამდაგვარი განტოლებების ამოხსნის მაგალითები მოყვანილია 2.5 და 2.6 პარაგრაფებში.

2.8 ხუთელემენტური მოდელები ხახუნის ელემენტით

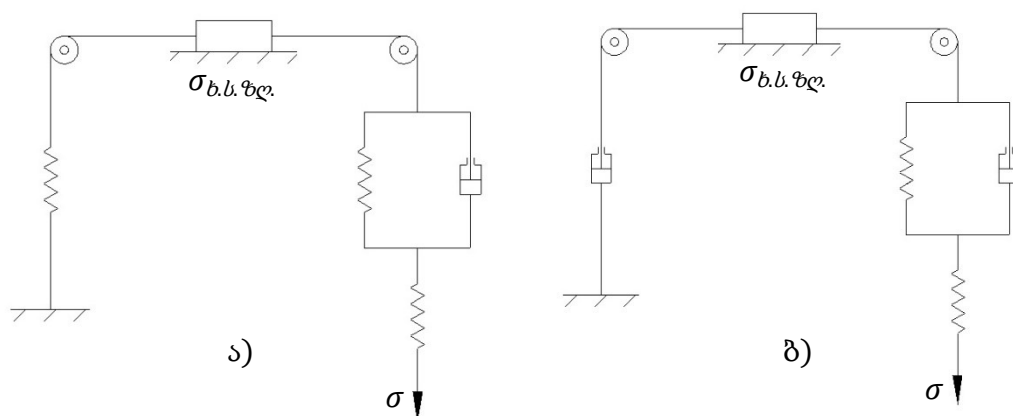
კომპოზიტური მასალების ექსპლუატაციის პრაქტიკიდან გამომდინარე, დეფორმირების ხასიათის მიხედვით განასხვავებენ მათ ორ ჯგუფს: **პლასტიკურ** კომპოზიტურ პლასტიკებს და **დრეკად** კომპოზიტურ პლასტიკებს. ორივე მათგანისთვის სახასიათოა ისეთი მაქსიმალური დატვირთვა, ხანგრძლივი სიმტკიცის ქვედა ზღვრის სახით $\sigma_{b.l.ზღ}$, რომელზე მცირე დატვირთვის შემთხვევაში მასალა არ ირღვევა უსასრულო დიდი დროის განმავლობაში, ხოლო როცა $\sigma > \sigma_{b.l.ზღ}$ მაშინ აცულილებლად მოხდება რღვევა.

პლასტიკური ჯგუფის კომპოზიტური პლასტიკების ცოცვადობის დეფორმაციის აღწერისას, როცა დატვირთვა აჭარბებს ხანგრძლივი სიმტკიცის ქვედა ზღვარს ($\sigma > \sigma_{b.l.ზღ}$), დეფორმაციის დაწყებიდან გარკვეული დროის შემდეგ $t > t_{\Delta R}$ ($t_{\Delta R}$ არაჩამდგარი ცოცვადობის დროის საზღვარი) გრაფიკზე (იხ. სურ. 2.8.1) გამოიყოფა უბანი, რომელიც ახლოსაა მასალის დროში დეფორმაციის წრფივ ხასიათთან, რომელსაც ჩამდგარი ცოცვადობის არე ეწოდება. ხოლო დრეკადი ჯგუფის კომპოზიტური პლასტიკებისთვის ასეთი გამოკვეთილი უბანი არ დაიმზირება. მიიჩნევა, რომ პლასტიკური ჯგუფის მასალებისთვის ხანგრძლივი სიმტკიცის ქვედა ზღვარი არმირების გასწვრივ გაჭიმვისას 20°C ტემპერატურის პირობებში ნაკლებია მოკლევადიან პერიოდში მოქმედი მრღვევი ძაბვის ნახევარზე ($\sigma_{b.l.ზღ} < 0.5\sigma_{რღ}$), ხოლო დრეკადი ჯგუფის პლასტიკებისთვის $\sigma_{b.l.ზღ} = (0.5 \div 0.75)\sigma_{რღ}$ [9].



სურ. 2.8.1 პლასტიკური და დრეკადი ჯგუფის კომპოზიტური პლასტიკების ცოცვადობის მრუდები

აღნიშნული საკითხის გადასაწყვეტად განხილულია ხუთელემენტური მოდელების ორი ტიპი (იხ. სურ. 2.8.2), რომელთაგანაც ა) აღწერს დრეკადი ჯგუფის პლასტიკების დეფორმაციის ხასიათს, ხოლო ბ) პლასტიკური ჯგუფის პლასტიკების მახასიათებლებს. ორივე მოდელში ხახუნის ელემენტის არსებობა გამოწვეულია ზღვრული დატვირთვის $\sigma_{b.l.ზღ}$ არსებობით. როცა დატვირთვა $\sigma < \sigma_{b.l.ზღ}$, მაშინ აღნიშნული ელემენტი უძრავია და ორივე მოდელში დეფორმაციას აღწერს მხოლოდ მარჯვენა მხარეში მყოფი სამელემენტური კომბინაცია [9] (იხ. სურ. 2.8.1-ზე გამოსახული ქვედა გრაფიკები), ხოლო როცა $\sigma > \sigma_{b.l.ზღ}$ ხახუნის ელემენტი ამომრავდება და სისტემაში ჩაერთვება მარცხენა დრეკადი ან ბლანტი ელემენტი. დეფორმაციის სურათი გახდება სურ. 2.8.1-ზე გამოსახული ზედა გრაფიკების შესაბამისი.



სურ. 2.8.2 ხუთელემენტური მოდელების ორი ვარიანტი: ა) დრეკადი ჯგუფის პლასტიკებისთვის, ბ) პლასტიკური ჯგუფის პლასტიკებისთვის

მასალის დეფორმაციის რეოლოგიური სურათი მარტივ შემთხვევაში, როცა დატვირთვა მუდმივი სიდიდეა (ცოცვადობის პროცესი), $\sigma > \sigma_{b.l.ზღ}$ პირობის დროს, შეიძლება აღიწეროს ფორმით:

დრეკადი ჯგუფის პლასტიკებისთვის:

$$\varepsilon(t) = A + B(1 - e^{-C \cdot t}) \quad (2.8.1)$$

პლასტიკური ჯგუფის პლასტიკებისთვის:

$$\varepsilon(t) = A + B \cdot e^{-C \cdot t} + D \cdot t \quad (2.8.2)$$

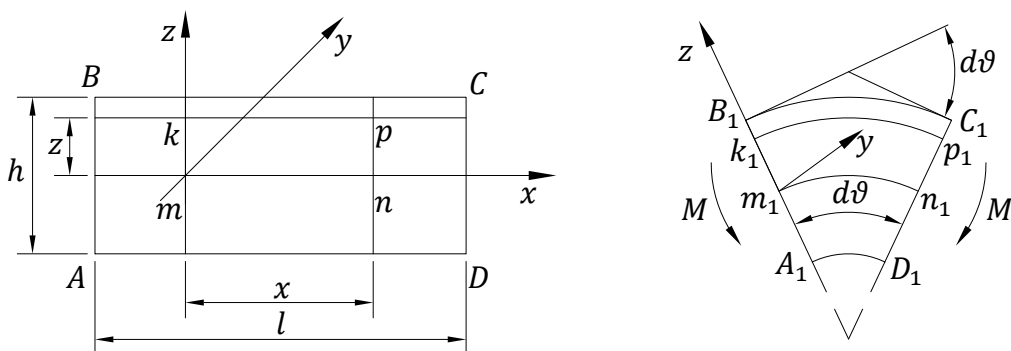
(2.8.1) და (2.8.2) გამოსახულებები მიღებულია მასალის სწორხაზოვანი დეფორმაციის აღწერის დროს, თუმცა ის შეიძლება განზოგადდეს დეფორმაციის სხვა სახეობებისთვისაც, მაგალითად როგორიცაა ღუნვითი და გრეხითი დეფორმაცია.

თავი 3. მოდელების თეორიის გამოყენებით სხვადასხვა პრაქტიკული ამოცანის გადაწყვეტა

3.1 სუფთა ღუნვის ამოცანა კომპოზიტური ღეროს შემთხვევაში, ოთხელემენტური მოდელის საფუძველზე

წარმოდგენილი ამოცანა განხილულია 2.6 თავში მოცემული სურ. 2.6.1-ზე გამოსახული ოთხელემენტური 1) კლასიფიკაციის განზოგადებული მოდელის საფუძველზე (შეიცავს შემკვრელ დრეკად ელემენტს) [18].

კომპოზიტური ღეროს სუფთა ღუნვის ამოცანა დაიყვანება თითოეული შრისთვის წრფივი დეფორმაციის ამოცანაზე. სურ. 3.1.1-ზე წარმოდგენილია მართკუთხა განიკვეთის მქონე ღეროს ღუნვის სქემა. სადაც mn ნეიტრალური შრეა, ხოლო kp მისგან რაიმე z მანძილით დაცილებული შრე [8].



სურ. 3.1.1 მართკუთხა ღეროს ღუნვის სქემა

სუფთა ღუნვის შემთხვევაში, ღეროს განიკვეთში განივი ძალები 0-ის ტოლია, არსებობს მხოლოდ მღუნავი მომენტები M . ასეთ დროს, ღეროს გეომეტრიულ მახასიათებლებს, განიკვეთის წერტილების დეფორმაციებსა და ძაბვებს შორის არსებობს შემდეგი დამოკიდებულებები:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \kappa z, \\ \kappa &= \frac{M}{HI_y} = \frac{M}{HI} \\ \sigma &= H\varepsilon = H\kappa z = H \frac{M}{HI} z = \frac{M}{I} z \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

სადაც $\kappa = \frac{1}{\rho}$ არის სიმრუდე, ხოლო ρ – სიმრუდის რადიუსი. $I_y = I$ არის კვეთის ინერციის მომენტი y ნეიტრალური ღერძის მიმართ [8].

თუ ჩაითვლება, რომ მღუნავი მომენტი $M = M_c = const$ და კონკრეტული ფიქსირებული z სიდიდისთვის, (3.1.1)-ით განსაზღვრულ დეფორმაციის და ძაბვის მნიშვნელობებს ჩავსვამთ (2.6.3) რეოლოგიურ განტოლებაში

$$\frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta n} \sigma - \frac{E}{\eta n} \varepsilon \quad (2.6.3)$$

მიიღება შემდეგი გამოსახულება:

$$\ddot{\kappa} + \frac{H}{\eta} \dot{\kappa} + \frac{E}{\eta n} \kappa = \frac{M_c}{\eta n I} \quad (3.1.2)$$

(3.1.2) განტოლების ამონახსნი, შემდეგი საწყისი პირობებით: როცა $t = 0$, $\kappa(0) = \frac{M_c}{HI}$ და $\dot{\kappa}(0) = v_0$, მოიცემა სახით:

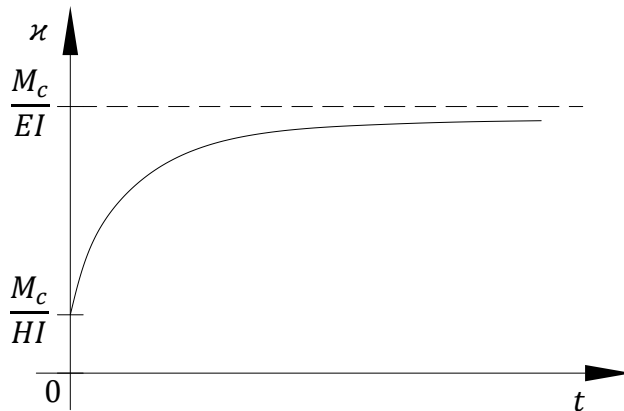
$$\kappa(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} + \frac{M_c}{EI} \quad (3.1.3)$$

$$\text{სადაც } k_1 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0 \quad \text{და} \quad k_2 = \frac{-H - \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta} < 0 \quad \text{არის} \quad (3.1.2)$$

გამოსახულების შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები, ხოლო C_1 და C_2 კოეფიციენტები საწყისი პირობების შესაბამისად მიიღებს სახეს:

$$C_1 = \frac{v_0 I + M_c k_2 \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H}\right)}{I(k_1 - k_2)} \quad \text{და} \quad C_2 = -\frac{v_0 I + M_c k_1 \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H}\right)}{I(k_1 - k_2)} \quad (3.1.4)$$

(3.1.3) დამოკიდებულების შესაბამისი ტიპური გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია სურ. 3.1.2-ზე:



სურ. 3.1.2 $\kappa(t)$ სიმრუდის დროზე დამოკიდებულების ტიპური მრუდი

რელაქსაციის პროცესის განხილვისას, რაც გულიდხმობს, ფიქსირებული დეფორმაციის პირობებში ღეროს განიკვეთში ძაბვების სიდიდეების დროზე დამოკიდებულების შეფასებას, გვაქვს $\varepsilon = \varepsilon_c = \kappa_0 z = \text{const}$, როცა z ფიქსირებულია. ამ გამოსახულების (2.6.3) განტოლებაში ჩასმით მიიღება:

$$\dot{\sigma} + \frac{1}{n}\sigma = \frac{Ez}{n}\kappa_0 \quad (3.1.5)$$

(3.1.5) განტოლების ზოგადი ამონახსნი მოიცემა ფორმით:

$$\sigma(t) = Ce^{-\frac{t}{n}} + E\kappa_0 z \quad (3.1.6)$$

გასათვალისწინებელია, რომ რელაქსაციის პროცესის ათვლა იწყება დეფორმაციის დაწყებიდან ხანგრძლივი დროის შემდეგ, შესაბამისად, ამ დროს, (3.1.3)-ის მიხედვით, სიმრუდე $\kappa_0 = \kappa(t \rightarrow +\infty) = \frac{M_c}{EI}$. (3.1.1) განტოლებიდან გამომდინარე რელაქსაციის პროცესის დაწყების მომენტში, როცა $t = 0$, $\sigma_0 = \sigma(0) = \frac{M_c z}{I}$ საწყისი პირობების გათვალისწინებით მიიღება, რომ (3.1.6) გამოსახულებაში $C = 0$, საბოლოოდ დარჩება:

$$\sigma(t) = E\kappa_0 z = \frac{M_c}{I} z \quad (3.1.7)$$

როგორც (3.1.7) გამოსახულებიდან ჩანს, რელაქსაციის პროცესის დროს, ღეროს განიკვეთის წერტილებში აღძრული ძაბვა არ არის დამოკიდებული დროზე, დამოკიდებულია მხოლოდ მათ მდებარეობაზე, კერძოდ, ძაბვა არის ნეიტრალური ღერმიდან დაცილების პროპორციული, ხოლო უშუალოდ ნეიტრალურ შრეში ის 0-ის ტოლია.

კომპოზიტური სხეულის შემთხვევაში მოიაზრება რომ, ისევე როგორც მღუნავი მომენტი M , ასევე ჩაღუნვა y წარმოადგენს t დროისა და კვეთის ღეროს სიგრძეზე მდებარეობის x ფუნქციას. ე.ი. $M = M(x, t)$ და $y = y(x, t)$. არსებობს ცნობილი დამოკიდებულება, თუ როგორ გამოისახება κ ღეროს სიმრუდე y ჩაღუნვის პირველი და მეორე რიგის წარმომავლებით [8]:

$$\kappa = \frac{y''}{\sqrt{(1+y'^2)^3}} \quad (3.1.8)$$

იმ დაშვებით, რომ დროის რაიმე კონკრეტული მნიშვნელობისათვის κ არის ფიქსირებული სიდიდე, მაშინ ხერხდება (3.1.8) დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა და ჩაღუნვის, როგორც κ პარამეტრზე დამოკიდებული x კოორდინატის ფუნქციის პოვნა. მას აქვს სახე:

$$y = -\frac{1}{\kappa} \sqrt{1 - \kappa^2 (x + A_1)^2} + A_2 \quad (3.1.9)$$

სუფთა ღუნვის შემთხვევაში, დამაგრებული l სიგრძის ღეროს ბოლოების ჩაღუნვა 0-ის ტოლია, ხოლო სიმეტრიის გამო, ღეროს შუაში მობრუნების კუთხე ასევე 0-ის ტოლია. (3.1.9) გამოსახულებაში A_1 და A_2 მუდმივების საპოვნელად გამოვიყენოთ შემდეგი პირობები:

$$\text{როცა } x = 0, y(0) = 0 \text{ და როცა } x = \frac{l}{2}, y'\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \quad (3.1.10)$$

(3.1.10) პირობების გათვალისწინებით განუსაზღვრელი მუდმივებისთვის მიიღება: $A_1 = -\frac{l}{2}$ და $A_2 = \frac{1}{\kappa} \sqrt{1 - \frac{\kappa^2 l^2}{4}}$. თუ გავითვალისწინებთ, რომ κ პარამეტრი მხოლოდ დროზეა დამოკიდებული და მას აქვს (3.1.3) ფორმა, მაშინ (3.1.9) საბოლოოდ მიიღებს სახეს:

$$y(x, t) = -\frac{1}{\kappa(t)} \sqrt{1 - \kappa^2(t) \left(x - \frac{l}{2}\right)^2} + \frac{1}{\kappa(t)} \sqrt{1 - \frac{\kappa^2(t) l^2}{4}} \quad (3.1.11)$$

ღეროს კვეთის მობრუნების კუთხე მარტივად განისაზღვრება (3.1.11) გამოსახულებიდან:

$$\vartheta(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = \frac{\kappa(t) \left(x - \frac{l}{2}\right)}{\sqrt{1 - \kappa^2(t) \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}} \quad (3.1.12)$$

განხილული ამოცანა ასახავს კომპოზიტური მასალისგან დამზადებული მართკუთხა ღეროს სუფთა ღუნვის შესაბამის დამაბუღ-დეფორმირებულ მდგომარეობას. მეტალებისგან განსხვავებით, ამოცანის სიმარტივის მიუხედავად, ამ შემთხვევაში მიიღება რთული სურათი, დეფორმაცია და ძაბვები კვეთის წერტილების კოორდინატებთან ერთად დროზეც არის დამოკიდებული. ზოგადად მოდელების და ამ შემთხვევაში ოთხელემენტიანი მოდელის გამოყენება, საშუალებას იძლევა ამონახსნები ჩაიწეროს ანალიზური ფორმით, რაც ძალიან მნიშვნელოვანია.

მოცემული ამოცანა დაიყვანება წრფივი დეფორმაციის შემთხვევაზე, რაც სხვადასხვა მოდელებისთვის დეტალურად ზემოთ არის აღწერილი. განხილული მოდელი მიეკუთვნება იმ კატეგორიას, რომელსაც აქვს შემკვრელი დრეკადი ელემენტი და შედეგად ცოცვადობის პროცესის აღწერისას დეფორმაცია გადის რაღაც მუდმივ სიდიდეზე.

სიმრუდის გამომსახველი (3.1.3) დამოკიდებულება შეიცავს ორი ექსპონენციალური შესაკრების კომბინაციას და დამოუკიდებელი პარამეტრების რიცხვიც დიდია, რაც საშუალებას იძლევა მოხდეს თეორიული და ექსპერიენტული მონაცემების უკეთ შეთავსება. რელაქსაციის პროცესი კი შედარებით მარტივად აღიწერება. ხერხდება ასევე ღეროს ჩალუნვის და კვეთის მობრუნების კუთხის გამომსახველი სიდიდეების ზუსტი ანალიზური ფორმით ჩაწერა, როგორც კოორდინატზე და დროზე დამოკიდებული ფუნქციების. ეს გარემოება შემდგომი კვლევებისთვის, მონაცემების მოცემის სხვა ფორმებისგან განსხვავებით (ცხრილი ან გრაფიკული ფორმა), არსებითად უპირატესია.

3.2. დროის მიხედვით წრფივი დატვირთვის და დეფორმაციის შესაბამისი დინამიკური ამოცანა სამელემენტიანი განზოგადებული მოდელისთვის

განვიხილოთ სურ. 2.4.1-ზე გამოსახული სამ ელემენტიანი მოდელის შემთხვევა, როცა მასზე მოდებულია დროზე დამოკიდებული დატვირთვა [18]. ვნახოთ როგორი იქნება მექანიკური მახასიათებლების ხასიათი ამ შემთხვევაში. ამ დროს სისტემის მახასიათებელ რეოლოგიურ განტოლებას აქვს ფორმა:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{nH} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{n\eta} \sigma \quad (2.4.6)$$

ზემოთ აღინიშნა, რომ (2.4.6) ტიპის განტოლებას ექნება ცხადი სახის ამონახსნები, თუ მასში შემავალი ძაბვა ან დეფორმაცია წინასწარ იქნება განსაზღვრული მაგალითად ხარისხოვანი მწკრივის სახით (მაკლორანის მწკრივი).

1) განვიხილოთ მარტივი შემთხვევა, როცა ძაბვა არის დროის წრფივი ფუნქცია:

$$\sigma(t) = a + bt \quad (3.2.1)$$

სადაც a და b რაიმე მუდმივი კოეფიციენტებია. ძაბვის ამ გამოსახულების (2.4.6)-ში ჩასმის შემდეგ მიიღება:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{1}{n} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{n} \left(\frac{a}{\eta} + \frac{b}{H} \right) + \frac{b}{n\eta} t \quad (3.2.2)$$

მისი ამონახსნი მოიცემა ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი და არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნის ჯამის სახით. გასათვალისწინებელია ასევე მახასიათებელი განტოლების 0-ის ტოლი ფესვის არსებობა. მოცემულ შემთხვევაში გვექნება:

$$\varepsilon(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{t}{n}} + \left(\frac{a}{\eta} + \frac{b}{H} - \frac{bn}{\eta} \right) t + \frac{b}{2\eta} t^2 \quad (3.2.3)$$

საწყის პირობებს ექნება სახე:

$$\text{როცა } t = 0, \varepsilon = \varepsilon_0 \text{ და } \dot{\varepsilon}(0) = v_0 \quad (3.2.4)$$

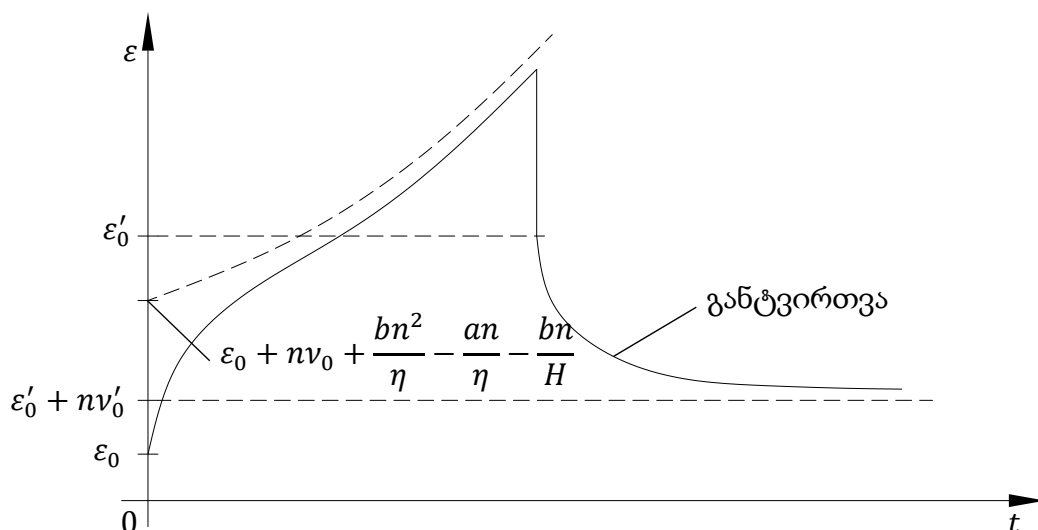
განუსაზღვრელი C_1 და C_2 კოეფიციენტების გამოთვლის შემდეგ, (3.2.3) ჩაიწერება სახით:

$$\varepsilon = \left(\varepsilon_0 + nv_0 + \frac{bn^2}{\eta} - \frac{an}{\eta} - \frac{bn}{H} \right) + \left(\frac{an}{\eta} + \frac{bn}{H} - nv_0 - \frac{bn^2}{\eta} \right) e^{-\frac{t}{n}} + \left(\frac{a}{\eta} + \frac{b}{H} - \frac{bn}{\eta} \right) t + \frac{b}{2\eta} t^2 \quad (3.2.5)$$

რაც შეეხება განტვირთვის პროცესს, ამ შემთხვევაშიც დატვირთვის მოხსნისას მოხდება საწყისი დეფორმაციის და მისი სიჩქარის ახლებური ფორმირება და გახდება რაღაც ε'_0 და ν'_0 . ამავე დროს, დეფორმაციის საწყისი სიჩქარე შეიცვლის თავის ნიშანს ($sign(\nu'_0) = -sign(\nu_0)$). რისი გათვალისწინებითაც (3.2.3) ჩაიწერება სახით:

$$\varepsilon = \varepsilon'_0 + n\nu'_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{n}} \right) \quad (3.2.6)$$

ერთ გრაფიკზე გამოვსახოთ (3.2.5) და (3.2.6) დამოკიდებულებები (სურ. 3.2.1), გვექნება:



სურ. 3.2.1 დატვირთვისა და განტვირთვის მრუდები

2) თუ განვიხილავთ ისეთ შემთხვევას, როცა ხდება მოდელის წინასწარ განსაზღვრული დეფორმაცია და მას აქვს დროზე დამოკიდებულების წრფივი ფორმა

$$\varepsilon(t) = a + bt, \quad (3.2.7)$$

შევაფასოთ როგორი იქნება ამ შემთხვევაში დროის მიხედვით ძაბვების ქცევა.

თუ (3.2.7)-ს ჩავსვამთ (2.4.6)-ში მიიღება:

$$\frac{d\sigma}{dt} + \frac{H}{\eta} \sigma = bH \quad (3.2.8)$$

(3.2.8) წარმოადგენს პირველი რიგის წრფივ დიფერენციალურ განტოლებას, რომლის ზოგადი ამონახსნი მოიცემა სახით:

$$\sigma = Ce^{\frac{H}{\eta}t} + \eta b. \quad (3.2.9)$$

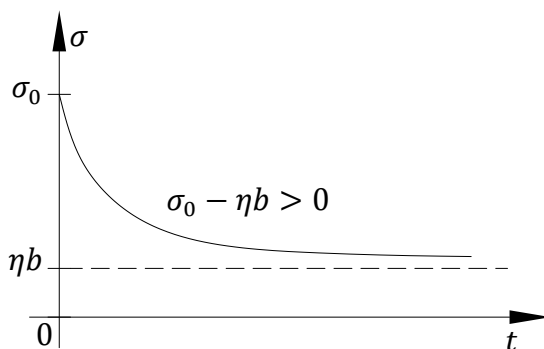
საწყისი პირობებიდან

$$\text{როცა } t = 0, \sigma = \sigma_0 \quad (3.2.10)$$

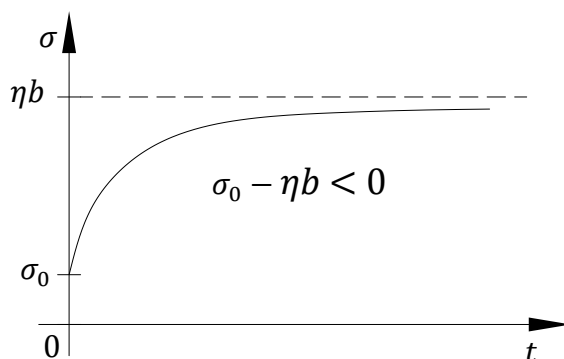
განისაზღვრება უცნობი C კოეფიციენტი და (3.2.9) მიიღებს სახეს:

$$\sigma = (\sigma_0 - \eta b)e^{\frac{H}{\eta}t} + \eta b. \quad (3.2.11)$$

იმის მიხედვით, თუ როგორი ნიშანი აქვს $(\sigma_0 - \eta b)$ გამოსახულებას, (3.2.11)-ის შესაბამისი გრაფიკის ფორმა იქნება განსხვავებული. სურ. 3.2.2 და სურ. 3.2.3-ზე გამოსახულია ამ გრაფიკების სახეები:



სურ. 3.2.2 ძაბვის ცვლილების პირველი შემთხვევა



სურ. 3.2.3 ძაბვის ცვლილების მეორე შემთხვევა

შესაძლებელია შეირჩეს ისეთი საწყისი პირობები, რომ შესრულდეს პირობა $\sigma_0 - \eta b = 0$, ასეთ შემთხვევაში ძაბვა გახდება მუდმივი სიდიდე $\sigma = \eta b$, ანუ დეფორმაცია დროის მიხედვით წრფივად გაიზრდება, ხოლო ძაბვა უცვლელი დარჩება.

განხილულიდან გამომდინარე, გამოიკვეთა ტენდენცია იმისა, რომ კლასიფიკაციის 2) ხაზის მოდელებისთვის, დეფორმაციის ხასიათი დატვირთვის მოდებიდან დიდი დროის შემდეგ ($t \rightarrow \infty$) ხდება ერთი რიგით უფრო მაღალი, ვიდრე თვითონ დატვირთვის რიგი იყო. მაგალითად თუ ძაბვა მუდმივი სიდიდეა, ასიმპტოტიკაში დეფორმაცია წრფივად მიმდინარეობს, თუ ძაბვა თავიდანვე დროის მიხედვით წრფივია, მაშინ ასიმპტოტიკაში დეფორმაცია გახდება კვადრატული ფორმის და ა.შ. ეს გამოწვეულია იმით, რომ დეფორმაციის განმსაზღვრელ დიფერენციალური განტოლებების მახასიათებელ განტოლებებს გააჩნია ერთი ცალი 0-ის ტოლი ფესვი, რაც განაპირობებს არაერთგვაროვანი განტოლების ე.წ. რეზონანსული ამონახსნის არსებობას [18].

ცხადია, კომპოზიტების შემცველ საფრენი აპარატების კონსტრუქციებზე ხანგრძლივად არ მოედება დროის პროპორციულად ზრდადი დატვირთვები, წინააღმდეგ შემთხვევაში მოხდებოდა აუცილებელი რღვევა, თუმცა მცირე დროით მოქმედებაც იწვევს დიდ დეფორმაციებს. აქვე აღსანიშნავია, რომ თუ მასალა აქ წარმოადგენილი მოდელის მიხედვით დეფორმირდება, მაშინ დატვირთვების მოხსნის შემდეგ მასში აუცილებლად დარჩება ნარჩენი დეფორმაციები, რომლის პრევენციაც შესაძლებელია კონსტრუქციული დეტალის კვეთის სისქის გაზრდით, რაც მასალის უფრო მეტ ხარჯთს ნიშნავს. ეს კი კონსტრუქციის მასის გაზრდას გამოიწვევს.

კონკრეტულად რომელი მოდელი აღწერს უფრო კარგად კომპოზიციური მასალის თვისებებს, ამის გასარკვევად რთული კომპლექსური მუშაობის ჩატარებაა საჭირო, რაც მოიცავს სხვადასხვა პირობებში მასალის ხანგრძლივ გამოცდებს, მიღებული შედეგების თეორიულ მონაცემებთან შედარება-შეთავსებას, კონკრეტული მოდელის და მისი პარამეტრების განსაზღვრას და ა.შ. უნდა აღინიშნოს, აქ აღწერილი ბოლო შემთხვევა წარმოადგენს კარგ ინდიკატორს იმისა რომ სწრაფად გაირკვეს ამ ტიპის მოდელები გამოდგება თუ არა მოცემული კომპოზიციური მასალის აღსაწერად. კერძოდ, თუ ნიმუშს მოვდებთ დროში წრფივად ზრდად დატვირთვას, მალევე მოხდება მისი რღვევა და ექსპერიმენტის მონაცემების საფუძველზე აგებული დეფორმაციის დროზე დამოკიდებულების გრაფიკის ფორმა გვიკარნახებს გვაქვს თუ არა კლასიფიკაციის 2) ხაზის მოდელებთან საქმე [18]. მოცემულ შემთხვევაში ასიმპტოტიკაში გრაფიკის ფორმა უნდა იყოს პარაბოლური.

ასევე ინდიკატორად გამოდგება ნიმუშის გამოცდის დროს ისეთი მომენტის დაჭერა, როცა დეფორმაცია დროის მიხედვით წრფივად იზრდება, ხოლო ამ დროს ძაბვა არ იცვლება.

3.3. ოთხელემენტიანი განზოგადებული მოდელით აღწერილი კომპოზიტური სხეულის დინამიკური დატვირთვის ამოცანა

წარმოდგენილ შემთხვევაშიც განხილულია 2.6 თავში მოცემული ოთხელემენტიანი 1) გვარის მოდელი, რომელიც გამოსახულია სურ. 2.6.1-ზე [18]. მისი შესაბამისი რეოლოგიური განტოლება მოიცემა (2.6.3) გამოსახულებით.

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \frac{1}{\eta} \frac{d\sigma}{dt} - \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{1}{\eta n} \sigma - \frac{E}{\eta n} \varepsilon \quad (2.6.3)$$

საავიაციო ტექნიკის ექსპლუატაციის დროს, მის ელემენტებზე ხშირად მოედება გარე ვიბრაციული დატვირთვები, რომლებიც დროის მიხედვით ქრება. თუ ეს დატვირთვა მოედება კომპოზიტისგან დამზადებულ კონსტრუქციულ ელემენტს, მაშინ მასში აღიძვრება ძაბვა, რომელიც შეიძლება წარმოდგეს შემდეგი გამარტივებული ფორმით:

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t \quad (3.3.1)$$

თუ ამ გამოსახულებას შევითავსებთ (2.6.3)-ში, მიიღება:

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \frac{H}{\eta} \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{E}{\eta n} \varepsilon = \frac{\sigma_0}{\eta} e^{-\alpha t} \left(\left(\frac{1}{n} - \alpha \right) \sin \omega t + \omega \cos \omega t \right) \quad (3.3.2)$$

(3.3.2) წარმოდაგენს მეორე რიგის მუდმივ კოეფიციენტებიან არაერთგვაროვან დიფერენციალურ განტოლებას. მისი ამონახსნი მოიცემა ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსნისა და არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნის ჯამის სახით $\varepsilon(t) = \bar{\varepsilon}(t) + \bar{\bar{\varepsilon}}(t)$. ერთგვაროვანი განტოლების ზოგად ამონახსნს აქვს ფორმა:

$$\bar{\varepsilon}(t) = C_1 e^{k_1 t} + C_2 e^{k_2 t} \quad (3.3.3)$$

სადაც $k_1 = \frac{-H + \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta}$ და $k_2 = \frac{-H - \sqrt{H^2 - 4E\eta/n}}{2\eta}$ არის (3.3.2) გამოსახულების შესაბამისი მახასიათებელი განტოლების ამონახსნები. თუ $k_1 = k_2 = -\frac{H}{2\eta}$ ჯერადი ფესვია, მაშინ ზოგადი ამონახსნი მიიღებს სახეს:

$$\bar{\varepsilon}(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{H}{2\eta} t} \quad (3.3.4)$$

(3.3.4) არის ერთგვარი რეზონანსული ამონახსნი, თუმცა ექსპონენციალური მამრავლის არსებობის გამო მისი მნიშვნელობა სწრაფად მცირდება, მსგავს შემთხვევაზე ქვემოთ იქნება საუბარი.

არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნი უნდა მოიძებნოს ფორმით:

$$\bar{\varepsilon}(t) = (A \sin \omega t + B \cos \omega t) e^{-\alpha t} \quad (3.3.5)$$

A და B მუდმივები ცალსახად განისაზღვრება თუ (3.3.5) გამოსახულებას ჩავსვამთ (3.3.2)-ში და მოვახდენთ კოეფიციენტების შედარებას. ზემოთ განხილულ შემთხვევებში ითვლება რომ k_1 და k_2 ნამდვილი რიცხვებია. მასალის სტატიკური გამოცდის შედეგებზე დაყრდნობით განსაზღვრული მოდელის პარამეტრები შეიძლება აღმოჩნდეს ისეთი, რომ $k_1 = \frac{-H + i\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta}$ და $k_2 = \frac{-H - i\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta}$ გახდეს კომპლექსური, ასეთ შემთხვევაში ერთგვაროვანი განტოლების ზოგადი ამონახსნი იქნება შემდეგი სახის:

$$\bar{\varepsilon}(t) = \left(C_1 \sin \frac{\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta} t + C_2 \cos \frac{\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta} t \right) e^{-\frac{H}{2\eta} t} \quad (3.3.6)$$

ხოლო, თუ აღმოჩნდა რომ $\alpha = \frac{H}{2\eta}$ და $\omega = \frac{\sqrt{4E\eta/n - H^2}}{2\eta}$, ანუ მოხდა გარე დატვირთვის შესაბამის კოეფიციენტებთან ამდაგვარი თანხვედრა, მაშინ ადგილი ექნება რეზონანსულ შემთხვევას, არაერთგვაროვანი განტოლების კერძო ამონახსნის სახით, რომელსაც ექნება ფორმა:

$$\bar{\varepsilon}(t) = (A \sin \omega t + B \cos \omega t) t e^{-\alpha t} \quad (3.3.7)$$

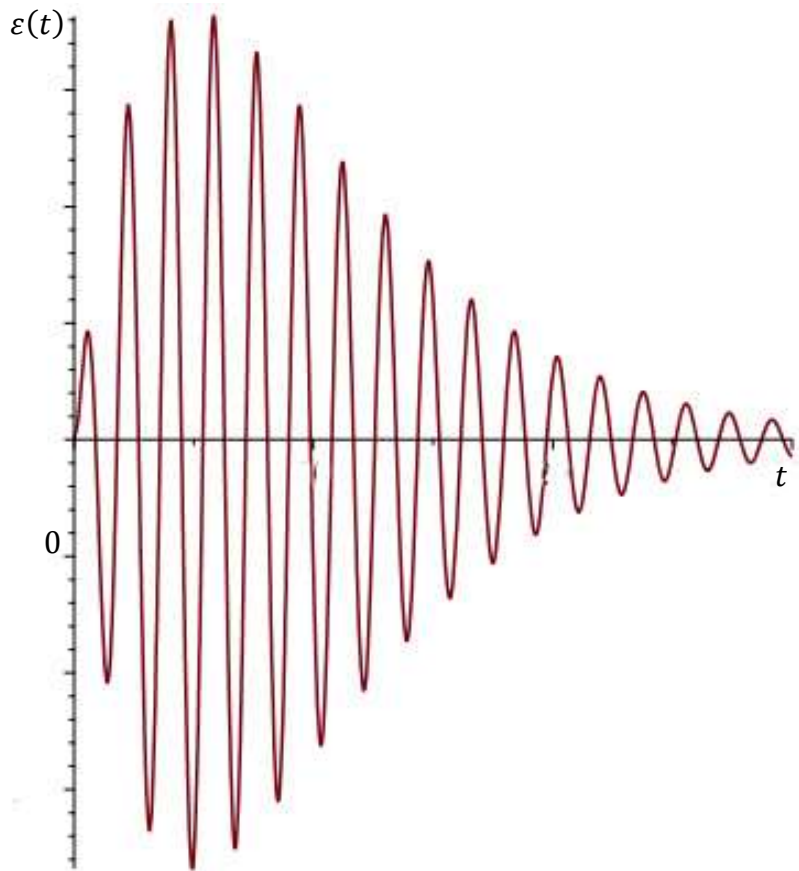
განუსაზღვრელი C_1 და C_2 კოეფიციენტები შეიძლება დადგინდეს საწყისი პირობების მიხედვით: როცა $t = 0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ და $\dot{\varepsilon}(0) = \nu_0$.

(3.3.2) გამოსახულების მახასიათებელი განტოლების ფესვების ნამდვილობის ან კომპლექსურობის საკითხი მარტივად მოწმდება ფესვქვეშა გამოსახულების $H^2 - 4E\eta/n$ -ის 0-თან შედარებით. თუ გავითვალისწინებთ (2.6.2) აღნიშვნებს, k_1 და k_2 ის კომპლექსურობის პირობას ექნება სახე:

$$\frac{E_2}{E_1} < \frac{2\sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_2}-1}}{\frac{\eta_1}{\eta_2}+1} \quad (3.3.8)$$

(3.3.8)-ში უტოლობის ნაცვლად ტოლობის შემთხვევაში მიიღება მახასიათებელი განტოლების ჯერადი ამონახსნით $k_1 = k_2 = -\frac{H}{2\eta}$, ხოლო უტოლობის საპირისპირო ნიშნის დროს იქნება ნამდვილი რიცხვები.

თუ დეფორმაციისთვის (3.3.2) განტოლების ამონახსნი წარმოადგენს (3.3.3) და (3.3.5) ან (3.3.6) და (3.3.5) გამოსახულებების ჯამს, მაშინ მიიღება სწრაფად ჩაქრობადი რხევითი პროცესი, რეზონანსის გარეშე. ხოლო თუ გვაქვს (3.3.4) და (3.3.5) ან (3.3.6) და (3.3.7) გამოსახულებების ჯამი, მაშინ ადგილი ექნება ლოკალურ რეზონანსულ შემთხვევას, როცა რხევის ამპლიტუდა მნიშვნელოვნად გაიზრდება დროის რაღაც მომენტამდე, ხოლო ხანგრძლივი დროის შემდეგ კვლავ 0-მდე დაეცემა. ამ შემთხვევის თვისობრივი გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია სურ. 3.3.1-ზე:



სურ. 3.3.1 ლოკალური რეზონანსის ამსახველი თვისობრივი მრუდი

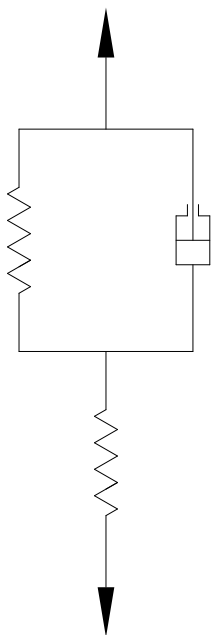
განხილული შემთხვევა სრულად მოიცავს მოცემული ოთხელემენტიანი მოდელისთვის დროში ქრობადი ვიზრაციული დატვირთვით გამოწვეულ შესაძლო შედეგებს. განისაზღვრება დეფორმაციის სახე მოდელის პარამეტრების ყველა შესაძლო კომბინაციისთვის. ვლინდება მოვლენათა განვითარების ორი ძირითადი მიმართულება: 1) არარეზონანსული შემთხვევა, როცა აღძრული ვიზრაციული რხევა სწრაფადვე ჩაეხშობა და 2) ლოკალური რეზონანსული შემთხვევა, როცა დროის გარკვეულ მომენტამდე რხევის ამპლიტუდა მნიშვნელოვნად იზრდება, შემდგომ კი ისევ ჩაეხშობა.

როცა კომპოზიტური მასალის მექანიკურ მახასიათებლები აღიწერება მოცემული ოთხელემენტიანი მოდელით, მისი პარამეტრები უნდა განისაზღვროს ნიმუშის სტატიკური გამოცდის შედეგად (ცოცვადობასა და რელაქსაციაზე). შედეგად, ცალსახად განისაზღვრება ამ პარამეტრების თანაფარდობაც. თუ (3.3.8)-ით განსაზღვრული პირობა სრულდება (ტოლობის შემთხვევაშიც) და მოხდა გარე დატვირთვების შესაბამისი კოეფიციენტების თანხვედრა, ადგილი ექნება ლოკალურ რეზონანსულ შემთხვევას, რაც კონკრეტული კონსტრუქციისთვის არასასურველი და სახიფათოა. შესაბამისად კონსტრუქტორმა პროექტირებისას ეს მომენტი სათანადოდ უნდა გაითვალისწინოს. ან სხვა სახის მასალა უნდა იქნას შერჩეული, ან კონსტრუქციულ ელემენტს უნდა მიეცეს სხვა გეომეტრიული ფორმა რათა ძაბვების ამდაგვარ განაწილებას ადგილი არ ჰქონდეს. უკიდურეს შემთხვევაში უნდა მოხდეს კონსტრუქციული ელემენტის შესაბამისი კვეთის სისქის გაზრდა.

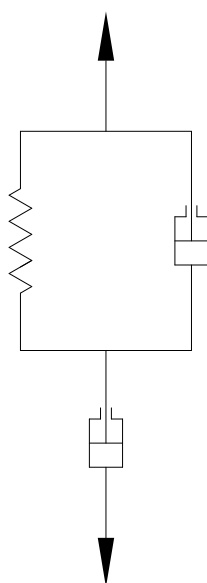
3.4. ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე სამელემენტიანი მოდელების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდოლოგია და ანალიზი

ამ ქვეთავში განხილულია სამელემენტიანი მოდელის ორი განსხვავებული შემთხვევის პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდოლოგია და მათ შედარებით ანალიზი. ეს მოდელები გამოსახულია სურ. 3.4.1-ზე, ხოლო მათი დეტალური განხილვა მოცემულია ზემოთ. ვსარგებლოთ მხოლოდ მიღებული შედეგებით.

ა)



ბ)



სურ. 3.4.1 ა) სამელემენტიანი მოდელი ორი დრეკადი და ერთი ბლანტი ელემენტით, ბ) სამელემენტიანი მოდელი ერთი დრეკადი და ორი ბლანტი ელემენტით

ორივე მოდელის დეფორმაციის სურათი დეტალურად აღწერილია 2.3 და 2.4 თავებში და ცოცვადობის შესაბამისი ამონახსნები გამოსახება, შესაბამისად, (2.3.6) და (2.4.11) ფორმულებით.

$$\varepsilon(t) = -\sigma_c \left(\frac{1}{E} - \frac{1}{H} \right) e^{-\frac{E}{nH}t} + \frac{\sigma_c}{E} \quad (2.3.6)$$

$$\varepsilon(t) = \left[\sigma_c \left(\frac{1}{H} - \frac{n}{\eta} \right) + n\nu_0 \right] + \left[\frac{n\sigma_c}{\eta} - n\nu_0 \right] e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\sigma_c}{\eta} t. \quad (2.4.11)$$

თუ გვსურს ეს მოდელები მივუსადაგოდ დრეკად-ბლანტი თვისების მქონე რომელიმე კონკრეტულ კომპოზიტურ მასალას, საჭიროა მისი ექსპერიმენტული გამოცდის მონაცემების საფუძველზე განისაზღვროს მოდელის შესაბამისი პარამეტრები.

პირველი სახის მოდელი შეიცავს სამ, ხოლო მეორე ოთხ დამოუკიდებელ პარამეტრს, (მეოთხე წარმოადგენს დეფორმაციის საწყის სიჩქარეს - v_0). დამოუკიდებელი პარამეტრების მეტი რაოდენობა უზრუნველყოფს მოდელის ექსპერიმენტულ მონაცემებთან უკეთ შეთავსებას.

პრაქტიკა ცხადყოფს, რომ ექსპერიმენტულად შეუძლებელია განისაზღვროს დროის საწყის მომენტში დეფორმაცია (ε_0) და მისი საწყისი სიჩქარე (v_0), მიზეზი გამოსაცდელი დანადგარის ინერციულობა და ადამიანური ფაქტორებია. ამის გამო, დროის მიხედვით დეფორმაციის ექსპერიმენტული და თეორიული ანათვლები ერთმანეთის მიმართ წანაცვლებული იქნება დროის რაღაც მცირე t_0 ინტერვალით, ანუ

$$\varepsilon_{exp}(t_i) = \varepsilon_{\sigma}(t_i + t_0), (i = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.4.1)$$

დროის t_0 ინტერვალს იქნება კიდევ ერთი დამატებითი დამოუკიდებელი პარამეტრი, რომელიც ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე უნდა განისაზღვროს ექსტრაპოლაციის გზით [18].

მაგალითისთვის, განხილულია TC-8/3 მინატექსოლიტის ნიმუშის 20°C ტემპერატურაზე [8], გაჭიმვაზე გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემები მუდმივი ძაბვის პირობებში $\sigma_c = 3,3$ გპა, რომელიც მოცემულია ცხრ. 3.4.1-ში. ზოგადად, მოსახერხებელია ვიხელმძღვანელოდ არა კონკრეტული ძაბვის შესაბამისი მონაცემით, არამედ ე.წ. მოქნილობის ექსპერიმენტული მნიშვნელობებით ($I(t) = \varepsilon(t)/\sigma_c$).

ცხრილი 3.4.1 ნიმუშის გაჭიმვაზე გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემები

დრო t_{exp} (სთ)	0	0,25	0,5	1	2	3	4	5	22	30	50
$\varepsilon(t)$ $\times 10^{-4}$ ($\sigma_c = 3,3$) (მპა)	0,648	1,161	1,32	1,50	1,75	1,89	1,90	1,97	2,29	2,48	2,54

იმისათვის რომ დადგინდეს კონკრეტული მოდელის პარამეტრები საჭიროა (2.3.6) და (2.4.11) განტოლებები ჩაიწეროს (3.4.1) ფორმით იმდენი წერტილისთვის, რამდენ დამოუკიდებელ პარამეტრსაც შეიცავენ ისინი. თითოეული მათგანისთვის მივიღებთ ტრანსცენდენტულ განტოლებათა

სისტემას, რომელიც უნდა ამოიხსნას რიცხვითი მეთოდებით. ამ შემთხვევაში ამოხსნა მოხდა კომპიუტერული პროგრამის „Maple“-ს საშუალებით. ასევე აღსანიშნავია, რომ ექსპერიმენტული დროის დიდი მნიშვნელობებისთვის, საწყისი დროის წანაცვლება t_0 შეიძლება უგულებელვყოთ მისი სიმცირის გამო, რაც გამოთვლებს მნიშვნელოვნად გაამარტივებს. ხოლო, $t = 0$ -თან სიახლოვეს სასურველია მეტი ექსპერიმენტული ანათვლის არსებობა.

ჩატარებული რიცხვითი ამოხსნის შემდეგ დგინდება უშუალოდ მოდელების პარამეტრები და შესაბამისად, მასალის მახასიათებლები. შედეგები ასახულია ცხრ. 3.4.2-ში:

ცხრილი 3.4.2. მოდელების პარამეტრები და მასალის მახასიათებლები

მოდელების შემადგენელი ელემენტების მახასიათებლები:	
პირველი მოდელი	მეორე მოდელი
$E_1 = 17266.53$ გპა; $E_2 = 52481.77$ გპა; $\eta = 63130.47$ გპა · სთ.	$E = 57928.69$ გპა; $\eta_1 = 180639.39$ გპა · სთ; $\eta_2 = 1,1016 \cdot 10^7$ გპა · სთ.
მასალის პარამეტრები მოდელების შესაბამისად:	
$H = 52481.77$ გპა; $E = 12992.12$ გპა; $n = 0.90512$ სთ; $t_0 = 0.036936$ სთ; $\varepsilon_0 = 0.000062879$.	$H = 56994.13$ გპა; $n = 3.118306$ სთ; $\eta = 1,1016 \cdot 10^7$ გპა · სთ; $t_0 = 0.121104$ სთ; $\varepsilon_0 = 0.000057901$; $\nu_0 = 0.00005838$ სთ ⁻¹ .

შედეგად, მასალის პარამეტრებისთვის, მიიღება ახლოს მდგომი რეზულტატები, კერძოდ დრეკადობის „მყის“ მოდულებს შორის განსხვავება შეადგენს 8,6%-ს, ხოლო მეორე მოდელი, პირველისგან განსხვავებით, არ იძლევა დრეკადობის „ხანგრძლივი“ მოდულის მნიშვნელობას. გამოთვლილ საწყის დეფორმაციებს შორის განსხვავება ასევე მცირეა 7,7%. ხოლო ექსპერიმენტული და თეორიული დროების წანაცვლებები მიიღება საკმაოდ დიდი ორივე მოდელის შემთხვევაში, რომლის მიზეზით შეიძლება იყოს $t = 0$ -თან სიახლოვეს ექსპერიმენტული ანათვლების რაოდენობის სიმცირე. ასევე მიზეზი შეიძლება იყოს განტოლებების რიცხვითი მეთოდებით ამოხსნის მეთოდის ნაკლები სიზუსტე [18].

ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე მოდელის პარამეტრების განსაზღვრისას (3.4.1) სახის განტოლებების რიცხვითი ამოხსნის შედეგად, ორივე მოდელისთვის მიიღება ძირითადი პარამეტრების მნიშვნელობები, რომლებიც ერთმანეთისგან არაუმეტეს 10%-ით განსხვავდება, რაც დამაკმაყოფილებლად შეიძლება ჩაითვალოს. რაც შეეხება თეორიულ და

ექსპერიმენტულ დროის საწყის მნიშვნელობას შორის მნიშვნელოვან განსხვავებას, ის გამოწვეულია $t = 0$ -თან სიახლოეში ექსპერიმენტული ანათვლების და მოდელების დამოუკიდებელი პარამეტრების რაოდენობის სიმცირით და რიცხვითი მეთოდების სიზუსტის ნაკლებობით.

3.5 „უმცირეს კვადრატთა მეთოდის“ გამოყენება

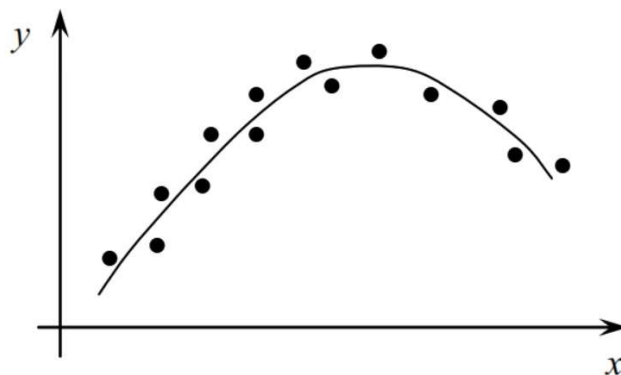
ექსპერიმენტული მონაცემების დასამუშავებლად საჭიროა გარკვეული ცნებების, განმარტებების და მეთოდების განხილვა. ექსპერიმენტული მონაცემების ამსახველ გრაფიკულ წერტილებზე უნდა გაივლოს მაპროქტირებული მრუდი, რომელიც ანალიზურად შეიძლება წარმოდგეს რაიმე n -ური რიგის პოლინომად, რომელიც ჩაიწერება სახით:

$$P_n(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} + \dots + a_nx + a_{n+1} \quad (3.5.1)$$

(3.5.1) პოლინომის შესაბამისი კოეფიციენტები უნდა განისაზღვროს ისეთნაირად, რომ მიღებული მაპროქსიმირებული მრუდი მაქსიმალურად ახლოს გადიოდეს ექსპერიმენტულ წერტილებთან. აღნიშნულის განხორციელების ერთ-ერთი ცნობილი მიდგომაა „უმცირეს კვადრატთა მეთოდი“ [31]. ამ მეთოდის არსი მდგომარეობს იმაში, რომ თეორიულ $P_n(x)$ და ექსპერიმენტულ (x_i, y_i) წერტილებს (წერტილების რაოდენობაა m) შორის განსხვავებების $(\varepsilon_i = y_i - P_n(x_i))$ კვადრატების ჯამი იყოს მინიმალური

$$S = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^m (y_i - P_n(x_i))^2 \rightarrow \min \quad (3.5.2)$$

ასეთი აპროქსიმაციის სქემატური გრაფიკული გამოსახულება მოცემულია სურ. 3.5.1-ზე.



სურ. 3.5.1 თეორიული მრუდის და ექსპერიმენტული წერტილების გამომსახველი ტიპური მრუდი

(3.5.2) გამოსახულების მინიმიზაცია მიიღწევა თუ მოვახდენთ S ფუნქციის გაწარმოებას a_i პარამეტრებით (კერძო წარმოებულები) და მიღებულ გამოსახულებებს გავუტოლობთ 0-ს. მიღებული განტოლებათა სისტემის (3.5.3) ამოხსნის შემდეგ განისაზღვრება საჭირო უცნობი a_i პარამეტრები.

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0; \\ \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \frac{\partial S}{\partial a_{n+1}} = 0. \end{cases} \quad (3.5.3)$$

დეტალურად განვიხილოთ, შედარებით მარტივი, წრფეზე აპროქსიმირების შემთხვევა. საძიებელი ფუნქცია ამ შემთხვევაში იქნება $P_1(x) = ax + b$. ხოლო (3.5.2) გამოსახულება მიიღებს სახეს:

$$S = \sum_{i=1}^m (y_i - (ax_i + b))^2 \quad (3.5.4)$$

(3.5.4) გამოსახულების კერძო წარმოებულები a და b პარამეტრებით მიიღებს სახეს:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^m (y_i - (ax_i + b))(-x_i) = 2 \sum_{i=1}^m (ax_i^2 + bx_i - x_i y_i) \quad (3.5.5)$$

და

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^m (y_i - (ax_i + b))(-1) = 2 \sum_{i=1}^m (ax_i + b - y_i) \quad (3.5.6)$$

მიღებული გამოსახულებების საშუალებით (3.5.3) ჩაიწერება ასე:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^m (ax_i^2 + bx_i - x_i y_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^m (ax_i + b - y_i) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a \sum_{i=1}^m x_i^2 + b \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^m x_i + bm = \sum_{i=1}^m y_i \end{cases} \quad (3.5.7)$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნები:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^m x_i^2, S_{xy} = \sum_{i=1}^m x_i y_i, S_x = \sum_{i=1}^m x_i \text{ და } S_y = \sum_{i=1}^m y_i, \quad (3.5.8)$$

შედეგად (3.5.7) მიიღებს სახეს:

$$\begin{cases} aS_{xx} + bS_x = S_{xy} \\ aS_x + bm = S_y \end{cases} \quad (3.5.9)$$

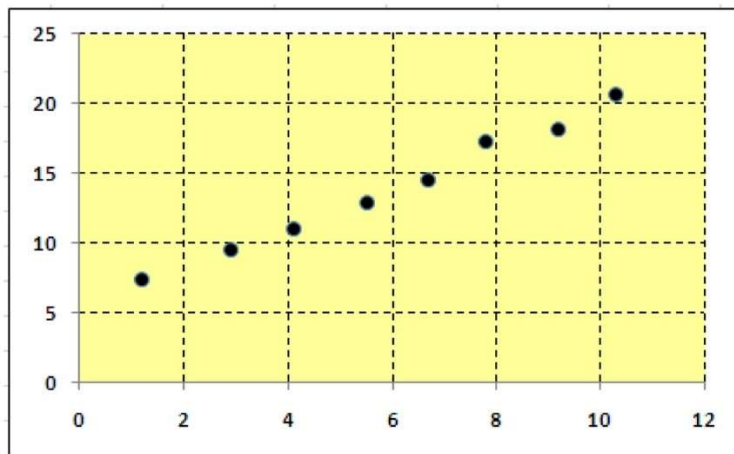
მივიღეთ მარტივი წრფივ განტოლებათა სისტემა, რომლის ამონახსნი წარმოდგება სახით:

$$a = \frac{S_{xy} \cdot m - S_x \cdot S_y}{S_{xx} \cdot m - S_x \cdot S_x} \text{ და } b = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_x \cdot S_{xy}}{S_{xx} \cdot m - S_x \cdot S_x} \quad (3.5.10)$$

განვიხილოთ შემდეგი მაგალითი: ვთქვათ რაიმე დამოკიდებულება მოცემულია ცხრილის სახით (ცხრ. 3.5.1), ხოლო მისი ამსახველი გრაფიკი გამოსახულია სურ. 3.5.2-ზე. მოვახდინოთ ამ მონაცემების აპროქსიმაცია წრფეზე უმცირეს კვადრატთა მეთოდის გამოყენებით.

ცხრ. 3.5.1 ექსპერიმენტული მონაცემები

x	1,2	2,9	4,1	5,5	6,7	7,8	9,2	10,3
y	7,4	9,5	11,1	12,9	14,6	17,3	18,2	20,7



სურ. 3.5.2 ექსპერიმენტული წერტილების გამომსახველი გრაფიკი

დავთვალოთ საჭირო ჯამების მნიშვნელობები, გვექნება:

$$S_{xx} = 1,2^2 + 2,9^2 + 4,1^2 + \dots + 10,3^2 = 353,37;$$

$$S_{xy} = 1,2 \cdot 7,4 + 2,9 \cdot 9,5 + 4,1 \cdot 11,1 + \dots + 10,3 \cdot 20,7 = 766,3;$$

$$S_x = 1,2 + 2,9 + 4,1 + \dots + 10,3 = 47,7;$$

$$S_y = 7,4 + 9,5 + 11,1 + \dots + 20,7 = 111,7.$$

თუ აპროქსიმაციას ვახდენთ $f = ax + b$ წრფით და გათვალისწინებული იქნება, რომ გვაქვს $m = 8$ წერტილი, მაშინ (3.5.9) ფორმულების გამოყენებით მიიღება:

$$a = \frac{S_{xy} \cdot m - S_x \cdot S_y}{S_{xx} \cdot m - S_x \cdot S_x} = \frac{766,3 \cdot 8 - 47,7 \cdot 111,7}{353,37 \cdot 8 - 47,7 \cdot 47,7} = 1,4543;$$

$$b = \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_x \cdot S_{xy}}{S_{xx} \cdot m - S_x \cdot S_x} = \frac{353,37 \cdot 111,7 - 47,7 \cdot 766,3}{353,37 \cdot 8 - 47,7 \cdot 47,7} = 5,2911.$$

ანუ მათაპროქსიმებელი წრფე იქნება სახის $f = 1,4543x + 5,2911$.

3.6 ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე ხუთელემენტური მოდელების პარამეტრების განსაზღვრის მეთოდოლოგია

2.8 პარაგრაფში განხილულია ხახუნის ელემენტის შემცველი ხუთელემენტური მოდელები, რომელთა საშუალებითაც აღიწერება დრეკადი და პლასტიკური ჯგუფის კონსტრუქციული პლასტიკების რეოლოგიური ქცევა. უკანასკნელ შემთხვევაში გამოიყენება ხუთელემენტური მოდელი (ორი ბლანტი ელემენტით). როცა დამტვირთავი ძაბვა აჭარბებს ხანგრძლივი სიმტკიცის ქვედა ზღვარს $\sigma \geq \sigma_{b.s.ზღ}$, მაშინ ცოცვადობის პროცესი ხასიათდება განტოლებით:

$$\varepsilon(t) = A + B \cdot e^{-C \cdot t} + D \cdot t \quad (2.8.2)$$

სადაც A, B, C და D - მუდმივებია, რომლებიც უნდა განისაზღვროს ექსპერიმენტული მონაცემების საშუალებით. მოცემული გამოსახულებიდან B კოეფიციენტის განსაზღვრა მარტივად შეიძლება, როცა განიხილება $t = 0$ შემთხვევა

$$\varepsilon(t = 0) = A + B \cdot e^{-C \cdot 0} + D \cdot 0 \rightarrow B = \varepsilon_0 - A \quad (3.6.1)$$

(2.8.2) გამოსახულებით აღვწერთ მინატექსტოლიტ T_1 -ის დეფორმაციის რეოლოგიური ხასიათი [9], რომლის ცოცვადობის დეფორმაციის დროში განვითარების ექსპერიმენტული მონაცემები წაროდგენილია ცხრ. 3.6.1-ში:

ცხრ. 3.6.1 მინატექსტოლიტ T_1 -ის ცოცვადობის დეფორმაციის აღმწერი ექსპერიმენტული მონაცემები

σ , კგ/მმ ²	$\varepsilon(t) \times 10^3$ $T = 20^\circ\text{C}$									
	0 სთ	5 სთ	10 სთ	20 სთ	40 სთ	60 სთ	80 სთ	100 სთ	200 სთ	300 სთ
27	13,17	13,38	13,45	13,53	13,62	13,70	13,74	13,77	13,92	14,07

მინატექსტოლიტ T_1 -ის არაჩამდგარი ცოცვადობის (ანუ დეფორმაციის სიჩქარის მკვეთრი ცვალებადობის) უბნის ხანგრძლივობა, როცა $\sigma = 0,6\sigma_{დრ.} = 27$ კგ/მმ², არის $t_{s.ზღ} = 100$ საათი, რომლის შემდეგაც დეფორმაციის სურათი ფაქტიურად წრფივი გახდება. A, B და D მუდმივების განსაზღვრისთვის უნდა გამოვიყენოთ $t = 100$ სთ და $t = 300$ სთ დროის მომენტების შესაბამისი წერტილები. გამომდინარე საძიებელი წრფის ფორმიდან $\varepsilon(t \geq t_{s.ზღ}) \approx A + D \cdot t$, უნდა შედგეს განტოლებათა შემდეგი სისტემა:

$$\begin{cases} A + 100 \cdot D = 0,01377 \\ A + 300 \cdot D = 0,01407 \end{cases} \quad (3.6.2)$$

სისტემის ამოხსნით მიიღება:

$$\begin{aligned} A &= 0,1362; D = 0,0000015; \\ B &= \varepsilon_0 - A = 0,01317 - 0,01362 = -0,00045 \end{aligned} \quad (3.6.3)$$

C მუდმივის განსაზღვრისთვის გამოვიყენოთ დროის საწყის მომენტთან უახლოესი მონაცემები, ანუ როცა $t = 5$ სთ, მივიღებთ:

$$0,01362 - 0,00045e^{-5C} + 0,0000075 = 0,01338 \rightarrow e^{-5C} = 0,55 \rightarrow C = -\ln(0,55)/5 = 0,11967 \quad (3.6.4)$$

შედეგად მიიღება ცოცვადობის დეფორმაციის განვითარების შემდეგი კანონი:

$$\varepsilon(t) = 0,01362 - 0,00045e^{-0,11967 \cdot t} + 0,0000015 \cdot t \quad (3.6.5)$$

მაქსიმალური ფარდობითი ცდომილება მიღებული ცოცვადობის დეფორმაციის განვითარების კანონსა და ექსპერიმენტულ მონაცემებს შორის არ აღემატება 0,583 %-ს.

უფრო ეფექტური დათვლის თვალსაზრისით მოვახდინოთ ჩამდგარი ცოცვადობის რეჟიმის შესაბამისი ექსპერიმენტული მონაცემების (წერტილების) აპროქსიმაცია წრფეზე „უმცირეს კვადრატთა მეთოდის“ გამოყენებით. როცა $t \geq t_{\text{პ.ჩ.}}$ გვაქვს ასეთი სამი წერტილი $t = 100$ სთ, $t = 200$ სთ და $t = 300$ სთ. საძიებელი წრფე ამ შემთხვევაში იქნება $\varepsilon(t \geq t_{\text{პ.ჩ.}}) \approx A + D \cdot t$. შევადგინოთ (3.5.8) ფორმულებში შემავალი ჯამები, გვექნება:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= 100^2 + 200^2 + 300^2 = 140000; \\ S_{xy} &= 100 \cdot 0,01377 + 200 \cdot 0,01392 + 300 \cdot 0,01407 = 8,382; \\ S_x &= 100 + 200 + 300 = 600; \\ S_y &= 0,01377 + 0,01392 + 0,01407 = 0,04176; \\ m &= 3. \end{aligned}$$

(3.5.9) ფორმულების მიხედვით გვექნება:

$$\begin{aligned} D &= \frac{S_{xy} \cdot m - S_x \cdot S_y}{S_{xx} \cdot m - S_x \cdot S_x} = \frac{8,382 \cdot 3 - 600 \cdot 0,04176}{140000 \cdot 3 - 600 \cdot 600} = 0,0000015; \\ A &= \frac{S_{xx} \cdot S_y - S_x \cdot S_{xy}}{S_{xx} \cdot m - S_x \cdot S_x} = \frac{140000 \cdot 0,04176 - 600 \cdot 8,382}{140000 \cdot 3 - 600 \cdot 600} = 0,01362. \end{aligned}$$

როგორც ვხედავთ ამ შემთხვევაში მივიღეთ ზუსტად იგივე შედეგი რაც ზედა შემთხვევაში, რაც გამოწვეულია იმით რომ $t = 200$ სთ შესაბამისი წერტილი ზუსტად ძევს მის მეზობელ $t = 100$ სთ და $t = 300$ სთ შესაბამის წერტილებზე გამავალ წრფეზე. დანარჩენი ორი კოეფიციენტისთვის გვაქვს $B = \varepsilon_0 - A = -0,00045$, ხოლო C კოეფიციენტი ამ შემთხვევაშიც უნდა განვსაზღვროთ $t = 0$ სთ-თან ახლოს მყოფი $t = 5$ სთ წერტილისთვის, გვექნება $C = 0,11967$. შედეგად მიიღება (3.6.5)-ის იდენტური გამოსახულება $\varepsilon(t) = 0,01362 - 0,00045e^{-0,11967 \cdot t} + 0,0000015 \cdot t$. თუმცა ეს არ ნიშნავს, რომ ყოველთვის დადგება მსგავსი რეზულტატი. თუ ექსპერიმენტული წერტილების რაოდენობა გაიზრდება, დათვლის მარტივი (ორ წერტილზე გამავალი წრფე) და შედარებით რთული ფორმა („უმცირეს კვადრატთა მეთოდით“ აგებული წრფე) განსხვავებულ შედეგებს მოგვცემს.

მაზათა გარკვეულ დიაპაზონში კონსტრუქციული პლასტიკების ცოცვადობის დეფორმაციის განვითარების ექსპერიმენტული მონაცემების

გამომსახველი განტოლება შეიძლება ჩაიწეროს (3.6.6) ფორმით (საუბარია ორი ბლანტი ელემენტის შემცველ ხუთ ელემენტიანი მოდელზე, დეტალურად იხილეთ შესაბამის ლიტერატურაში) [9].

$$\varepsilon(t, \sigma) = A \cdot \sigma - B \cdot e^{-C \cdot t} + D \cdot (\sigma - \sigma_{b.k. \text{ ზღ. }}) \cdot (t - t_{\Delta R}) \quad (3.6.6)$$

სადაც A, B, C და D - მუდმივებია, რომლებიც განისაზღვრება მასალათა ცოცვადობის ექსპერიმენტული მონაცემების საშუალებით. (3.6.6) გამოსახულებიდან, როცა $t = 0$, გვექნება:

$$B = A \cdot \sigma - \varepsilon(0, \sigma) - D \cdot (\sigma - \sigma_{b.k. \text{ ზღ. }}) \cdot t_{\Delta R} \quad (3.6.7)$$

ცხრ. 3.6.2-ში წარმოდგენილია მინატექსტოლიტ $\Xi T \Phi$ -BM-78 არმირების მთავარი მიმართულებიდან 45° -ით კუმშვისას ცოცვადობის დეფორმაციის დროში განვითარება [9].

ცხრ. 3.6.2 მინატექსტოლიტ $\Xi T \Phi$ -BM-78-ის კუმშვისას ცოცვადობის დეფორმაციის აღმწერი ექსპერიმენტული მონაცემები

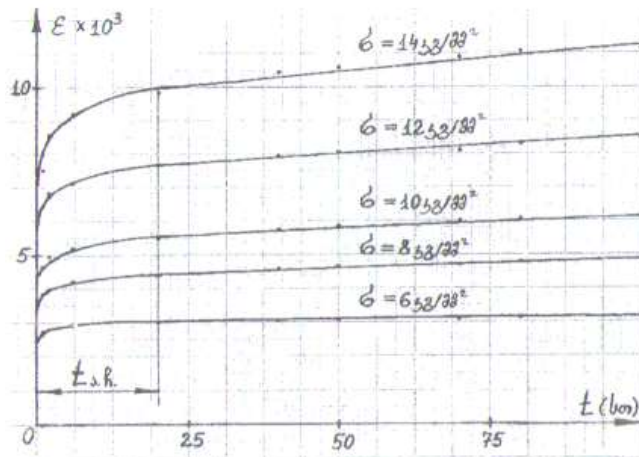
σ , კგ/მმ ²	$\varepsilon(t) \times 10^3$ $T = 20^\circ\text{C}$									
	0 სთ	1 სთ	2 სთ	6 სთ	20 სთ	40 სთ	50 სთ	70 სთ	80 სთ	100 სთ
8	3,4	3,86	4,0	4,22	4,4	4,6	4,65	4,7	4,8	4,85
10	4,2	4,63	4,95	5,19	5,48	5,76	5,85	6,02	6,05	6,07

მინატექსტოლიტ $\Xi T \Phi$ -BM-78-ის არმირების მთავარი მიმართულებიდან 45° -ით კუმშვისას ხანგრძლივი სიმტკიცის ქვედა ზღვარი $\sigma_{b.k. \text{ ზღ. }} = 6$ კგ/მმ², ხოლო არაჩამდგარი ცოცვადობის ხანგრძლივობა ძაბვათა დიაპაზონში $\sigma = 8 - 10$ კგ/მმ² არის $t_{\Delta R} = 20$ სთ.

A, B და D - მუდმივების დასადგენად გამოვიყენოთ ე.წ. გასაშუალების მეთოდი. ამ შემთხვევაშიც ითვლება, რომ დროის შუალედში $t = 20$ სთ-დან $t = 100$ სთ-მდე, დეფორმაცია მიმდინარეობს წრფივად

$$\varepsilon(t \geq t_{\Delta R}) \approx A \cdot \sigma + D \cdot (\sigma - \sigma_{b.k. \text{ ზღ. }}) \cdot (t - t_{\Delta R}) \quad (3.6.8)$$

მასალის ცოცვადობის პროცესის ამსახველი გრაფიკული გამოსახულებები მოცემულია სურ. 3.6.1-ზე.



სურ. 3.6.1 მინატექსტოლიტ $\Xi T\Phi$ -BM-78-ის არმირების მთავარი მიმართულებიდან 45° -ით კუმშვის სრული დეფორმაციის დროში განვითარების მრუდები [9]

ცხრ. 3.6.2-დან, (3.6.8) გამოსახულების მიხედვით, $t = 20$ სთ და $t = 100$ სთ შესაბამისი წერტილებისთვის მიიღება შემდეგი განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} 8 \cdot A = 0,0044 \\ 10 \cdot A = 0,00548 \\ \text{და} \\ 8 \cdot A + 160 \cdot D = 0,00485 \\ 10 \cdot A + 320 \cdot D = 0,00607 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18 \cdot A = 0,00988 \\ 18 \cdot A + 480 \cdot D = 0,01092 \end{cases} \quad (3.6.9)$$

გასაშუალოების მეთოდით მიღებული (3.6.9) განტოლებათა სისტემის ამოხსნის შემდეგ მიიღება:

$$A = 0,000548888; D = 0,000002166 \quad (3.6.10)$$

B მუდმივა განისაზღვრება (3.6.7) გამოსახულებით, რომელიც უნდა გამოვიყენოთ $\sigma = 8$ კგ/მმ² და $\sigma = 10$ კგ/მმ² ძაბვებისთვის, შესაბამისად გვექნება:

$$\begin{aligned} B &= 0,000904464 \text{ } (\sigma = 8 \text{ კგ/მმ}^2\text{-თვის)} \text{ და} \\ B &= 0,0011156 \text{ } (\sigma = 10 \text{ კგ/მმ}^2\text{-თვის)} \end{aligned} \quad (3.6.11)$$

C მუდმივის განსაზღვრისთვის გამოვიყენოთ უკვე განსაზღვრული კოეფიციენტები და ჩავსვათ (3.6.6)-ში, ხოლო დრო ავიღოთ $t = 1$ სთ, როგორც საწყის მომენტთან უახლოესი მონაცემი, მიიღება:

$$\begin{aligned} 0,004391104 - 0,000904464 \cdot e^{-C} - 0,000082308 &= 0,00386 \text{ და} \\ 0,0054889 - 0,0011156 \cdot e^{-C} - 0,000164616 &= 0,00463 \end{aligned} \quad (3.6.12)$$

ამ განტოლებების წევრ-წევრად შეკრებით და მიღებული განტოლების ამოხსნით, განისაზღვრება:

$$C = 0,569420317 \quad (3.6.13)$$

საბოლოოდ, ძაბვათა დიაპაზონისთვის $\sigma = 8 - 10$ კგ/მმ² მიიღება მასალის ცოცვადობის დეფორმაციის განვითარების შემდეგი კანონი:

$$\varepsilon(t, \sigma) = 5,4889 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma - (5,4889 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma - \varepsilon(0, \sigma) - 2,166 \cdot 10^{-6} \cdot (\sigma - 6) \cdot 20) \times \\ \times e^{-0,569420317 \cdot t} + 2,166 \cdot 10^{-6} \cdot (\sigma - 6) \cdot (t - 20) \quad (3.6.14)$$

მიღებული კანონით გამოთვლილი მასალის ცოცვადობის დეფორმაციების მნიშვნელობები და ექსპერიმენტული მონაცემების მიმართ, მათი მაქსიმალური ფარდობითი ცდომილებები (Δ_{max}) წარმოდგენილია ცხრ. 3.6.3-ში [9].

ცხრ. 3.6.3 მასალის ცოცვადობის დეფორმაციების თეორიული მნიშვნელობები და ფარდობითი ცდომილებები (Δ_{max})

$\sigma,$ კგ/მმ ²	$\varepsilon(t, \sigma) \times 10^3$									
	0 სთ	Δ_{max} %	1 სთ	Δ_{max} %	2 სთ	Δ_{max} %	6 სთ	Δ_{max} %	20 სთ	Δ_{max} %
8	3,4	0	3,787	1,66	4,024	0,59	4,30	1,90	4,391	0,20
10	4,2	0	4,693	1,36	4,975	0,52	5,33	2,72	5,489	0,164
$\sigma,$ კგ/მმ ²	$\varepsilon(t, \sigma) \times 10^3$									
	40 სთ	Δ_{max} %	50 სთ	Δ_{max} %	70 სთ	Δ_{max} %	80 სთ	Δ_{max} %	100 სთ	Δ_{max}
8	4,478	2,73	4,52	2,85	4,608	2,0	4,651	3,20	4,738	2,37
10	5,662	1,73	5,75	1,76	5,922	1,65	6,009	0,69	6,182	1,85

როგორც ვხედავთ განხილული შემთხვევა საკმაოდ ზუსტად აღწერს ცოცვადობის ექსპერიმენტულ მონაცემებს ძაბვებისას, რომლებიც აღემატება მასალის ხანგრძლივი სიმტკიცის ზღვარს, ანუ დეფორმაციას პლასტიკური ცოცვადობის არეში.

3.7 ძაბვების რელაქსაციის პროცესის ექსპერიმენტული კვლევა:

კომპოზიტურ პლასტიკებში ძაბვების რელაქსაციის პროცესის აღწერისთვის გამოვიყენოთ ხუთელემენტური მოდელის მაგალითი, რომელსაც აქვს დამატებითი დრეკადი ელემენტი (იხ. სურ. 2.8.2 ა)). ამ დროს ძაბვების რელაქსაციის პროცესი აღიწერება შემდეგი დამოკიდებულებით:

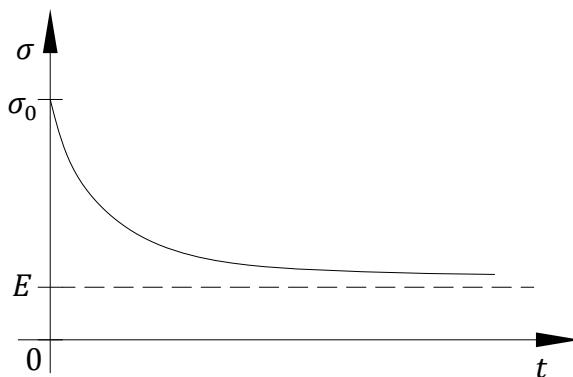
$$\sigma(t) = (\sigma_0 - E) \cdot e^{-\frac{t}{n}} + E \quad (3.7.1)$$

სადაც σ_0 , E და n სიდიდეები უნდა განისაზღვროს ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე. მაგალითისთვის ავიღოთ შემდეგი მონაცემები, რომელიც მოცემულია ცხრ. 3.7.1-ში [8]:

ცხრ. 3.7.1 კომპოზიტური პლასტიკის ძაბვების რელაქსაციაზე გამოცდის ექსპერიმენტული მონაცემები

t წთ	0	2	4	6	8	20	30	60	90	180
$\sigma(t)$ კგძ/მმ ²	0,048	0,0479	0,0474	0,0474	0,0474	0,0469	0,0463	0,0457	0,0454	0,0454

როგორც ექსპერიმენტული მონაცემებიდან ჩანს, ძაბვის ცვლილების დინამიკა ნელია. გრაფიკულად პროცესი გამოსახულია სურ. 3.7.1-ზე.



სურ. 3.7.1 ძაბვების რელაქსაციის მრუდი

როცა $t = 0$, მაშინ

$$\sigma(0) = (\sigma_0 - E) \cdot e^{-\frac{0}{n}} + E = \sigma_0 - E + E = \sigma_0 \quad (3.7.2)$$

და მისი მნიშვნელობა უშუალოდ ცხრილიდან აიღება, გვექნება

$$\sigma_0 = 0,048 \text{ კგძ/მმ}^2 \quad (3.7.2)$$

როცა $t \rightarrow \infty$, მაშინ

$$\sigma(t \rightarrow \infty) = (\sigma_0 - E) \cdot e^{-\frac{\infty}{n}} + E = E \quad (3.7.3)$$

ასეთ დროს უნდა ავიღოთ მონაცემი, რომელიც ათვლილია ექსპერიმენტის დაწყებიდან ყველაზე დიდი დროის შემდეგ, გვექნება:

$$E \approx \sigma(t = 180) = 0,0454 \text{ კგძ/მმ}^2 \quad (3.7.4)$$

რაც შეეხება n -ს, ის უნდა დაითვალოს $t = 0$ -თან ყველაზე ახლოს მყოფი წერტილისთვის, წარმოდგენილ შემთხვევაში $t = 2$ წთ, გვექნება:

$$\begin{aligned} \sigma(2) &= (\sigma_0 - E) \cdot e^{-\frac{2}{n}} + E \rightarrow e^{-\frac{2}{n}} = \frac{\sigma(2) - E}{\sigma_0 - E} = \frac{0,0479 - 0,0454}{0,048 - 0,0454} = \\ &= \frac{0,0022}{0,0026} = 0,84615 \end{aligned} \quad (3.7.5)$$

ხოლო

$$-\frac{2}{n} = \ln 0,84615 \Rightarrow n = \frac{-2}{\ln 0,84615} = \frac{-2}{-0,16706} = 11,9717 \text{ წთ} \quad (3.7.6)$$

შედეგად, რელაქსაციის აღმწერი განტოლება მიიღებს სახეს:

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= (0,048 - 0,0454) \cdot e^{-\frac{t}{11,9717}} + 0,0454 = \\ &= 0,0026 \cdot e^{-\frac{t}{11,9717}} + 0,0454 \end{aligned} \quad (3.7.6)$$

მიღებულ შედეგში მარტივი ექსპონენციალური დამოკიდებულებაა, თუკი სურ. 2.8.2 ა)-ზე წარმოდგენილი მოდელის მარჯვენა მხარეს ა. იშლინსკის ტიპური სხეულის [8] ნაცვლად გამოყენებული იქნებოდა უფრო რთული, მაგალითად ორი ბლანტი ელემენტის შემცველი რომელიმე ოთხელემენტური მოდელი, მაშინ ძაბვების რელაქსაციის პროცესის აღწერისას მიიღებოდა ორი ექსპონენტის შემცველი შესაკრების კომბინაცია, გაჩნდებოდა დამატებითი განუსაზღვრელი მუდმივა, რაც საბოლოო ჯამში თეორიული და ექსპერიმენტული მონაცემების უკეთ შეთავსების შესაძლებლობას მოგვცემდა.

როგორც უკვე აღინიშნა, მოდელებში ელემენტების ზრდა ართულებს ამოხსნის სირთულეს, თუმცა ძაბვის, დეფორმაციის ან სხვა რაიმე სიდიდის წარმოდგენისას 2.2 ქვეთავში მოცემული (I), (II) ან (III) ფორმით, მოდელი ყოველთვის ანალიზურად ამოხსნადი იქნება.

3.8 პოლიმერული კომპოზიტური მასალის გრეხითი დეფორმაციის აღწერა ხუთელემენტური მოდელების გამოყენებით

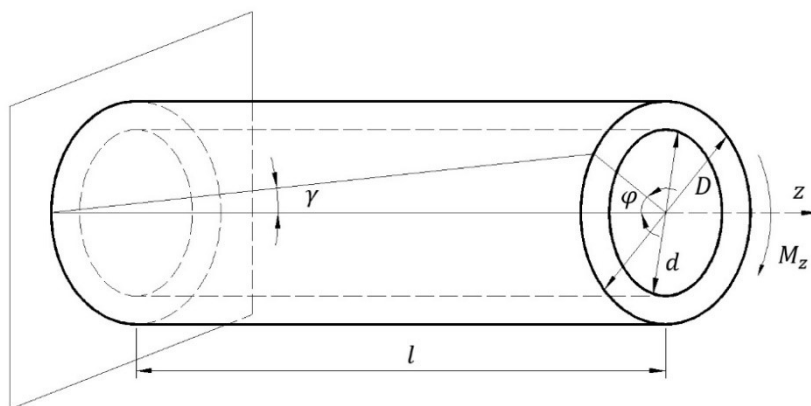
დრეკად-პლასტიკური მასალებისთვის ცოცვადობის თვისება ვლინდება მათი გრეხითი დეფორმაციის დროსაც. თუ განვიხილავთ ცილინდრული მილის ფორმის სხეულს, (პარამეტრები: გარე დიამეტრი - D , შიდა დიამეტრი - d და სიმაღლე - l), რომელიც ერთი ფუძით არის დამაგრებული, ხოლო მეორე ფუძეზე მოდებულია M_z მგრეხი მომენტი (იხ. სურ. 3.8.1), მაშინ ცოცვადობის პროცესის გათვალისწინებით, თავისუფალი ბოლოს მობრუნების კუთხე იქნება დროის რაიმე $\varphi(t)$ ფუნქცია, ხოლო გრეხითი დეფორმაციის აღმწერი პარამეტრები და გამოსახულებები გარეგნული ფორმით იგივე სახის დარჩება, რაც იზოტროპული სხეულების შემთხვევაშია, კერძოდ ფარდობითი ძვრა

$$\gamma(t) = R \frac{\varphi(t)}{l} = R \cdot \theta(t) \quad (3.8.1)$$

სადაც

$$\theta(t) = \frac{d\varphi(t)}{dz} = \frac{\varphi(t)}{l} \quad (3.8.2)$$

გრეხის კუთხის ინტენსიობაა.



სურ. 3.8.1 ცილინდრული მილის ფორმის საკვლევი ნიმუშის გრეხის სქემა

რაც შეეხება კავშირს მგრეხ მომენტს, ძაბვას და გრეხის კუთხეს შორის, სტანდარტული მიდგომის ანალოგიურად [8], გვაქვს:

$$\tau(t) = G \cdot \gamma(t) = G \cdot \rho \cdot \theta(t) \quad (3.8.3)$$

სადაც G მასალის ძვრის მოდულია, ხოლო მგრეხი მომენტი

$$M_z(t) = \int \tau(t) \rho dF = G \theta(t) \int \rho^2 dF = G \theta(t) I_p \quad (3.8.4)$$

სადაც $I_p = \int \rho^2 dF$ მასალის კვეთის პოლარული ინერციის მომენტი.

წარმოდგენილი ამოცანა შესწავლილია კომპოზიტური პლასტიკების რეოლოგიური თვისებების აღმწერი ხუთელემენტური მოდელების საფუძველზე (იხ. სურ. 2.8.2).

საკვლევ კომპოზიტურ მასალად აღებულია PVP (Polyvinylpyrrolidone), რომელიც გამოიცადა გრეხისას ცოცვადობის დეფორმაციის ექსპერიმენტულად შესწავლის მიზნით. ნიმუში დაიტვირთა მუდმივი სიდიდის მგრები მომენტით. გამოცდებისთვის შერჩეული იყო მასალის სამი სხვადასხვა ასაკობრივი ნიმუში: $\tau = 1$ თვის, $\tau = 1$ წლის და $\tau = 10$ წლის. მიღებული მონაცემების საფუძველზე [8], ხუთელემენტური მოდელების დეფორმაციის ამსახველი ფორმების გამოყენებით განისაზღვრა საჭირო პარამეტრების მნიშვნელობები. მასალის ექსპერიმენტული გამოცდის შედეგები წარმოდგენილია ცხრ. 3.8.1-ში. ხოლო ცოცვადობის მრუდების ვიზუალური გრაფიკები სურ. 3.8.2-ზე.

განხილულია PVP მასალისგან დამზადებული ნიმუში (ცილინდრული მილი), პარამეტრებით:

$$D = 40 \text{ მმ};$$

$$d = 34 \text{ მმ};$$

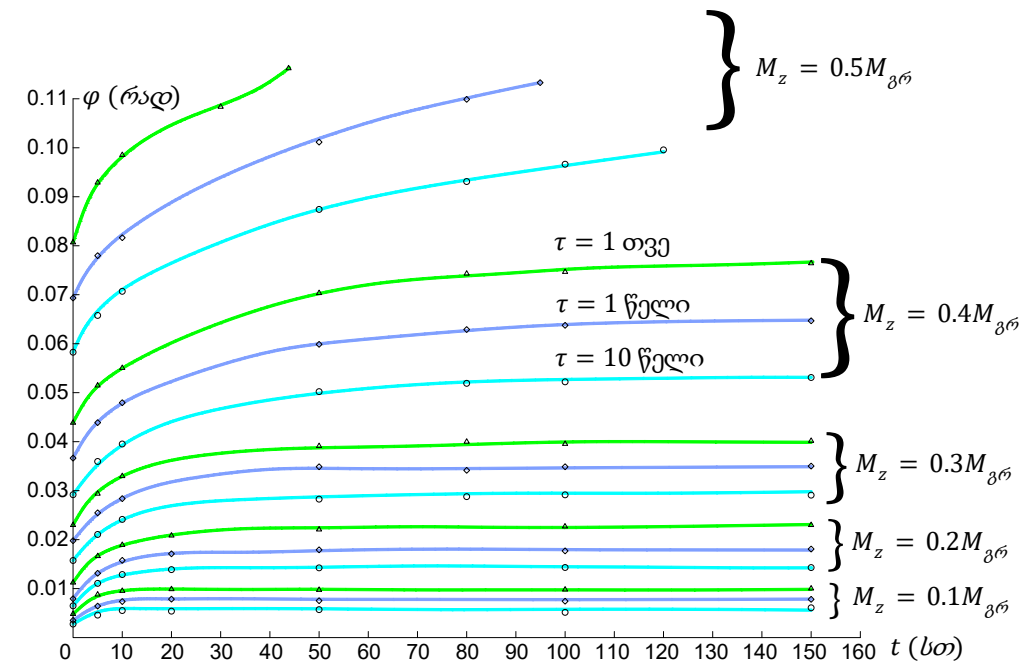
$$l = 180 \text{ მმ (მუშა ნაწილის სიგრძე)};$$

$$M_{გრ} = 550 \text{ კგმ} \cdot \text{სმ (მუდმივი დატვირთვა)};$$

$$\text{კვეთის პოლარული ინერციის მომენტი } I_p = \frac{\pi D^4}{32} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right).$$

ცხრ. 3.8.1 გრეხაზე ცოცვადობის დეფორმაციები
(PVP, $T = 20^\circ\text{C}$, $W = 70\%$)

t სთ	$M_z = 0.1M_{გრ}, \text{კგმ} \cdot \text{სმ}$			$M_z = 0.2M_{გრ}, \text{კგმ} \cdot \text{სმ}$		
	$\tau = 10$ წლის	$\tau = 1$ წლის	$\tau = 1$ თვის	$\tau = 10$ წლის	$\tau = 1$ წლის	$\tau = 1$ თვის
0	0.0020	0.0024	0.0033	0.0033	0.0044	0.0055
5	0.0055	0.0072	0.0092	0.0127	0.0150	0.0188
10	0.0061	0.0083	0.0104	0.0144	0.0170	0.0211
20	0.0067	0.0090	0.0115	0.0162	0.0194	0.0240
50	0.0073	0.0094	0.0118	0.0171	0.0208	0.0250
100	0.0074	0.0096	0.0120	0.0177	0.0217	0.0269
150	0.0075	0.0096	0.0120	0.0179	0.0219	0.0271
t სთ	$M_z = 0.3M_{გრ}, \text{კგმ} \cdot \text{სმ}$			$M_z = 0.4M_{გრ}, \text{კგმ} \cdot \text{სმ}$		
	$\tau = 10$ წლის	$\tau = 1$ წლის	$\tau = 1$ თვის	$\tau = 10$ წლის	$\tau = 1$ წლის	$\tau = 1$ თვის
0	0.0065	0.0025	0.0100	0.0100	0.0130	0.0160
5	0.0243	0.0277	0.0330	0.0398	0.0476	0.0600
10	0.0277	0.0315	0.0366	0.0430	0.0520	0.0680
50	0.0330	0.0343	0.0446	0.0570	0.0660	0.0830
80	0.0340	0.0396	0.0459	0.0598	0.0700	0.0860
100	0.0343	0.0405	0.0460	0.0609	0.0720	0.0860
150	0.0349	0.0410	0.0465	0.0614	0.0740	0.0870



სურ. 3.8.2 გრების კუთხის ცვლილების დროზე დამოკიდებულება (ცოცვადობის მრუდები)

წარმოდგენილი გრაფიკების ანალიზი აჩვენებს, რომ გამოიყოფა სამეულები, რომელიც ასახავს, დამზადების მიხედვით, სამი სხვადასხვა წლოვანების მასალის გამოცდის შედეგებს ერთი და იგივე მნიშვნელობის მგრები დატვირთვის დროს. თითოეული ასეთი სამეული ერთმანეთის მსგავსია, რაც ნიშნავს, რომ თუ ცნობილი იქნება ერთი მათგანის ანალიზური ფორმა (საბაზო მრუდი), დანარჩენები მიიღება საბაზო მრუდის მსგავსების კოეფიციენტზე გამრავლებით. სხვადასხვა დატვირთვების შესაბამისი მრუდები მნიშვნელოვნად არიან განსხვავებული და მათ მსგავსებაზე საუბარი არ იქნება მართებული. ასევე აღსანიშნავია, რომ $M_z > 0.4M_{გრ}$ დატვირთვის დროს მასალა მალევე კარგავს მდგრადობას, რაც აუცილებლად უნდა იქნას გათვალისწინებული, შემდგომში, ამ მასალისგან საკონსტრუქციო დეტალების დამზადების პროცესში, სიმტკიცის და მდგრადობის მახასიათებლების განსაზღვრისას.

მასალის გრებითი ცოცვადობის ამსახველი მრუდების ანალიზური ფორმის დასადგენად საჭიროა თითოეული სამეულისთვის შეირჩეს საბაზო მრუდი და დადგინდეს მისი ანალიზური ფუნქციის სახე.

წარმოდგენილ კვლევაში მხოლოდ ორი შემთხვევაა განხილული, რომელიც გარეგნული მსგავსების თვალსაზრისით მიესადაგება სურ. 2.8.2-ზე გამოსახულ ორივე ტიპის მოდელს. კერძოდ $M_z = 0.3M_{გრ}$ დატვირთვას შესაბამება ბ) შემთხვევა, ხოლო $M_z = 0.4M_{გრ}$ დატვირთვას აშკარად იკვეთება ა) შემთხვევის ამსახველი ფორმა. უნდა აღინიშნოს, რომ საუბარია ერთი და იგივე მასალაზე, რომელიც განსხვავებულ თვისებებს ავლენს დატვირთვების სიდიდის შესაბამისად.

ორივე შემთხვევაში, საბაზო მრუდებად არჩეულია $\tau = 10$ წლის მასალის გრეხითი დეფორმაციის მრუდები. მიზანს წარმოადგენს განისაზღვროს გრეხის კუთხის ინტენსიობის დროზე დამოკიდებულების ანალიზური ფორმა. (3.8.2) ფორმულიდან გამომდინარე, ეს სიდიდე განისაზღვრება ფორმით $\theta(t) = \frac{\varphi(t)}{l}$, რის საფუძველზეც განსახილველი შემთხვევებისთვის ექსპერიმენტული მონაცემები მიიღებს ცხრ. 3.8.2-ში წარმოდგენილ სახეს:

ცხრ. 3.8.2 PVP მასალის გრეხით ცოცვადობაზე გამოცდის ექსპერიმენტული შედეგები

დრო t (სთ)	$M_z = 0.3M_{გრ}$ $\tau = 10$ წელი		$M_z = 0.4M_{გრ}$ $\tau = 10$ წელი	
	$\varphi_{exp}(t)$	$\theta_{exp}(t) = \frac{\varphi_{exp}(t)}{l}$	$\varphi_{exp}(t)$	$\theta_{exp}(t) = \frac{\varphi_{exp}(t)}{l}$
0	0,0065	0,0361	0,0100	0,0556
5	0,0243	0,1350	0,0398	0,2211
10	0,0277	0,1539	0,0430	0,2389
50	0,0330	0,1833	0,0570	0,3167
80	0,0340	0,1889	0,0598	0,3322
100	0,0343	0,1906	0,0609	0,3383
150	0,0349	0,1939	0,0614	0,3411

გრეხის კუთხის ინტენსიობის ანალიზური ფორმის დასადგენად (საჭირო კოეფიციენტების განსაზღვრისთვის) უცნობი კოეფიციენტების განსაზღვრა ხდება შემდეგი თანმიმდევრობით:

ა) დრეკადი ჯგუფის პლასტიკების თვისებების ამსახველ შემთხვევაში, (2.8.1) ფორმულის ანალოგიურად, გრეხის კუთხის ინტენსიობის ანალიზური გამოსახულების ზოგად ფორმას ექნება სახე:

$$\theta(t) = A + B(1 - e^{-C \cdot t}) \quad (3.8.5)$$

საჭირო მონაცემები აღებულია ცხრ. 3.8.2-დან, $M_z = 0.4M_{გრ}$ დატვირთვის შესაბამისი სვეტიდან. როცა $t = 0$, მაშინ (3.8.5) მიიღებს ფორმას $\theta(0) = A = 0.0556$; როცა $t = 150$ სთ, მაშინ ექსპონენციალური შესაკრები სიმცირის გამო შეიძლება უგულებელიყოს, შედეგად $\theta(150) = A + B = 0.3411 \Rightarrow B = 0.3411 - A = 0.3411 - 0.0556 = 0.2855$, ხოლო C სიდიდის განსაზღვრისთვის, შესაბამისი გრაფიკის მაქსიმალური სიმრუდის მოსაზღვებიდან გამომდინარე, საჭიროა აღებული იქნას $t = 0$ -თან ახლოს მყოფი წერტილი - $t = 5$ სთ. შედეგად მიიღება: $\theta(5) = A + B(1 - e^{-C \cdot 5}) = 0.2211 \Rightarrow C = -\frac{1}{5} \ln \frac{A+B-0.2211}{B} = 0.1734$, შედეგად (3.8.5) მიიღებს სახეს:

$$\theta(t) = 0.0556 + 0.2855(1 - e^{-0.1734 \cdot t}) \quad (3.8.6)$$

ბ) პლასტიკური ჯგუფის პლასტიკების თვისებების ამსახველ შემთხვევაში, (2.8.2) ფორმულის ანალოგიურად, გრეხის კუთხის ინტენსივობის ანალიზური გამოსახულების ზოგად ფორმას ექნება სახე:

$$\theta(t) = A + B \cdot e^{-C \cdot t} + D \cdot t \quad (3.8.7)$$

საჭირო მონაცემები აღებულია ცხრ. 3.8.2-დან, $M_z = 0.3M_{gr}$ დატვირთვის შესაბამისი სვეტიდან. ამ შემთხვევაში გამოიკვეთება ჩამდგარი ცოცვადობის არე. შესაბამისი გრაფიკიდან ჩანს, რომ ასეთი არე მკვეთრად იწყება $t = 50$ სთ-ის შემდეგ. შიძლება მიჩნეული იქნას, რომ დროის ამ მომენტის შემდეგ ფუნქციას აქვს თითქმის წრფივი ფორმა. აქედან გამომდინარე, როცა $t \geq 50$ სთ (3.8.7) მიიღებს სახეს: $\theta(t \geq 50) = A + D \cdot t$. უცნობი A და D კოეფიციენტების განსაზღვრისთვის საჭიროა ორი წერტილის შესაბამისი მონაცემების ცოდნა, $\theta(50) = A + D \cdot 50 = 0.1833$ და $\theta(150) = A + D \cdot 150 = 0.1939$. შესაბამისი წრფივ განტოლებათა სისტემის ამოხსნის შემდეგ მიიღება: $A = 0.1780$ და $D = 0.0001$. როცა $t = 0$, მაშინ $\theta(0) = A + B = 0.0361 \Rightarrow B = 0.0361 - A = 0.0361 - 0.1780 = -0.1419$, ხოლო C კოეფიციენტის განსაზღვრა ხდება წინა შემთხვევის ანალოგიურად $t = 5$ სთ შესაბამისი მონაცემების გამოყენებით: $\theta(5) = A + B \cdot e^{-C \cdot 5} + D \cdot 5 = 0.1350 \Rightarrow C = -\frac{1}{5} \ln \frac{0.1350 - A - 5D}{B} = 0.2365$, შედეგად (3.8.7) მიიღებს სახეს:

$$\theta(t) = 0.1780 - 0.1419e^{-0.2365 \cdot t} + 0.0001 \cdot t \quad (3.8.8)$$

როგორც აღინიშნა, მუდმივი დატვირთვის შესაბამისი მრუდები, სხვადასხვა ასაკის მასალისთვის, ერთმანეთის მსგავსია. საბაზო მრუდად კი ორივე შემთხვევისთვის აღებულია $\tau = 10$ წლის მასალის შესაბამისი გრეხითი ცოცვადობის მრუდი. დანარჩენი ორისთვის გრეხითი დეფორმაციის ხასიათი (3.8.6) და (3.8.8) ფორმულების გათვალისწინებით შეიძლება აღიწეროს შემდეგნაირად:

$$\theta_{\tau=1 \text{ თვე}}(t) = \lambda_1 \cdot \theta_{\tau=10 \text{ წელი}}(t) \text{ და } \theta_{\tau=1 \text{ წელი}}(t) = \lambda_2 \cdot \theta_{\tau=10 \text{ წელი}}(t) \quad (3.8.9)$$

სადაც λ_1 და λ_2 მსგავსების კოეფიციენტებია, რომელთა საშუალო მნიშვნელობა უნდა განისაზღვროს უშუალოდ გრეხითი ცოცვადობის შესაბამისი მრუდების წერტილების კოორდინატების თანაფარდობიდან (აღსანიშნავია, რომ მსგავსების კოეფიციენტების დათვლისთვის $t = 0$ მომენტის მნიშვნელობები შეიძლება არ იყოს სანდო). ცხრ. 3.8.1-ში წარმოდგენილი მონაცემების საფუძველზე აღნიშნული მსგავსების კოეფიციენტებისთვის გვექნება:

ცხრ. 3.8.3 PVP მასალის გრეხით ცოცვადობაზე გამოცდის
მრუდების მსგავსების კოეფიციენტები

დრო t (სთ)	$M_z = 0.2M_{გრ}$		$M_z = 0.2M_{გრ}$	
	$\lambda_1 = \frac{\theta_{\tau=10\%}(t)}{\theta_{\tau=1\%}(t)}$	$\lambda_{1საშ}$	$\lambda_2 = \frac{\theta_{\tau=10\%}(t)}{\theta_{\tau=1\%}(t)}$	$\lambda_{2საშ}$
5	1,2533	1,2351	0,8467	0,8307
10	1,2412		0,8471	
20	1,2371		0,8351	
50	1,2019		0,8221	
100	1,2396		0,8157	
150	1,2374		0,8174	

განხილული მეთოდით შეიძლება მოხდეს ანალოგიური დათვლები M_z მგრეხი დატვირთვის სხვა მნიშვნელობის შესაბამისი მონაცემების საფუძველზე (ცხრ. 3.8.1), რაც გულისხმობს: მოდელის ტიპის განსაზღვრას, საბაზო მრუდის შერჩევას, საჭირო კოეფიციენტების განსაზღვრას და მსგავსების კოეფიციენტების გამოთვლას. ეს მიდგომა ცდომილების გარკვეულ ფარგლებში სამართლიანი იქნება კომპოზიტური პლასტიკების დეფორმაციის სხვა ტიპების (მაგალითად ღუნვა, ან რთული კომბინირებული დატვირთვა) განხილვის დროსაც, თუმცა მათი გამოყენების საზღვრები შეზღუდულია. არაწრფივი დეფორმაციების განხილვის დროს შედარებით უფრო ზუსტ მეთოდს წარმოადგენს ე.წ. მემკვიდრეობის თეორია [6, 8, 18]. შეიძლება გამოყენებული იქნას სხვა ემპირიული ან ნახევრადემპირიული მიდგომები [9].

შეჯამება

წარმოდგენილი მონოგრაფია ეძღვნება კომპოზიტური მასალების რეოლოგიური თვისებების სიღრმისეულ შესწავლას მოდელების თეორიის ფარგლებში. თანამედროვე ინჟინერიასა და ტექნოლოგიაში კომპოზიტური მასალების ფართო გამოყენება განაპირობებს მათი მექანიკური და დროისადმი დამოკიდებული თვისებების ზუსტ განსაზღვრას, რაც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია დატვირთვის პირობებში მათი სანდოობისა და საექსპლუატაციო გამძლეობის უზრუნველსაყოფად. ამ თვალსაზრისით, რეოლოგიური პარამეტრების სწორი იდენტიფიკაცია წარმოადგენს როგორც თეორიულ, ისე პრაქტიკულ ამოცანას.

მონოგრაფიაში განხილულია კომპოზიტური მასალების დეფორმაციული ქცევის ფუნდამენტური კანონზომიერებები, განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობა ცოცვადობისა და რელაქსაციის პროცესებს. ნაჩვენებია, რომ კომპოზიტური მასალების რეოლოგიური ქცევა, მათი სტრუქტურული არაერთგვაროვნების გამო, მნიშვნელოვნად განსხვავდება ჰომოგენური მასალების ქცევისგან და საჭიროებს სპეციალიზებულ მიდგომებს. ამ კონტექსტში ფართოდ არის გამოყენებული კლასიკური და განზოგადებული რეოლოგიური მოდელები, როგორიცაა დრეკადი და ბლანტი ელემენტების კომბინაციები.

მონოგრაფიის მნიშვნელოვანი ნაწილი ეთმობა მათემატიკური მოდელირების საკითხებს. წარმოდგენილია დიფერენციალური განტოლებების სისტემები, რომლებიც აღწერს მასალის დამაბულ-დეფორმაციულ მდგომარეობას დროის ფაქტორის გათვალისწინებით. განხილულია მოდელების იდენტიფიკაციის პრობლემა, ანუ თეორიული დამოკიდებულებების შესაბამისი პარამეტრების განსაზღვრა ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე. ნაჩვენებია, რომ აღნიშნული ამოცანის ეფექტურად გადასაჭრელად ზოგჯერ საჭიროა რიცხვითი მეთოდების გამოყენება.

ექსპერიმენტული მონაცემების დამუშავების პროცესში განსაკუთრებული ადგილი უკავია „უმცირეს კვადრატთა მეთოდს“, როგორც უნივერსალურ და ფართოდ აპრობირებულ მიდგომას. მონოგრაფიაში დეტალურად არის განხილული ამ მეთოდის თეორიული საფუძვლები, მათემატიკური ფორმულირება და პრაქტიკული გამოყენება. წარმოდგენილია როგორც ზოგადი პოლინომური აპროქსიმაციის შემთხვევა, ისე უფრო მარტივი, წრფივი აპროქსიმაციის მაგალითები, რაც მკითხველს საშუალებას აძლევს ეტაპობრივად გაეცნოს მეთოდის არსს და მის გამოყენების სპეციფიკას.

მნიშვნელოვანია ის ფაქტი, რომ მონოგრაფიაში თეორიული ანალიზი შერწყმულია პრაქტიკულ და საინჟინრო მაგალითებთან. ეს მიდგომა ზრდის ნაშრომის გამოყენებით ღირებულებას და მას მნიშვნელოვან რესურსად აქცევს როგორც მკვლევრებისთვის, ისე მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისთვის, რომლებიც მუშაობენ მასალათმცოდნეობის, მექანიკისა და საინჟინრო ფიზიკის სფეროში. წარმოდგენილი მეთოდები შეიძლება გამოყენებულ იქნეს როგორც

ლაბორატორიული ექსპერიმენტების შედეგების ინტერპრეტაციისთვის, ისე კომპოზიტიური კონსტრუქციების გამოთვლით მოდელირებაში.

მონოგრაფიის ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი შედეგია ის, რომ ნაჩვენებია რეოლოგიური პარამეტრების განსაზღვრის გაუმჯობესებული მიდგომების გამოყენების შესაძლებლობა, რაც ზრდის მოდელების ადეკვატურობას რეალური ფიზიკური პროცესების მიმართ. ეს განსაკუთრებით აქტუალურია თანამედროვე საინჟინრო ამოცანებში, სადაც მაღალი სიზუსტის მოთხოვნები და მასალების რესურსის ოპტიმიზაცია გადამწყვეტ როლს ასრულებს.

შეჯამების სახით შეიძლება ითქვას, რომ წარმოდგენილი მონოგრაფია არის თეორიულად გამართული და პრაქტიკულად ორიენტირებული კვლევა, მოდელების საშუალებით, კომპოზიტიური მასალების რეოლოგიური თვისებების შესწავლის სფეროში. ნაშრომი გამოირჩევა თემის სისტემური განხილვით, მათემატიკური აპარატის კორექტული გამოყენებითა და ექსპერიმენტული მონაცემების დამუშავების თანამედროვე მეთოდების ინტეგრაციით. აღნიშნული მონოგრაფია მნიშვნელოვან წვლილს შეიტანს კომპოზიტიური მასალების მექანიკის განვითარებაში და შეიძლება გამოყენებულ იქნეს როგორც სამეცნიერო, ისე სასწავლო მიზნებისთვის.

ლიტერატურა

1. აბესაძე, ბ. „საფრენ აპარატებში ფირფიტოვანი კონსტრუქციების გაანგარიშება სიმტკიცეზე.“ საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, სტუდენტთა მე-11 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია, მოხსენებათა თეზისები, გვ. 8. თბილისი, 2017.
2. აბესაძე, ბ. „განზოგადებული მოდელების პარამეტრების განსაზღვრა ექსპერიმენტული მონაცემების საფუძველზე.“ საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, სტუდენტთა მე-12 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია, მოხსენებათა თეზისები, გვ. 14. თბილისი, 2018.
3. აბესაძე, ბ. „კომპოზიტური ღეროს სუფთა ღუნვის ამოცანა ოთხ ელემენტიანი მოდელის მიხედვით.“ საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, სტუდენტთა მე-13 საერთაშორისო სამეცნიერო-ტექნიკური კონფერენცია, მოხსენებათა თეზისები, გვ. 47. თბილისი, 2019.
4. აბესაძე, ბ. „კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი.“ II საერთაშორისო სიმპოზიუმი *სეისმომდეგობა და საინჟინრო სეისმოლოგია*, მოხსენებათა თეზისები, გვ. 96. თბილისი: სტუ, 2019.
5. აბესაძე, ბ. „დრეკად-ბლანტი სხეულების თვისებების აღმწერი ოთხ ელემენტიანი განზოგადებული მოდელების შედარებითი ანალიზი.“ საერთაშორისო სამეცნიერო კონფერენცია *უწყვეტ გარემოთა მექანიკის მონათესავე პრობლემები*, მოხსენებათა კრებული, გვ. 160. ქუთაისი, 2018.
6. აბესაძე, ბიძინა, და ვაჟა კელიხაშვილი. „კომპოზიტური მასალის რეოლოგიური პარამეტრების განსაზღვრის განახლებული მეთოდი.“ *საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „საჰაერო ტრანსპორტი“* 1 (17) (2023). ISSN 1512-4916.
7. გეგელაშვილი, თ., ლ. ვერულაშვილი, და გ. ყიფიანი. „კომპოზიციური მასალებისაგან დამზადებული თხელკედლიანი სამშრიანი სისტემების გაანგარიშების საფუძვლები.“ *ინტელექტი* 1 (24) (2006): 41–44. ISSN 1512-0333.
8. დუმბაძე, ა. *კომპოზიციური ტანის მექანიკა*. თბილისი: საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, 2015.
9. დუმბაძე, ა., და ი. ყანჩაველი. *კომპოზიციური სხეულების ცოცვადობა და რელაქსაცია*. პროფ. გელა ყიფიანის რედაქციით. თბილისი: საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, 2007.
10. მაჩაიძე, ე., და გ. ყიფიანი. *შედგენილი თხელკედლიანი სივრცითი სისტემების გაანგარიშების თეორია*. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2006.
11. გარდაფხაძე, თ., მ. გარდაფხაძე, და გ. ყიფიანი. *ორმაგი სიმრუდის მქონე გეომეტრიულად არაწრფივი მრავალფენიანი გარსების დეფორმაციის*

- და მდგრადობის საკითხები. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2004.
12. კაჭკაჭიშვილი, ნ., გ. ყიფიანი, და თ. მაღრაძე. „კომპოზიციური მასალების დაპროექტება რღვევის მექანიკის საფუძველზე რთული კონსტრუქციების შესაქმნელად.“ *მშენებლობა* 2 (2006): 30–35. ISSN 1512-3936.
 13. ზლიაძე, სეით, გელა ყიფიანი, აკაკი გოგოლაძე, და რუსუდან გოშაძე. *კონსტრუქციის დადლილობაზე ანალიზი კომპლექსური პროგრამა ANSYS-ის მეშვეობით*. თბილისი: საქართველოს საავიაციო უნივერსიტეტი, 2017.
 14. ზლიაძე, სეით. *ფენოვანი ნახვრეტებიანი გარსებისა და ფირფიტების ანგარიში სასრულ ელემენტთა მეთოდის გამოყენებით*. სადისერტაციო ნაშრომი. თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2004.
 15. ვერულაშვილი, ფატიმა (ლალი). *დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გამოკვლევა სამფენოვან კომპოზიტიურ თხელკედლიან სისტემებში*. სადისერტაციო ნაშრომი. თბილისი: საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2006.
 16. ყიფიანი, გ. *დრეკადობის თეორიის მეთოდების გამოყენება სამშენებლო კონსტრუქციებისა და ნაგებობათა ფუძეების გაანგარიშებებში*. თბილისი: ტექნიკური უნივერსიტეტი, 2009.
 17. ყიფიანი, გ., თ. ხმელიძე, და ფ. ვერულაშვილი. „კომპოზიტებისაგან შემდგარი ფირფიტების მექანიკა.“ II საერთაშორისო სიმპოზიუმი *სეისმომედევობა და საინჟინრო სეისმოლოგია*, მოხსენებათა თეზისები, გვ. 48–49. თბილისი, 2019.
 18. აბესაძე, ბ. *საფრენი აპარატების კომპოზიტური შემონაკერების სიმტკიცეზე ანგარიშის მეთოდების შედარებითი ანალიზი*. სადისერტაციო ნაშრომი, 2019.
 19. Abesadze, Bidzina. “The Pure Bending Task in Case of Composite Rod Based on Four-Element Model.” In *Abstracts of the 17th International Conference “Modeling in Mechanics”*, p. 1. Ostrava, 2019.
 20. Agarwal, B. D., and L. J. Broutman. *Analysis and Performance of Fiber Composites*. New York: John Wiley & Sons, 1980.
 21. Abesadze, B. “Elastic-Viscous Bodies Deformation Picture According to Generalized Models.” *Problems of Mechanics* 4 (69) (2017): 51–59.
 22. Abesadze, B. “Task of Dynamic Loading of Composite Body Described by Generalized Model.” *Problems of Mechanics* 2 (75) (2019): 69–74.
 23. Abesadze, B. “Generalized Models for Describing Elastic-Viscous Bodies Properties.” *Air Transport* 1 (12) (2017): 101–111.
 24. Abesadze, B. “Analysis of Shell Structures Due to Finite Elements Method.” In *Proceedings of the 9th International Conference on Contemporary Problems of Architecture and Construction*, p. 72. Batumi, 2017.
 25. Crossman, F. W., R. E. Mauri, and W. J. Warren. “Moisture-Altered Viscoelastic Response of Graphite-Epoxy Composites.” In *Advanced*

- Composite Materials—Environmental Effects (STP-658)*, edited by J. R. Vinson. Philadelphia: ASTM, 1978.
26. Liebowitz, H., ed. *Fracture. Vol. 7: Fracture of Nonmetals and Composites*. New York: Academic Press, 1972.
 27. Kipiani, G., B. Abesadze, and N. Chachklhiani. “Deformability of Two-Dimensional Medium with Cuts on the Basis of Application of Generalized Functions.” *Problems of Mechanics* 3 (64) (2016): 55–59.
 28. Hamamoto, A., and M. W. Hyer. *Temperature–Curvature Relationship for Unsymmetric Graphite-Epoxy Laminates*. Blacksburg, VA: Center for Composite Materials, 1985.
 29. Herakovich, C. T., J. G. Davis Jr., and J. S. Millis. “Thermal Microcracking in Celion 6000/PMR-15 Graphite-Polyimide.” In *Thermal Stresses in Severe Environment*, edited by D. P. H. Flasselmann and R. A. Heller, 649–665. New York: Plenum Press, 1980.
 30. Hyer, M. *Journal of Composite Materials* 15 (1981): 173, 296.
 31. Chapra, Steven C., and Raymond P. Canale. *Numerical Methods for Engineers*. 7th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015.
 32. Hyer, M. “An Inherent Instability in Fiber-Reinforced Composite Laminates.” In *Advances in Aerospace Structures and Materials (AD-01)*, edited by S. S. Wang and W. J. Renton, 239–246. New York: ASME, 1981.
 33. Hyer, M. *Journal of Composite Materials* 16 (1982): 318.
 34. Hyer, M. and J. A. Hagaman. “The Effects of Thermal Cycling on the Thermal Deformations of Graphite-Polyimide.” *Proceedings of the Society for Experimental Mechanics*, San Francisco, 1979.
 35. Lubin, G. *Handbook of Composites*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1982.
 36. Jones, R. M. *Mechanics of Composite Materials*. New York: McGraw-Hill, 1975.
 37. Obratzsov, I. F. “Some Problems of Composite Mechanics.” In *Mechanics of Composites*, edited by I. F. Obratzsov and V. V. Vasil’ev. Moscow: Mir Publishers, 1982.
 38. Pagano, N. J., and H. T. Hahn. “Evaluation of Composite Curing Stresses.” In *Composite Materials: Testing and Design*, ASTM STP 617, 317–329. Philadelphia: ASTM, 1977.
 39. Simitses, G. J. *An Introduction to the Elastic Stability of Structures*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1976.
 40. Skudra, A. M. and F. Ya. Bulavs. “Strength and Creep Micromechanics.” In *Mechanics of Composites*. Moscow: Mir Publishers, 1982.
 41. Tsai, S. W. and H. T. Hahn. *Introduction to Composite Materials*. Westport, CT: Technomic Publishing Co., 1980.
 42. Tarnopol’skii, Yu. M. and A. Beil. “Problems of the Mechanics of Composite Winding.” In *Handbook of Composites*, vol. 4, 45–109. Amsterdam: North-Holland, 1983.

43. Chamis, C. *Analysis and Design of Structures*. Vol. 7, Part 1; Vol. 8, Part 2. Series "Composite Materials." Translated from English and edited by Yu. M. Tarnopol'skii. Moscow: Mashinostroenie, 1978.
44. Ambartsumyan, S. A. *Theory of Anisotropic Plates: Strength, Stability, and Vibrations*. 2nd ed. Moscow: Nauka, 1987.
45. Ambartsumyan, S. A. "Specific Features of the Theory of Shells Made of Modern Materials." *Proceedings of the Academy of Sciences of the Armenian SSR. Mechanics* 21, no. 4 (1969): 3–19.
46. Alfutov, N. A., P. A. Zinov'ev and B. G. Popov. *Analysis of Multilayer Plates and Shells Made of Composite Materials*. Moscow: Mashinostroenie, 1984.
47. Bolotin, V. V., I. I. Goldenblat and A. F. Smirnov. *Structural Mechanics: Current State and Prospects of Development*. 2nd ed. Moscow: Stroiizdat, 1972.
48. Barenblatt, G. I. *Similarity, Self-Similarity, and Intermediate Asymptotics*. 2nd ed. Leningrad: Gidrometizdat, 1982.
49. Bolotin, V. V. *Prediction of Service Life of Machines and Structures*. Moscow: Mashinostroenie, 1984.
50. Bolotin, V. V. and Yu. N. Novichkov. *Mechanics of Multilayer Structures*. Moscow: Mashinostroenie, 1980.
51. Bolotin, V. V. "Influence of Technological Factors on Mechanical Reliability of Composite Structures." *Mechanics of Polymers*, no. 3 (1972): 529–540.
52. Biderman, V. L. "Elasticity and Strength of Anisotropic Fiberglass Plastics." In *Strength Calculations*, issue 11, 3–20. Moscow: Mashinostroenie, 1965.
53. Bogdanovich, A. E. *Nonlinear Problems of Dynamics of Cylindrical Composite Shells*. Riga: Zinatne, 1987.
54. Blagonadezhin, V. L., A. I. Vorontsov, and G. Kh. Murzakhanov. "Technological Problems of Mechanics of Composite Structures." *Mechanics of Composite Materials* (1987): 859–878.
55. Vanin, G. A. *Micromechanics of Composite Materials*. Kiev: Naukova Dumka, 1985.
56. Vasiliev, V. V., A. A. Dobryakov, A. A. Dudchenko, et al. *Fundamentals of Design and Manufacturing of Aircraft Structures Made of Composite Materials*. Edited by V. V. Vasiliev. Moscow: MAI, 1985.
57. Vanin, G. A. *Structures Made of Reinforced Plastics*. Kiev: Tekhnika, 1971.
58. Vasiliev, V. V. *Mechanics of Structures Made of Composite Materials*. Moscow: Mashinostroenie, 1988.
59. Vanin, G. A. and N. P. Semenyuk. *Stability of Composite Shells with Imperfections*. Kiev: Naukova Dumka, 1987.
60. Grushetskii, I. V., I. P. Dmitrienko, A. F. Ermolenko, et al. *Failure of Composite Structures*. Edited by V. P. Tamuzh and V. D. Protasov. Riga: Zinatne, 1986.
61. Gunyaev, G. M. *Structure and Properties of Polymer Fiber Composites*. Moscow: Khimiya, 1981.
62. Zhigun, I. G., and V. A. Polyakov. *Properties of Spatially Reinforced Plastics*. Riga: Zinatne, 1978.

63. Tarnopol'skii, Yu. M., I. G. Zhigun, and V. A. Polyakov. *Spatially Reinforced Composite Materials*. Moscow: Mashinostroenie, 1987.
64. Christensen, R. M. *Introduction to the Mechanics of Composites*. Translated from English and edited by Yu. M. Tarnopol'skii. Moscow: Mir Publishers, 1982.
65. Kuksenko, V. P. and V. P. Tamuzh. *Micromechanics of Fracture of Polymer Materials*. Riga: Zinatne, 1978.
66. Lekhnitskii, S. G. *Anisotropic Plates*. Moscow: Fizmatgiz, 1957. *Theory of Elasticity of an Anisotropic Body*. 2nd ed. Moscow: Nauka, 1977.
67. Mileiko, S. T. and Yu. N. Rabotnov. "Mechanics of Fibrous Composites." *Advances in Mechanics* 3, no. 1 (1980): 3–55.
68. Malmeister, A. K., V. P. Tamuzh, and G. A. Tetere. *Strength of Polymer and Composite Materials*. 3rd ed. Riga: Zinatne, 1980.
69. Mikhailov, B. K. and G. O. Kipiani. *Deformability and Stability of Spatial Plate Systems with Discontinuous Parameters*. Saint Petersburg: Stroiizdat, 1996.
70. Mikhailov, B. K. G. O. Kipiani, and V. G. Moskaleva. *Fundamentals of Theory and Methods for Stability Analysis of Three-Layer Plates with Cuts*. Tbilisi: Metsniereba, 1991.
71. Mikhailov, B. K., G. O. Kipiani, and T. Sh. Kurashvili. "Stability of Three-Layer Ribbed Plates Made of Composite Materials." In *Stability and Plasticity in Solid Mechanics*, Proceedings of the 3rd Symposium, 57. Tver, 1992.
72. Ovchinskii, A. S. *Structural-Simulation Modeling of Fracture Processes in Composite Materials*. Doctoral dissertation abstract. Riga: Institute of Polymer Mechanics, Academy of Sciences of the Latvian SSR.
73. Obraztsov, I. F., V. V. Vasiliev and V. N. Bunakov. *Optimal Reinforcement of Shells of Revolution Made of Composite Materials*. Moscow: Mashinostroenie, 1977.
74. Protasov, V. D. "Features of Design and Manufacturing of Composite Material Products." *Journal of the D. I. Mendeleev Chemical Society* 23, no. 3 (1978): 289–293.
75. Protasov, V. D. "Mechanics in Machine Engineering of Composite Structures." *Mechanics of Composite Materials* (1987): 490–493.
76. Pobedrya, B. E. *Mechanics of Composite Materials*. Moscow: Moscow State University Press, 1984.
77. *Strength and Failure of Composite Materials*. Proceedings of the Second Soviet–American Symposium. Edited by J. C. Sih and V. P. Tamuzh. Riga: Zinatne, 1983.
78. Portnov, G. G., and Yu. M. Tarnopol'skii. "Energy Capacity of Rotating Composite Structures." *Mechanics of Composite Materials* 1 (1986): 65–78.
79. Portnov, G. G. "Evaluation of Energy Capacity of Rotating Bodies Based on Integral Characteristics of Stress State." *Problems of Strength* 2 (1987): 7–12.
80. Rabotnov, Yu. N. *Mechanics of Deformable Solids*. Moscow: Nauka, 1979.

81. Rabotnov, Yu. N. "Mechanics of Solids and Composite Materials." *Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR* no. 3 (1965): 33–38. "Mechanics of Composites." *Bulletin of the Academy of Sciences of the USSR* no. 5 (1979): 50–58.
82. Rabotnov, Yu. N. *Elements of Hereditary Mechanics of Solids*. Moscow: Nauka, 1977.
83. Rabotnov, Yu. N. and V. S. Ekelchik. "On a Method for Preventing Cracks during Heat Treatment of Thick-Walled Fiberglass Shells." *Mechanics of Polymers* no. 2 (1972): 1095–1098.
84. Rabotnov, Yu. N. *Creep of Structural Elements*. Moscow: Nauka, 1966.
85. *Failure of Composite Materials*. Proceedings of the First Soviet–American Symposium. Edited by J. C. Sih and V. P. Tamuzh. Riga: Zinatne, 1979.
86. Sakvarelidze, A. V. *Some Problems of Mechanics of Structural Composite Materials*. Tbilisi: Metsniereba, 1988.
87. Skudra, A. M. and F. Ya. Bulave. *Structural Theory of Reinforced Plastics*. Riga: Zinatne, 1978.
88. Skudra, A. M., and F. Ya. Bulave. *Strength of Reinforced Plastics*. Moscow: Khimiya, 1982.
89. Skudra, A. M., F. Ya. Bulave and K. A. Rocens. *Creep and Static Fatigue of Reinforced Plastics*. Riga: Zinatne, 1971.
90. Suvorova, Yu. V. *Nonlinear Hereditary Models of Deformation and Failure of Structural Materials*. Doctoral dissertation abstract. Moscow: IMASH, 1979.
91. Tetere, G. A., R. B. Rikards and V. A. Narusberg. *Optimization of Shells Made of Laminated Composites*. Riga: Zinatne, 1978.
92. Tarnopol'skii, Yu. M. and A. V. Roze. *Specific Features of Strength Analysis of Reinforced Plastic Components*. Riga: Zinatne, 1969.
93. Tarnopol'skii, Yu. M. and A. M. Skudra. *Structural Strength and Deformability of Fiberglass Plastics*. Riga: Zinatne, 1966.
94. Tarnopol'skii, Yu. M. and T. Ya. Kintsis. *Methods of Static Testing of Reinforced Plastics*. 3rd ed. Moscow: Khimiya, 1981.
95. Tomashevskii, V. T. "On Problems of Mechanics in Composite Materials Technology." *Mechanics of Composite Materials* no. 3 (1982): 486–503.
96. Feodosiev, V. I. *Ten Lecture-Discussions on Strength of Materials*. Moscow: Nauka, 1969.
97. Ilyin, V. P., V. V. Karpov, and A. M. Maslennikov. *Numerical Methods for Solving Problems of Structural Mechanics*. Minsk: Vysheishaya Shkola, 1990.